

令和 2 年 5 月 31 日現在

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K21127

研究課題名（和文）量子系における動的推定器の性能解析と近似理論の構成

研究課題名（英文）Performance analysis and approximation theory for quantum dynamical estimator

研究代表者

大木 健太郎 (Ohki, Kentaro)

京都大学・情報学研究科・助教

研究者番号：40639233

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：量子情報処理ではスピン系の制御が重要になる。とくに誤り訂正を行うには測定値に基づくフィードバック制御が必要であり、測定結果から適切に量子状態を推定しなければならない。これは実時間で行う必要があり、スピン系が大規模になると現実的には行えなくなる。そのため分散的な処理も重要になる。

そこで本研究では、古典系における大規模非協調ゲームである平均場ゲームの概念を量子系に拡張し、分散処理を実現するための平均場型量子フィルタを導入した。この適用は特定の量子系に限られるものの、非常に大規模な問題を非常に低次の問題にまで落とし込むことができる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

古典系では、所望の制御目標を達成するために測定された信号を計算機を用いて自由に整形することが可能であり、計算量の工夫も多く知られている。一方、量子系の信号処理では、その次元の大きさが膨大になることから、古典系よりも計算量の工夫が必要であり、それは適切な近似問題として表すことができる。

本研究は、イジング模型と呼ばれる量子系に対して、そのフィードバック制御における状態推定の低次元近似問題を平均場近似で与えることで、次元が大きければ大きいほど近似精度がよくなる結果が得られた。これは量子制御の実装がより容易になったことを意味する。

研究成果の概要（英文）：In quantum information processing, the control of spin systems is essential. In particular, error correction requires measurement-based feedback control, and the quantum state must be properly estimated from the measurement outcomes. Besides, this needs real time processing, and cannot be done in practice if the spin system becomes large. Therefore, decentralized processing is also important.

In this study, we extend the concept of mean-field games, which are large-scale non-cooperative games in classical systems, to quantum systems and introduce a mean-field quantum filter to realize distributed processing. Although this application is limited to specific quantum systems, it can approximate very large dimensional problems to very low order problems.

研究分野：量子制御理論

キーワード：平均場型量子フィルタ

## 1. 研究開始当初の背景

量子計算や量子通信といった次世代情報処理技術の発展は目覚しく、その技術の基礎となる状態推定理論や制御理論の発展も著しい。例えば、申請者らは、情報媒体の量子力学的特性を適切に考慮することで、従来よりも 1000 倍ほどの高精度の光通信を実現できることを理論および実験で示した。これは、本質的には古典力学で記述される物理量の推定問題に帰着させており、実装における本質的な難しさは測度論的確率論を用いた非線形フィルタの実装方法と同じであるが、量子力学まで考慮したダイナミクスを考えることで、劇的に推定精度が良くなることを意味している。一方、量子フィルタリング理論や申請者が導出した量子スムージング理論は、量子力学の数学的特徴である非可換確率論を陽に考慮したものである。これらの応用において、多くの興味のある実験では無限次元作用素の推定問題になってしまい、また、たとえ有限次元であっても、ダイナミクスの非線形性から無限次のモーメントの計算が必要となるため、従来の測度論を用いた手法のみでは適切な実装方法が見つからない場合が多い。しかし、とくに量子スムーザは、弱値と呼ばれる量子系の測定方法を再帰的に実現する方法であり、今まで測ることが難しかった物理量を測るためにも非常に重要なツールである。そのため、量子フィルタや量子スムーザの実装方法を与えることは、自然科学の発展においても重要な仕事である。

多くの応用の場面では、時間あるいは状態空間に対して様々な近似手法を用いることで、動的推定器を構成しなければならない。古典力学系では、粒子フィルタのようなモンテカルロ法に基づく手法や、拡張カルマンフィルタなどの体系化された手法が多く存在し、また、近年、推定誤差と相互情報量の関係も明らかにされ、フィルタの近似誤差の議論も定量的に議論できるようになった。しかし、量子系においては、粒子フィルタや拡張カルマンフィルタのような体系的な手法があるとは言えない。また、近似の尺度も様々なものが提案されているものの、必ずしもそれらが量子フィルタや量子スムーザに反映しやすいわけではない。

## 2. 研究の目的

古典力学系の推定誤差と相互情報量の関係式を基に、量子推定理論と量子情報理論における推定誤差と相互情報量の関係式を導出し、先行研究で得られている近似誤差の情報理論的尺度を量子系へ昇華させ、量子系の動的推定器の近似問題を定量的に扱えるようにし、実装しやすい近似手法を提案する。具体的には下記の 2 つに取り組む。

(1) 量子フィルタおよび量子スムーザの推定誤差と相互情報量の関係式の導出

量子情報理論と量子推定理論の関係式を明らかにし、量子情報理論に基づいた近似手法を導出するための尺度を得る。

(2) 量子系の動的推定器の近似手法の提案

上で得られた尺度を基に、量子系の動的推定器の近似手法を提案し、定量的に近似誤差を評価する。

## 3. 研究の方法

量子系の動的推定器の実装を目指し、数理的なアプローチで量子系の動的推定器の推定誤差と情報量の関係、および近似誤差に対する情報論的特徴づけを行い、近似推定器の近似誤差の定量評価を行う。

