

平成 22 年 3 月 23 日現在

研究種目：基盤研究（S）

研究期間：2005～2009

課題番号：17104001

研究課題名（和文） 複素構造と解析的・幾何的不変量の統合的研究

研究課題名（英文） Integrated Research of Analytic and Geometric
Invariants of Complex Structure

研究代表者

野口 潤次郎（NOGUCHI JUNJIRO）

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：20033920

研究成果の概要（和文）：基礎解析、解析幾何学、代数幾何学の中で複素構造が本質的役割を果たす数学分野を統合的に研究した。関連する研究分野は広く、小林計量、高次元値分布理論や強擬凸境界のCR構造と複素構造の普遍量をベルグマン計量から求める研究において顕著な成果を挙げ、理論の本質的進展を得た。またベルグマン計量を用いて代数多様体を研究する新しい解析的手法が開発された。これらの成果は複素構造の統合的研究により可能になった。

研究成果の概要（英文）：In the fields of basic analysis, analytic geometry and algebraic geometry we carried out the integrated study on those subjects in which complex structure plays an essential role. The themes cover a large area in modern mathematics and we achieved substantial advances, e.g., in the theory of Kobayashi pseudo-distance and the higher dimensional value distribution theory, also in the CR-invariant theory of strongly pseudo-convex boundaries and of the deformation of complex structures by means of Bergman metrics; this provides a new method for those researches in future. All these are made possible by the integrate research for complex structure.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	13,200,000	3,960,000	17,160,000
2006年度	16,000,000	4,800,000	20,800,000
2007年度	16,200,000	4,860,000	21,060,000
2008年度	14,500,000	4,350,000	18,850,000
2009年度	15,300,000	4,590,000	19,890,000
総計	75,200,000	22,560,000	97,760,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析

キーワード：関数論、実関数論、多変数複素解析、多変数関数論、複素解析

1. 研究開始当初の背景

（1）基礎解析、複素解析幾何学、代数幾何学の中で複素構造が本質的役割を果たす課題が多くあり、また関連が深くこれら数学分野を統合的に研究する必要があった。関連す

る分野は広く、これは必然的に研究組織の構成に反映されている。

（2）具体例として小林計量が有名であるが、これは値分布に密接に関係する。またコンパクトリーマン面のモジュライ空間上には

種々の不変計量が知られている。このような複素構造と種々の不変量を統合的に調べる問題と方法が求められていた。

2. 研究の目的

本研究では大きく分けて次の課題を研究し、分野を超えて有効な研究手法の開発を目的とした。(1) 複素解析的・幾何学的不変量を用いた多変数ネヴァンリンナ理論、特に高次元第2主要定理の確立と小林双曲的計量の研究。(2) 複素解析的不変量 (Bergman 計量、Carathéodory 計量、小林計量) の研究。(3) 擬凸領域上の特異計量付きの L^2 可積正則関数の研究。(4) 複素微分幾何学における不変計量研究。(5) 調和解析、微分方程式からの複素構造の研究。(6) 表現論的アプローチからの複素構造不変量の研究。(7) 複素多様体上の (特異) 計量を用いた幾何学的不変量の研究。(8) (強) 擬凸境界の研究、コーシー・リーマン (CR) 構造とそのモジュライ、不変量の研究。(9) 複素代数幾何学的不変量、複素代数多様体のモジュライ空間の研究。(10) タイヒミューラー空間の写像類群と不変量の研究。(11) 複素葉層構造の研究。

