

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和元年6月11日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(B) (特設分野研究)

研究期間：2016～2018

課題番号：16KT0024

研究課題名(和文) 複雑な流体现象のモデリング、マルチスケール構造の解明と数理解析

研究課題名(英文) Modeling of complex fluid phenomena, investigation of multiscale structures and numerical analysis

研究代表者

吉村 浩明 (Yoshimura, Hiroaki)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：40247234

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,600,000円

研究成果の概要(和文)：複雑な流体现象の数理的モデリング、マルチスケール現象に関する偏微分方程式及び確率微分方程式に関する数学解析、非線形力学の応用について研究を推進した。複雑な流体现象の数理的モデリングでは、非平衡熱力学系のラグランジュ的な変分的定式化、キャビテーション気泡クラウドのモデリングと実験的検討、レイリー・ベナル対流に現れるLCS構造の解明、確率的な気泡ダイナミクスの変分的定式化と解析を行なった。数学解析では、ナビエ・ストークス方程式の2相問題の解の存在一意性、確率偏微分方程式である多成分KPZ方程式や修正KdV方程式等について調査した。また、LCS解析の宇宙機の軌道設計への応用などについて考察した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

マルチスケール構造を有する複雑流体现象に関する研究に関連して、非平衡熱力学に関する新たな変分的定式化と確率的な変分法の開発を行い、さらにキャビテーションや対流現象等の解析が可能となったことで、乱流などのより複雑な熱流体现象の数理的な解明への糸口を見出すことに成功した。また、2相流に関するナビエ・ストークス方程式に関する解の存在一意性や、確率偏微分方程式である多成分KPZ方程式や修正KdV方程式等の大域的適切性を示したことは数学解析において極めて重要な成果である。さらに、流体におけるLCSの解析を宇宙機の軌道設計に応用できたことで、非線形力学の応用において大きな発展をもたらす可能性を示せた。

研究成果の概要(英文)：We have explored mathematical modeling of complex fluid phenomena, mathematical analysis of partial differential equations and stochastic differential equations associated to multi-scale phenomena as well as applications of nonlinear mechanics. For the mathematical modeling, we have studied a Lagrangian variational formulation of nonequilibrium thermodynamics, modeling of cloud cavitation and with experiments, elucidation of LCS (Lagrangian coherent structures) for Rayleigh-Benard convection as well as a stochastic variational formulation of single bubble dynamics. For the mathematical analysis, we have researched on the existence and uniqueness of Navier-Stokes equations for two-phase flows, stochastic KPZ equations and modified KdV equations. Further we have shown some applications of LCS analysis to space mission design.

研究分野：連携探索型数理科学

キーワード：複雑流体 キャビテーション マルチスケール構造 ナビエ・ストークス方程式 非平衡熱力学 確率微分方程式

## 1. 研究開始当初の背景

(1) **複雑流体のモデリングと定式化** 化学変化、多成分流体、相変化を伴うキャビテーション、衝撃波の伝播、大気の循環、対流現象に現れるカオス等の複雑流体の非定常現象のモデリングと解析は流体科学上の最重要課題の一つとなっている。流体の運動はマクロな時空間スケールで理想化されたナビエ・ストークス方程式によって記述でき、理想流体の運動は、ハミルトン原理から導かれることが知られているが、不可逆過程を含む連続体モデルに関する変分的定式化は知られていない。

(2) **マルチスケール現象の解明** キャビテーションは高速で動く液体が局所的に飽和蒸気圧力以下になることによって相転移を起こし、多数の気泡が瞬間的に圧壊し、その際に発生した衝撃波の伝播によって周囲に大きな振動や騒音をもたらす現象であるが、ナビエ・ストークス方程式のようなマクロな連続体モデルでは説明ができない。一方、無数の気泡からどのようにして衝撃波が形成されるのか全く未解明である。