## 4. 研究成果

当初目的に挙げた最小二乗誤差と相互情報量の関係は明らかにすることはできなかったが、低次元近似する手法として平均場型量子フィルタを導出した。主な成果は下記の通りである。

(1) 量子スムージング理論の整理

古典系の情報理論と推定量の関係は、スムージング理論との関係も重要である。すでに代表者が導出した素朴な量子系のスムージング理論よりも一般的な、量子系の Wiener 雑音と Poisson 雑音に対するそれぞれの量子スムージング理論を構築した。これは国内および国際学会で発表している。また、量子系においても観測情報を得るほどに推定精度が向上すること、非有界作用素の推定問題では最小二乗誤差推定が時間発展とともに適切に定義できなくなる例も発見した。

## (2) 量子フィルタの低次元化

モデルの低次元化において、平均場ゲームの手法を用いた手法を提示した。この近似が妥当である対象は限られるものの、非常に大きなエージェント数において有効であり、古典と量子の場合で調べた。まず古典系では、蓄電池の運用に関する制御問題を扱った。これは各家庭で蓄電池を運用することを想定し、電力の売買も行えるものとする。電力価格は需要と供給のバランスで変動するものとする、電力価格の高いときに売り、安いときに買うことが個々のエージェントにとって最適戦略になりうる。これは大規模非協調ゲームとなるものの、平均場近似が自然と導入しやすい構造になっており、その近似解法として平均場近似を用いたコスト関数を考えることで非常に小さな次元の HJB 方程式と Fokker-Planck 方程式を解く問題に帰着させた。結果は数値的に検証し、国際学会で発表した。

また、この結果に基づいて大規模量子系に対する平均場型制御問題についても扱った。量子系において重要な制御対象は、量子情報処理の過程で必要となる素子の制御である。そのため、漠然と大規模系を扱うよりも、大規模スピン系の制御問題を解くことの方が実用的には重要である。大規模スピン系では、スピン系同士の相互作用が弱く働くため、単独量子ビット+それ以外の量子系の近似系を処理すれば十分であると考え、平均場近似を考慮した量子平均場ゲーム問題の構築、およびそのフィルタリング問題について取り組み、国内学会で発表した。また平均場型の量子フィルタについては国際学会の査読を経て受理され、発表予定である。近似精度に関する結果は出せなかったものの、漸近的な意味で成立することは示しており、低次元の量子近似フィルタの導出に成功した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Ohki Kentaro, Tsumura Koji, Takeuchi Reiji	4. 巻 50
2. 論文標題 Nonclassical state generation for linear quantum systems via nonlinear feedback control	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics	6. 最初と最後の頁 125503 ~ 125503
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6455/aa721c	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kentaro Ohki	4. 巻 2018
2. 論文標題 An invitation to quantum filtering and smoothing theory based on two inner products	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 18/44
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計13件（うち招待講演 0件/うち国際学会 5件）

1. 発表者名 Nobuya Kamo, Kentaro Ohki
2. 発表標題 Distributed control of stochastic battery systems via mean field game
3. 学会等名 SICE Annual Conference 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kentaro Ohki
2. 発表標題 Mean-field type quantum filter for a quantum Ising type system
3. 学会等名 21st IFAC World Congress (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 大木健太郎
2. 発表標題 量子状態スムージング：再帰的手法への一考察
3. 学会等名 第7回 制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大木健太郎
2. 発表標題 平均場ゲームを用いた大規模量子フィードバック制御にむけて
3. 学会等名 第62回自動制御連合講演会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Nobuya Kamo, Kentaro Ohki
2. 発表標題 A study of minimax LEQG control with constant-constrained Renyi divergence
3. 学会等名 The 50th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications (SSS '18) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kentaro Ohki
2. 発表標題 Quantum smoother for open quantum systems driven by quantum jump-diffusion processes
3. 学会等名 The 50th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications (SSS '18) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 村上 正和, 大木 健太郎
2. 発表標題 確率ネットワーク化システムにおける移動エントロピーの解析とネットワーク推定問題への応用
3. 学会等名 第62回システム制御情報学会研究発表講演会 (SCI ' 18)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大木 健太郎
2. 発表標題 量子系におけるネットワーク化制御とその応用
3. 学会等名 第62回システム制御情報学会研究発表講演会 (SCI ' 18)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大木 健太郎
2. 発表標題 フィードバック制御による量子アニーリング計算精度の向上に向けて
3. 学会等名 第 6 回 制御部門マルチシンポジウム (MSCS2019)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kentaro Ohki
2. 発表標題 Quantum communication
3. 学会等名 The SICE Annual Conference 2018 (SICE 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 村上 正和, 大木 健太郎
2. 発表標題 移動情報量を用いたネットワーク推定問題の検討
3. 学会等名 第60回自動制御連合講演会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 大木健太郎
2. 発表標題 ボワゾン型観測過程に基づく量子スムージング
3. 学会等名 第5回計測自動制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kentaro Ohki
2. 発表標題 An Improvement of convergence rate of exchange Monte Carlo method
3. 学会等名 "量子人工脳を量子ネットワークでつなく高度知識社会基盤の実現" 量子情報技術ワークショップ
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----