3. 研究の方法

平成16年度までの基盤研究 (A) (1) の研究を引き継ぐ形で、研究期間全体を通して、研究代表者・野口は、全体の総括をし、各分担者・連携研究者は、相互の関連を保ちつつ主に前項記載の研究項目を分担研究する。学内、学外 (海外も含めて) の研究者の間の研究交流のためのネットワークの構築を行う。当該研究課題のキーとなる4~5人の研究者を中期 (1月~3月) で招聘し、彼らとの日常的セミナーを通じて、これからの研究の方向性を探る。必ず二人以上の分担者が組織者となって、小規模の国際的研究集会を随時開催し、研究の活性化を計る。若手と分担者2~3人を中心とするサマーセミナーを開催する。若い研究協力者が当該研究課題の目的と可能性のある手法を取得し、新しい研究のアイデアのできる基盤をつくる。中規模の多変数複素解析国際研究集会“葉山シンポジウム”を開催し内外の中心的研究者との研究交流を行う。またフランス、ドイツ、アメリカ、カナダ等で開かれる研究集会に若手研究者を派遣し研究情報の収集、当該研究課題の研究成果の情報発信を計る。トロントのフィールズ研究所の特別プログラムと連携して研究集会を開催し、研究分担者・連携研究者・研究協力者を派遣する。また、これ等の研究交流の場を通じて当該研究課題の成果の国際発信に努める。海外若手研究者を中期で少数を招聘し、ネヴァンリンナ理論とディオファントス近似論の学際的研究活動をおこなう。これらの活動を通して、本研究活動の総

括を行った。

4. 研究成果

高次元ネヴァンリンナ理論では、準アーベル多様体への整正則曲線に対する第二主要定理が、打ち切りレベル1の個数関数で証明された (野口、J. Winkelmann、山ノ井)。通常個数関数の打ち切りレベルは値域の多様体の次元に関係すると考えられてきただけに、レベル1で証明されたことは、これまでの予想を上回るものであり、正則曲線の代数退化問題や小林双曲性への応用が分かりつつある。例えば、対数的小平次元が正、対数的不正則指数が次元以上かつ準アルバネーゼ写像がプロパーな代数多様体への整正則曲線の代数退化性が証明された (野口、J. Winkelmann、山ノ井)。これは、1974年にM. Greenの提出した予想をより一般的な形で肯定的に解決するもので、今までに得られていた第二主要定理では証明できなかったものである。第二主要定理が確立されている場合は未だ少なく、今後の応用が大いに期待される。更に、山ノ井は、有理型関数体に対して打ち切りレベル1の個数関数による第二主要定理を証明した。この結果は、1929年のR. Nevanlinnaによる予想を最良の形で解決するもので、これまでICMの招待講演の中でも2回、重要問題として取り上げられてきた。証明の手法は、複素解析、代数幾何、トリール理論をまさに統合的に駆使する新しいアイデアに満ちたものである。この成果は、これまでの大方の予想を上回るもので、有理型関数体に対するYAMANOI'S ABC-THEOREMとも呼ばれ、多くの注目を集めている。2008年3月にパリで開催されたBourbakiセミナーにおいて、この成果を紹介する講演が行われた。研究成果がBourbakiセミナーで紹介されることは大変名誉なことで国際的評価の高い証である。平地は、R. Grahamと共同でCR構造のモジュライ空間とQ曲率の研究を行った。奇数次元の場合は、Fefferman-Grahamによりモジュライの曲率テンソル空間への実現 (埋め込み) が解析的手法により証明されている。これに表現論的手法を活用することで、変形複体の構成による別証明を与えた。更に、この方法でこれまで解析的方法だけでは困難であった偶数次元の場合に、モジュライ空間の曲率テンソル空間への実現を証明した。これにより、Fefferman-Grahamにより始められたアンビアント空間論は、一つの完成形をみたことになる。この研究手法は、更なる発展性を内包しており今後の更に深い研究が期待される。高山は、一般型代数多様体に対して、その多重標準写像の有界性定理を証明した。同様な結果を同時期 Hacon-McKernan 等も独立に得ている。証明法は、共に研究協力者の辻のアイデアに基づく。この成果は、代