(3) **乱流と複雑現象** ナビエ・ストークス方程式に関する解の存在と滑らかさに関する研究はミレニアム問題として提起されている未解決課題である。すなわち、ナビエ・ストークス方程式で乱流現象を表すことが可能であるかさえ分かっておらず、数理科学における大きな課題となっている。また、ミクロ構造に起因する揺らぎを考慮した複雑現象のモデリングは、確率微分方程式という全く新たな数学的パラダイムを築いている。乱流との関係で、熱対流現象を表す簡単な常微分方程式モデルに現れるカオス的な現象も注目されている。

## 2. 研究の目的

(1) **複雑流体の定式化に関する研究** 流体力学の未解決問題の一つである、クラウドキャビテーションとレイリー・ベナール対流に現れるカオス混合に焦点を当て、ミクロとマクロの階層構造を繋ぐ新たな数理的モデルを構築する。

(2) **複雑流体のモデリングに関する研究** 熱流体系の定式化に関連して、非平衡熱力学系を含む統一的な変分公式を開発する。また、ミクロ構造に起因する揺らぎ(ノイズ)と摩擦(粘性)を考慮した確率微分方程式モデルを導出するための変分的確率化の方法を提案する。

(3) **流体の数学解析に関する研究** ナビエ・ストークス方程式の大域解の存在と滑らかさの問題を考察し、時間局所解、時間大域解、解の漸近挙動を明らかにする。また、ナビエ・ストークス方程式の爆発について明らかにする。

## 3. 研究の方法

(1) **非平衡熱力学の変分公式と幾何学的構造の解明** 不可逆過程によるエントロピー生成をある種の非線形かつ非ホロノミックな拘束として捉え、一般化ラグランジュ・ダランベール原理を用いて、非平衡熱力学系の変分的定式化手法を提案する。シンプレクティック構造とポアソン構造を一般化したディラック構造によって、非平衡熱力学の構造の解明を試みる。

(2) **マルチスケール現象のモデル化** 複雑流体のマルチスケール現象として、キャビテーションクラウドの非定常挙動に注目する。まず、キャビテーションクラウドを構成する単一気泡の非定常挙動を実験的に観測し、気泡圧壊時における衝撃波の観測を行う。その上で、単一気泡のリバウンド挙動及び衝撃波の生成から伝播までの過程のモデル化を行う。次に、実験データより、リバウンド挙動に含まれる揺らぎを同定し、確率微分方程式を提案する。さらに、単一気泡のモデル化のアイデアをクラウドの非定常挙動のモデルへと応用する。同時に、クラウドの集団的なリバウンド挙動の実験的観測を行い、モデルの妥当性を評価する。速度場に揺らぎを与えたレイリー・ベナール対流をハミルトン系として捉え、ラグランジュ的輸送に関する調査を行う。特に、不変多様体に相当する、ラグランジュコヒーレント構造に注目し、不安定領域におけるカオス的混合のメカニズムと安定領域における周期解の構造を調査する。単一気泡のレイリー・プレセット方程式の変分法を提案する。速度場に摂動を加えた場合のラグランジアンから確率微分方程式を導くための変分的定式化を構成する。

(3) **非線形偏微分方程式の数学解析** 非圧縮粘性流体の自由境界問題を有界領域の場合について、時間局所解の性質と時間大域解について調査する。さらに、圧縮性粘性流体を **nonslip** 境界条件外部領域で考え、時間大域解について考察する。その上で、2相流に拡張して調査する。無限次元空間に値をとる関数に関する調和解析を基盤とする放物型方程式系の初期値・境界値問題の最大正則性原理を対応する一般化レゾルベント問題について考察する。ナビエ・ストークス方程式、オイラー方程式、非線形シュレディンガー方程式をはじめとする非線形発展方程式の初期値問題の時間大域解の存在を保障するアプリオリ評価に重要な役割を果たす対数型ソボレフ埋蔵(ブレジス・ガルエの不等式)について研究する。ナビエ・ストークス方程式の爆発解について爆発率を調査する。

(4) **確率微分方程式の数学解析** 周期境界条件付きの多次元正正方格子で、相互作用粒子系の一つである Glauber-川崎力学を考え、粒子系に対する流体力学極限と非線形偏微分方程式に対する鋭敏界面極限の手法の融合を試みる。揺動を伴う界面成長を記述する Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) 方程式を拡張した、多成分がカップルした KPZ 方程式を考え、複数個の保存量を持つ弱非対称な相互作用粒子系の導出を試みる。質量保存 Allen-Cahn 方程式にノイズを加えて得られる確率偏微分方程式について、鋭敏界面極限を論じる。

(5) **数値解析手法** 内部接続系の変分的定式化手法を提案する。さらに、その離散化を行い、離散的な内部接続系の変分的定式化手法を開発する。非平衡熱力学の変分的定式化は、あるクラス非ホロノミック系の一般化ラグランジュ・ダランベール原理として考えることができる。

そこで、その変分的定式化の離散化を考えることで、構造保存的積分法を開発する。微分差分方程式の対称性とネーターの定理について考察する。特に、オイラー・ラグランジュ方程式と保存則を有する変分問題と対称性の観点から、Kortwege-de Vries (KdV) 方程式や戸田格子について調査する。

(6) **非線形力学理論の応用** 流体輸送に現れるラグランジアン・コヒーレント構造 (LCS) を利用し、月・地球・太陽・宇宙機の制限 4 体問題の不変構造から宇宙機の軌道設計を試みる。分子系の 3 体問題を考え、周期的な変形運動から生じる幾何学的な角度変位を、慣性主軸のキネマティクスの観点から考察する。

#### 4. 研究成果

(1) **非平衡熱力学の変分公式と幾何学的構造の解明** 不可逆過程によるエントロピー生成を非ホロノミックな拘束としてモデル化し、一般化ラグランジュ・ダランベール原理を用いた非平衡熱力学系の変分的定式化手法を提案した。不可逆過程に伴うエントロピー生成に付随する変分拘束から非線形拘束を定義できる性質から、有限次元の孤立系について、一般化されたディラック構造を熱力学的相空間上のポントリヤーギン束上に定義することに成功した。

(2) **ミクロとマクロを繋ぐマルチスケール現象のモデル化** キャビテーションクラウドを構成する単一気泡の非定常挙動を実験的に観測し、気泡圧壊時における衝撃波の観測を行った。リバウンド挙動をレイリー・プレセット方程式でモデル化し、圧壊時に発生する衝撃波が発生・伝播するメカニズムを数値計算で再現することに成功した。実験データに基づき、リバウンド挙動に含まれる揺らぎがガウスのであることを明らかにし、確率的レイリー・プレセット方程式を提案した。また、クラウドの非定常挙動を実験で観測し、クラウドの集団的挙動のモデルを提案した。速度場に揺らぎを与えたレイリー・ベナル対流を流れ関数をハミルトニアンとする力学系に対して、ラグランジュ・コヒーレント構造に注目して、流体輸送と混合を調査した。特に、不安定領域におけるカオスの混合がローブダイナミクスに支配されることと、安定領域における周期解の分岐構造を明らかにした。速度場に滑らかな微小変動を加え、時間依存系のハミルトンの原理からオイラー・ラグランジュ方程式を導出する。滑らかな微小変動をブラウン運動に置き換えることで、確率微分方程式を導く変分的確率化のプロセスを示した。

(3) **非線形偏微分方程式の大域的解の性質に関する研究** 放物型方程式系の初期値・境界値問題の最大正則性原理を対応する一般化レゾルベント問題の R 有界な解作用素を構成する方法を確立した。放物型方程式系に対し時間  $L_p$  空間  $L_q$  の最大正則性空間での一意可解性理論の構築も行った。対数型ソボレフ埋蔵を用いて放物型方程式の初期値問題の時間大域解の存在に関するアプリオリ評価を行い、その散逸構造に因り通常のソボレフ埋蔵の枠組で閉じている事を明らかにした。半相対論的ポワソン・スレーター汎函数のエネギー最小化問題に対し、その最小値が実現している事を数学的に示した。