数幾何学に於ける長年の懸案問題を解決する重要な成果である。吉川は、3次元 Calabi-Yau 多様体の BCOV 不変量の解析的トーションと対合付き K3 曲面の同変解析的振率の明示公式を研究し、それらが常にある一列の楕円モジュラー型式の Borchards 積と井草保型型式の積として表されることを示した。また、関連する Borea-Voisin 多様体の BCOV 不変量を決定した。児玉と清水は、スタイン多様体の中で複素平面、超球、単位円板（これを含む場合が最も難しい）でできる複素多様体を位相群としての正則自己同型群により特徴付けることに成功した。以上述べたように、(1)(2)(6)(8)(9)では予想を上回る成果を得、他の研究項目においては予定の成果を得た。これ等の成果は研究過程で浮上してきた興味深い問題を統合的に研究することにより可能になった。研究成果の国際発信では、インフラとなるサーバーコンピュータを立ち上げ、研究情報の国際的共有を可能にした。また多変数複素解析葉山シンポジウムを開催し(4回)、北米・ヨーロッパにおける国際研究集会の組織委員に参画すること等を通して当該研究課題で得られた研究成果の国際発信に努めた。例えば 2008 年度にはフィールズ研究所(トロント)と協力して国際研究集会を開催し、当該研究者を派遣し、研究の活性化・研究成果の発信を図った。今後も、このような研究成果の発信に努める。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 25 件)

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

① A. Fujiki and M. Pontecorvo, Anti-self-dual bihermitian structures on Inoue surfaces, *J. Diff. Geom.*, 査読有, accepted.

② S. Hamano, Variation formulas for L_1 -principal functions and application to simultaneous uniformization problem, *Michigan Math. J.*, 査読有, accepted.

③ H. Tsuji, Dynamical construction of Kähler-Einstein metrics, *Nagoya Math. J.*, 査読有, (2010), accepted.

④ K. Yamanoi, On fundamental groups of algebraic varieties and value distribution theory, *Ann. Inst. Fourier*, 査読有, 60 (2010), accepted.

⑤ 新井仁之, ウェーブレット・フレームとその錯視研究への応用, 可視化情報学会誌, 査読無, Vol. 29, (2009), 10-17.

⑥ T. Tsuboi, On the group of real analytic diffeomorphisms, *Ann. Sci. l'École Norm. Sup.*, 査読有, 49 (2009), 601-561.

⑦ Ch. Mourougane and S. Takayama, Extension of twisted Hodge metrics for Kaehler morphisms, *J. Diff. Geom.*, 査読有, 83 (2009), 131-161.

⑧ J. H. Hubbard, D. Schleicher and M. Shishikura, Exponential Thurston maps and limit of quadratic differentials, *J. Amer. Math. Soc.*, 査読有, 22 (2009), 77-117.

⑨ J. Noguchi, J. Winkelmann, and K. Yamanoi, The second main theorem for holomorphic curves into semi-abelian varieties II, *Forum Math.*, 査読有, Vol. 20, (2008), 469-503.

⑩ A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the unit polydisc, 査読有, *Michigan Math. J.* (2008).

⑪ T. Ueda, Simultaneous linearization of holomorphic maps with hyperbolic and parabolic fixed points, *Publ. R. I. M. S., Kyoto Univ.*, 査読有, 44 (2008), .

⑫ J. Noguchi, J. Winkelmann, and K. Yamanoi, Degeneracy of holomorphic curves into algebraic varieties, *J. Math. Pures Appl.*, 査読有, Vol. 88, No. 3, (2007), 293-306.

⑬ K. Hirachi, Ambient metric construction of CR invariant, *IMA in Math. and Appl.*, 査読有, 144 (2007), 403-420.

⑭ K.-I. Yoshikawa, On the singularity of Quillen metrics, *Math. Ann.*, 査読有, 337 (2007), 61-89.

⑮ T. Oshima, Commuting differential operators with regular singularities, *Algebraic Analysis of Differential Equations*, Springer, 査読有, (2007), 195-224.

⑯ D. Kotschick and S. Morita, Characteristic classes of foliated surface bundles with area-preserving holonomy, *J. Diff. Geom.*, 査読有, 75 (2007), 273-302.

⑰ T. Ohsawa, An interpolation theorem on cycle spaces for functions arising as integrals of die-bar closed forms, *Publ. RIMS, Kyoto Univ.*, 査読有, 43 (2007), 911-922.

⑱ C. R. Graham and K. Hirachi, Inhomogeneous ambient metrics, *IMA in Math. and Appl.*, 査読有, 144 (2007), 403-420.

⑲ Ch. Mourougane and S. Takayama, Hodge metrics and positivity of direct images, *J. Reine Angew. Math.*, 査読有, 606 (2007), 167-178.

⑳ S. Takayama, On the invariance and the lower semi-continuity of plurigenera of algebraic varieties, *J. Algeb. Geom.*, 査

読有, 16 (2007), 1-18.

① K. Hirachi, Logarithmic singularity of the Szegő kernel and a global invariant of strictly pseudoconvex domains, *Ann. Math.*, 査読有, 163 (2006), 499-515.

② S. Takayama, Pluricanonical systems on algebraic varieties of general type, *Invent. Math.*, 査読有, 165, (2006), 551-587.

③ K. Yamanoi, On the truncated small function theorem in Nevanlinna theory, *Internat. J. Math.*, 査読有, 17 (2006), 417-440.

④ K. Yamanoi, Defect relation for rational functions as targets, *Forum Math.*, 査読有, 17 (2005), 169-189.

⑤ T. Mabuchi, An energy-theoretic approach to the Hitchin-Kobayashi correspondence for manifolds I, *Invent. Math.*, 査読有, 159 (2005), 225-243.

[学会発表] (計 19 件)

① J. Noguchi, Nevanlinna theory in higher dimensions and related Diophantine problems, The XXIst Rolf Nevanlinna Colloquium, 2009 年 9 月 7 日, 京都大学.

② T. Ohsawa, A successive iteration method for the Cauchy-Riemann equation and its

Applications, Hayama Symposium on Complex Analysis 2009, 2009 年 7 月 22 日, 葉山.

③ N. Sibony, On speed of equidistribution in holomorphic dynamics, Hayama Symposium on Complex Analysis 2009, 2009 年 7 月 21 日, 葉山.

④ M. Shishikura, Renormalization in Complex Dynamics and iteration in a Teichmüller space, Hayama Symposium on Complex Analysis 2008, 2008 年 7 月 17 日, 葉山.

⑤ J. Noguchi, Value distribution and distribution of rational points, Mittag-Leffler Institute, 2008 年 3 月 27 日, Djursholm (Sweden).

⑥ T. Oshima, Root subsystems of a root system, The Northern Workshop on Representation Theory of Lie groups and Lie algebras, 2007 年 3 月 8 日, 北海道大学.

⑦ S. Morita, Characteristic classes of symplectic and Hamiltonian foliated surface bundles, 国際研究集会「葉層力学系研究集会 2007」, 2007 年 2 月 21 日, 東京大学数理科学研究科.

⑧ S. Takayama, On the uniruledness of stable base loci, 代数幾何学シンポジウム, 2006 年 12 月 11 日, 越後湯沢.

⑨ K. Hirachi, The ambient metric to all

orders in even dimensions, 8th Pacific Rim Geometry Conference, 2006 年 12 月 14 日, South Durras (Australia).

⑩ T. Ohsawa, Application of Hartogs type continuation to Levi flat hypersurfaces, Pacific RIM Geometry Conference, 2006 年 12 月 15 日.

⑪ S. Takayama, A remark on degenerations of Ricci flat Kaehler manifolds, 複素幾何シンポジウム, 2006 年 10 月 26 日.

⑫ S. Morita, Higher symplectic pairings and invariants for three groups beyond the mapping class group, 国際研究集会「Groups of diffeomorphisms, 2006, 2006 年 9 月 13 日, 東京大学数理科学研究科.

⑬ K. Hirachi, Szegő 核の不変式論, 日本数学会特別講演, 2006 年 9 月 19 日, 大阪市立大学.