(4) **確率微分方程式の数学解析** 周期境界条件付きの多次元正方格子上で、相互作用粒子系の一つである Glauber-川崎力学を考え、相分離超曲面の巨視的レベルでの運動は平均曲率流で与えられることを示した。揺動を伴う界面成長を記述する Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) 方程式を一般化した多成分 KPZ 方程式を考え、複数個の保存量を持つ弱非対称な相互作用粒子系からそのような方程式系が導かれることを示した。質量保存 Allen-Cahn 方程式にノイズを加えて得られる確率偏微分方程式について、鋭敏界面極限を論じ、極限で確率的摂動を持つ質量保存平均曲率運動が導かれることを示した。Q-ブラウン運動とよばれる乗法的外力項を有する確率偏微分方程式について、有限体積法の観点から論じた。

(5) **数値解析手法** ホロノミックな拘束を有する部分系が内部接続された力学系を考え、拡大ラグランジアンに対する離散ハミルトン原理と離散ラグランジュ・ダランベール原理による 2 種類の離散変分的法を提案した。例として、LC 梯子回路の数値解析を行い、その有効性を示した。非平衡熱力学の連続系における変分的定式化の離散化を提案した。オイラー・ラグランジュ方程式と保存則を有する変分問題と対称性の観点から、微分差分方程式の対称性とネーターの定理について考察した。例として、離散 KdV 方程式や戸田格子への応用を示した。

(6) **非線形力学理論の応用** 月・宇宙機間の不安定な共鳴現象を利用して重力アシストを実現し、低エネルギーで遷移させる軌道の設計を行った。さらに衛星の周りの Quasi-Satellite Orbits と呼ばれる軌道を分類し、宇宙機の軌道設計へと応用した。分子系の基本モデルとして 3 体問題に着目し、周期的な渦運動によって大きな角度変位が生じることと、らせん型フィラメントの上を捩れの波動が伝播によって生じる幾何学的な角度変位の機構を明らかにした。

#### 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 (計 23 件)

【2018 年】

- (1) F. Gay-Balmaz and H. Yoshimura, A variational formulation of nonequilibrium thermodynamics for discrete open systems with mass and heat transfer, *Entropy*, Vol.163, doi: 10.3390/e20030163, pp.1-26, 2018.
- (2) M. Horikawa, K. Takemura, T. Saiki, Y. Kawakatsu and H. Yoshimura, Return Trajectory of Martian Moons eXplorer Using Chemical--Electric Hybrid Propulsion, *Trans. JSASS*, Vol.8, Issue 6, 511-519, 2018.
- (3) F. Gay-Balmaz and H. Yoshimura, Dirac structures in nonequilibrium thermodynamics, *J. Math. Phys.* Vol.59, 012701-29, 2018.

- (4) F. Gay-Balmaz and H. Yoshimura, Variational discretization for the nonequilibrium thermodynamics of simple systems, *Nonlinearity*, Vol.31, No.4, 1673–1705 pages, 2018.
- (5) Y. Shibata, On the local wellposedness of free boundary problem for the Navier–Stokes equations in an exterior domain, *Communication on Pure and Applied Analysis*, 17(4), 1681–1721, 2018. DOI: 10.3934/cpaa.2018081.
- (6) C. Denis, T. Funaki and S. Yokoyama, Curvature motion perturbed by a direction-dependent colored noise, *Stochastic Partial Differential Equations and Related Fields*, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 229, In Honor of Michael Roeckner, Springer 2018, 177–200. DOI:10.1007/978-3-319-74929-7\_10.
- (7) K. Li, T. Ozawa, B. Wang, Dynamical behavior for the solutions of the Navier–Stokes equation, *Com. Pure Appl. Anal.* 17(4), 1511–1560, 2018. DOI:10.3934/cpaa.2018073.
- (8) S. Uda, M. Li, and T. Yanao, Geometric somersaults of helical chains through twist propagation, *Artificial Life and Robotics*, 23, 28–33, 2018. DOI: 10.1007/s10015-017-0388-8.
- (9) X. Zhang, N. Wang, Y. Cao, L. Peng and H. Meng, A stochastic analytic modeling framework on ISP–P2P collaborations in multidomain environments, *IEEE Systems Journal* 12, 2320–2331, 2018. DOI:10.1109/JSYST.2017.2725914.

【2017年】

- (10) F. Gay-Balmaz and H. Yoshimura, A variational formulation for fluid dynamics with irreversible processes. *Geometric science of information*, 401–409, Lecture Notes in Comput. Sci., 10589, Springer, Cham, 2017.
- (11) K. Onozaki, H. Yoshimura, and Shane Ross, Tube dynamics and low energy Earth–Moon transfers in the 4-body system, *Adv. Space Res.* 60(10), 2117–2132, 2017.
- (12) F. Gay-Balmaz and H. Yoshimura, A Lagrangian formulation for nonequilibrium thermodynamics. Part I. *J. Geom. Phys.* Vol.111, pp.169–193, 2017.
- (13) F. Gay-Balmaz and H. Yoshimura, A Lagrangian formulation for nonequilibrium thermodynamics. Part II. *J. Geom. Phys.* Vol.111, pp.194–212, 2017.
- (14) R. Denk and Y. Shibata, Maximal regularity for the thermoelastic plate equations with free boundary conditions, *J. Evol. Equ.*, 17(1), 215–261, 2017.
- (15) T. Funaki and M. Hoshino, A coupled KPZ equation, its two types of approximations and existence of global solutions, *J. Funct. Anal.*, 273, 1165–1204, 2017.
- (16) J. Fan, T. Ozawa, Regularity criteria for Navier–Stokes and related systems, *Differential and Integral Equations*, 30, 101–114, 2017.
- (17) S. Machihara, T. Ozawa, H. Wadade, Remarks on the Rellich inequality, *Math. Z.*, 286, 1367–1373, 2017.
- (18) K. Oshima, F. Topputo, S. Campagnola, and T. Yanao, Analysis of medium-energy transfers to the Moon, *Cel. Mech. Dyn. Ast.*, Vol. 127, pp. 285–300, 2017.
- (19) L. Peng, Symmetries, conservation laws, and Noether’s theorem for differential-difference equations, *Stud. Appl. Math.* 139: 457–502, 2017.

【2016年】

- (20) E. G-T Andres, T. Mestdag and H. Yoshimura, Implicit Lagrange–Routh equations and Dirac reduction, *J. Geometry and Physics*, 104, 91–304, 2016.
- (21) H. Saito and Y. Shibata, On the Stokes equations with surface tension and gravity in the half space, *J. math. Soc. Japan*, 68 (4), 1559–1614, 2016.
- (22) T. Ozawa, N. Visciglia, An improvement on the Brezis–Gallouët technique for 2D NLS and 1D half-wave equation, *Ann. Inst. Henri Poincaré, Analyse non lineaire*, 33, 1069–1079, 2016.

〔学会発表〕（計 34 件）

【2018年】

- (1) H. Yoshimura, A variational formulation, Dirac structures and dynamical systems for nonequilibrium thermodynamics, *Workshop of Symmetry and Singularity of Geometric Structures and Differential Equations*, Ritsumeikan University, Dec 18–21, 2018.
- (2) H. Yoshimura and F. Gay-Balmaz, Dirac structures in thermodynamics, *IFAC 6<sup>th</sup> Workshop on LHMNLC*, Tech. Univ. Santa Maria, Chile, May 1–4, 2018.
- (3) F. Gay-Balmaz and H. Yoshimura, A Lagrangian variational formulation for nonequilibrium thermodynamics, *IFAC 6<sup>th</sup> Workshop on LHMNLC*, Tech. Univ. Santa Maria, Chile, May 1–4, 2018.
- (4) H. Yoshimura and F. Gay-Balmaz, Dirac structures, interconnections, and variational formulations in nonequilibrium thermodynamics, *Entropy*, Barcelona, May 14, 2018.
- (5) F. Gay-Balmaz and H. Yoshimura, A variational formulation for the nonequilibrium thermodynamics of open systems, *Entropy*, Barcelona, May 14, 2018.
- (6) M. Watanabe, T. Miyamoto, H. Yoshimura, Mixing and Lagrangian coherent structures