⑭ T. Ohsawa, Levi flat hypersurfaces in complex manifolds, *Komplexe Analysis*, 2006 年 9 月 1 日, Oberwolfach.

⑮ T. Mabuchi, Extremal metrics and stabilities on polarized manifolds, *ICM 2006*, 2006 年 8 月 29 日, Madrid Spain.

⑯ K.-I. Yoshikawa, Real K3 surfaces, equivariant determinant of the Laplacian, and Borchers product, KIAS workshop on spectral invariants and related topics, 2006 年 5 月 30 日, KIAS Souel.

⑰ J. Noguchi, Recent progress in the theory of holomorphic curves, Hayama Symposium on Complex Analysis in Several Variables, 2005 年 12 月 20 日, Hayama (Japan).

⑱ K. Hirachi, Fefferman-Graham metric for even dimensional conformal structures, Hayama Symposium on Complex Analysis 2005, 2005 年 12 月 19 日, 葉山.

⑲ K.-I. Yoshikawa, Analytic torsion for Calabi-Yau threefolds, *Arakelov Geometry, Math. Forsh.*, 2005 年 9 月 15 日, Oberwolfach.

[図書] (計 11 件)

① 新井仁之, ウェーブレット, 共立出版, 2010, pp. xi+463.

② K. T. Kim, N. Levenberg and H. Yamaguchi, Robin Functions for Complex Manifolds and Applications, *Memoires, Amer. Math. Soc.*, 2010, pp. 126.

③ 坪井俊, 幾何学Ⅲ微分形式, 東大出版会, 2008, pp. 248.

④ Kenzo Adachi, *Several Complex Variables and Integral Formulas*, World Scientific, 2007, pp. x+366.

⑤ 大沢健夫, 複素解析幾何とディリッパ方程式, 224 頁, 培風館(2006).

⑥新井仁之, 線形代数 : 基礎と応用, 日本評論社, 2006, pp. 552.

⑦新井仁之, 微分積分の世界, 日本評論社, 2006, pp. 216.

⑧志賀弘典, 15週で学ぶ複素関数論, 数学書房, 2006, pp. 166.

⑨阿部誠, 微分積分学, ふくろう出版, 2006, pp. 192.

⑩坪井俊, 幾何学<1>多様体入門 大学数学の入門4, 東京大学出版会 2005, pp. 216.

⑪小林俊行・大島利雄, Lie 群と表現論, 岩波書店, pp. xxviii+610.

[その他]

ホームページ等

<http://nogpc4.ms.u-tokyo.ac.jp/nog/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

野口 潤次郎 (NOGUCHI JUNJIRO)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号 : 20033920

(2) 研究分担者

平地 健吾 (HIRACHI KENGO)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号 : 60218790

(3) 連携研究者

大澤 健夫 (OHSAWA TAKEO)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授

研究者番号 : 30115802

満洲 俊樹 (MABUCHI TOSHIKI)

大阪大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号 : 80116102

新井 仁之 (ARAI HITOSHI)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号 : 10175953

片岡 清臣 (KATAOKA KIYOOMI)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号 : 60107688

大島 利雄 (OSHIMA TOSHIO)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号 : 50011721

吉川 謙一 (YOSHIKAWA KENICHI)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号 : 20242810

高山 茂晴 (TAKAYAMA SHIGEHARU)

東京大学・大学院数理科学研究科・准教授

研究者番号 : 20284333

宮岡 洋一 (MIYAOKA YOICHI)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号 : 50101077

森田 茂之 (MORITA SHIGEYUKI)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号 : 70011674

坪井 俊 (TSUBOI TAKESHI)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号 : 40114566

辻 元 (TSUJI HAJIME)

上智大学理工学部・教授

研究者番号 : 30172000

山ノ井 克俊 (YAMANOI KATSUTOSHI)

熊本大学・大学院自然科学研究科・准教授

授

研究者番号 : 40335295