- in Two-dimensional Rayleigh-Benard convection with periodic perturbations, SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures, June 12, 2018.
- (7) H. Yoshimura, Design of low energy Earth-Moon transfers in the 4-body system, AIMS 2018, Taipei University, July 5, 2018.
  - (8) H. Yoshimura, Variational integrators for the nonequilibrium thermodynamics of simple systems, AIMS 2018, Taipei University, July 6, 2018.
  - (9) H. Yoshimura, A variational formulation, Dirac structures and dynamical systems for nonequilibrium thermodynamics, Int. Conf. Geometric Mechanics and Control, Beijing, China, July 24-26, 2018.
  - (10) L. Peng and H. Yoshimura, The discrete Lagrange-d'Alembert principle for interconnected systems with constraints, ICDVC-2018, Shijiazhuang Tiedao University, July 29, 2018.
  - (11) H. Yoshimura, Geometry, Variational Formulations and Interconnection for Physical System Dynamics: Toward understanding multi-physical systems (Keynote lecture), ASME IDET/CIE, August 26-29, 2018, Quebec City, Canada.
  - (12) 渡辺昌仁, 吉村浩明, レイリー・ベナール対流におけるラグランジュ的な流体輸送の解析, 日本応用数学会 2018 年度年会講演予稿集, 2018 年 9 月 3 日-5 日, 名古屋大学.
  - (13) 牛奥隆博, 吉村浩明, 確率的レイリー・プレセット方程式の変分的定式化と分岐現象の解析, 日本応用数学会 2018 年度年会講演予稿集, 2018 年 9 月 3 日-5 日, 名古屋大学.
  - (14) 田仲悠, 吉村浩明, 川勝康弘, 円制限 3 体問題におけるハロー軌道をハブとした低エネルギー輸送軌道の設計, 第 29 回誘導制御シンポジウム, 2018 年 3 月 11 日.
  - (15) Y. Shibata, 2 phase problem for the Navier-Stokes equations in the whole space, Mathflows 2018, Porquerolles, France, 2018 年 9 月 3 日-7 日.
  - (16) T. Funaki, Hydrodynamic limit and fluctuation limit for exclusion processes, 北京交通大学, 連続講義, 2018 年 1 月 29 日-2 月 1 日.
  - (17) T. Ozawa, Improved Hardy inequalities, Celebrating Approximate 60s, Int. Conf. Nonlinear PDEs and Its Applications, NYU Shanghai, Shanghai, China. June 19, 2018.
  - (18) K. Oshima and T. Yanao, Families of Unstable Quasi-Satellite Orbits in the Spatial Circular Restricted Three-Body Problem, AIAA Science and Technology Forum and Exposition 2018, Kissimmee, USA, January 2018.
  - (19) L. Peng, Symmetries of differential-difference equations and Noether's conservation laws, Symmetry & Computation, Centre International de Rencontres Mathématiques (CIRM), Marseille, France, April 3-7, 2018.
- 【2017年】**
- (20) H. Yoshimura and F. Gay-Balmaz, A Lagrangian variational formulation for nonequilibrium thermodynamics of discrete systems. Part I & Part II, 2017 SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, Snowbird, USA, May 23, 2017.
  - (21) H. Yoshimura and F. Gay-Balmaz, Geometry of nonequilibrium thermodynamics. Part I & Part II: Dirac structures, 3<sup>rd</sup> PRIM Congress. Aug. 15, 2017. OAXACA, Mexico.
  - (22) Y. Shibata, Two phase problem for the Navier-Stokes equations, Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics, RIMS, Kyoto University, July 5-7, 2017.
  - (23) T. Funaki, Invariant measures in coupled KPZ equations, Stochastic dynamics out of equilibrium, Institut Henri Poincare, Paris, June 14, 2017.
  - (24) T. Ozawa, Lifespan of periodic solutions to nonlinear Schrödinger equations. Nonlinear Wave and Dispersive Equations, RIMS, Kyoto University, August 30, 2017.
  - (25) K. Oshima, F. Topputo, and T. Yanao, Global search for low-energy transfers to the moon with long transfer time, 27th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, San Antonio, USA. February 5-9, 2017.
  - (26) L. Peng, Group analysis of differential-difference equations and conservation laws, 23rd International Conference on Difference Equations and Applications, West University of Timisoara, Timisoara, Romania, July 24-28, 2017.
- 【2016年】**
- (27) H. Yoshimura, Geometric Formulation and Analysis in Multibody Dynamics, The 8<sup>th</sup> Asian Conference on Multibody Dynamics, Aug. 7-10, 2016, Kanazawa, Japan. (Keynote lecture)
  - (28) H. Yoshimura, Discrete Dirac Structures and Nonholonomic Integrators for Lagrange-Dirac Systems, Canadian Math. Soc. Summer Meeting, Edmonton, June 27, 2016.
  - (29) H. Yoshimura, Lie-Dirac reduction on semidirect products and nonholonomic mechanics, 11th AIMS Int. Conf. Dyn. Sys. Diff. Equ. and Appl., Orlando, July 1-July 5, 2016.
  - (30) Y. Shibata, Free boundary problem for the Navier-Stokes equations, Summer School 2016, Aug. 29-Sept. 2, Necas Center for mathematical Modelling, Prague, Czech, Organizers: S. Necasova, T. Bodnar, G.P. Galdi.
  - (31) T. Funaki, Sharp interface limit for a stochastically perturbed mass conserving Allen-Cahn equation, International Workshop on the Multi-Phase Flow: Analysis,

Modeling and Numerics, Waseda University, Nov. 9, 2016.

- (32) Linyu Peng, Conservation of multisymplecticity for higher-order field theories and variational integrators, Int. Conf. on Mathematical Characterization, Analysis and Applications of Complex Information, Beijing Tech, Beijing, China, July 19-20, 2016.

〔図書〕(計 2 件)

- (1) T. Funaki: Lectures on Random Interfaces, SpringerBriefs in Probability and Mathematical Statistics, Springer, 2016, xii+138 pages.  
(2) 舟木直久, 「数学の現在 e」(東京大学出版会) 2016 年 5 月 20 日, 斎藤毅・河東泰之・小林俊行編. 第 14 講: 確率解析 --- 確率(偏)微分方程式, 伊藤からハイラーへ, pp. 227-243

〔産業財産権〕

- 出願状況 (計 0 件)  
○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

早稲田大学機械科学・航空学科 吉村研究室 <http://www.yoshimura.mech.waseda.ac.jp/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

研究分担者氏名: 吉村浩明

ローマ字氏名: Yoshimura, Hiroaki

所属研究機関名: 早稲田大学

部局名: 理工学術院

職名: 教授

研究者番号 (8 桁): 40247234

(2) 研究分担者

研究分担者氏名: 柴田良弘

ローマ字氏名: Shibata, Yoshihiro

所属研究機関名: 早稲田大学

部局名: 理工学術院

職名: 教授

研究者番号 (8 桁): 50114088

(3) 研究分担者

研究分担者氏名: 舟木直久

ローマ字氏名: Funaki, Tadahisa

所属研究機関名: 早稲田大学

部局名: 理工学術院

職名: 教授

研究者番号 (8 桁): 60112174

(4) 研究分担者

研究分担者氏名: 小澤 徹

ローマ字氏名: Ozawa, Tohru

所属研究機関名: 早稲田大学

部局名: 理工学術院

職名: 教授

研究者番号 (8 桁): 70204196

(5) 研究分担者

研究分担者氏名: 柳尾朋洋

ローマ字氏名: Yanao, Tomohiro

所属研究機関名: 早稲田大学

部局名: 理工学術院

職名: 教授

研究者番号 (8 桁): 40444450

(6) 研究分担者

研究分担者氏名: 彭 林玉

ローマ字氏名: Peng, Linyu

所属研究機関名: 早稲田大学

部局名: 高等研究所

職名: 客員講師

研究者番号 (8 桁): 90725780

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。