

平成21年 4月30日現在

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2005～2008

課題番号：17204004

研究課題名（和文） 剛性問題の諸相

研究課題名（英文） Various aspects of rigidity problems

研究代表者

金井 雅彦 (KANAI, Masahiko)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授

研究者番号：70183035

研究成果の概要：研究代表者金井は、高階非コンパクト半単純リー群およびその余コンパクト格子に付随して現れるワイル領域流 (Weyl chamber flow) の剛性とヴェイユや松島の古典的な消滅定理の間に予期せぬ関係があることを指摘する新たな結果を得た。剛性問題に新たな進展をもたらすことが期待される。このほかにも、連携研究者等により剛性問題に対する新たな知見が多数得られた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	5,100,000	1,530,000	6,630,000
2006年度	5,100,000	1,530,000	6,630,000
2007年度	4,200,000	1,260,000	5,460,000
2008年度	5,600,000	1,680,000	7,280,000
総計	20,000,000	6,000,000	26,000,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：剛性・非コンパクト半単純リー群

1. 研究開始当初の背景. 申請書から該当部分を抜粋する … ここで言う「剛性」とは、例えば、Mostow や Margulis の剛性定理といったときのそれである。Lie 群の格子の算術性に関する Selberg 予想の解決や、3次元トポロジーへの多大な影響など、応用の観点からも剛性定理の魅力は傑出している。そして、高峰がそれを見上げる位置により姿を変えるように、剛性問題も、それに挑む者の視点に応じ、様相を大きく変化させる。剛性定理に名を冠せられた数学者、あるいは剛性問題に大きな貢献を果たした数学者として、例えば、A. Selberg, E.

Calabi, A. Weil, H. Furstenberg, G. D. Mostow, G. A. Margulis, W. Thurston, R. Zimmer, M. Gromov, R. Schoen 等の名前が挙げられる。そして、そのひとりひとりに対し、それぞれの剛性問題がある。

剛性問題に関わりを持った数学者の専門分野もまた多岐に渡る。リー群論・数論などの代数、力学系・エルゴード理論、大域変分法・擬共形写像といったある種の解析、そして共形幾何・調和積分論をはじめ とす

る幾何学など、諸分野が交錯するところで、剛性理論は発展を遂げてきた。これが、剛性問題のもうひとつの特性である。剛性問題は数学における分野交流の最も優れた実例のひとつである。

2. 研究の目的 再び申請書から該当部分を抜粋する … 研究代表者は幾何学者のひとつとして、剛性問題に対する幾何学のさらなる貢献を実現し、ひいては剛性問題を介した幾何と他分野との交流を通じ、幾何をそして他分野をより豊穡なものにしたいと願う。

3. 研究の方法 特定の分野にとらわれず、分野横断的な視点をもって問題に取り組むことを常に目指した。そしてそれを実現するための手段のひとつとして、国内外から研究者を招いての研究集会やセミナーを多数主催した。

4. 研究成果 研究代表者によるワイル領域流に対する研究の他に、連携研究者による以下のような研究成果が挙げられた：シンプレクティック・フィリングに関する研究（太田）；離散的調和写像の剛性問題への応用（井関・納谷）；リー群の余コンパクトでない離散部分群に関する研究（小林）； $K3$ 曲面に関する研究（金銅）；微分同相群の完全性に関する研究（坪井）；擬準同型の新たな構成とその剛性問題への応用（藤原）；リー葉層構造に関する研究（松元）。

#### 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計 19 件）

1. Kanai, Masahiko; Rigidity of the Weyl chamber flow, and vanishing theorems of Matsushima and Weil, *Ergod. Th. Dynam. Sys.* に掲載決定済み <査読有>

2. Kanai, Masahiko; Rigidity of the Weyl chamber flow, and the classical vanishing theorems of Weil and Matsushima, *Representation theory and analysis on homogeneous spaces*, 25--28, *RIMS Kokyuroku Bessatsu*, B7, Res. Inst. Math.

*Sci. (RIMS)*, Kyoto, 2008. <査読有>

3. Ohta, Hiroshi and Ono, Kaoru; Examples of isolated surface singularities whose links have infinitely many symplectic fillings. *J. Fixed Point Theory Appl.* 3 (2008), no. 1, 51--56. <査読有>

4. Kobayashi, T.; Rigidity and deformation of discontinuous groups for non-Riemannian symmetric spaces. *Representation theory and analysis on homogeneous spaces*, 1--12, *RIMS Kokyuroku Bessatsu*, B7, Res. Inst. Math. Sci. (RIMS), Kyoto, 2008. <査読有>

5. Yokoyama, Tomoo and Tsuboi, Takashi; Codimension one minimal foliations and the fundamental groups of leaves. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* 58 (2008), no. 2, 723--731. <査読有>

6. Bell, Gregory C. and Fujiwara, Koji; The asymptotic dimension of a curve graph is finite. *J. Lond. Math. Soc. (2)* 77 (2008), no. 1, 33--50. <査読有>

7. Bestvina, Mladen and Fujiwara, Koji; Quasi-homomorphisms on mapping class groups. *Glas. Mat. Ser. III* 42(62) (2007), no. 1, 213--236. <査読有>

8. Fujiwara, Koji and Whyte, Kevin; A note on spaces of asymptotic dimension one. *Algebr. Geom. Topol.* 7 (2007), 1063--1070. <査読有>

9. Kobayashi, Toshiyuki and Nasrin, Salma; Deformation of properly discontinuous actions of  $Z^k$  on  $R^{k+1}$ . *Internat. J. Math.* 17 (2006), no. 10, 1175--1193. <査読有>

10. Kondō, Shigeyuki; Maximal subgroups of the Mathieu group  $M_{23}$  and symplectic automorphisms of supersingular K3 surfaces. *Int. Math. Res. Not.* 2006, Art. ID 71517, 9 pp. <査読有>
11. Tsuboi, Takashi; On the group of foliation preserving diffeomorphisms. *Foliations* 2005, 411--430, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2006. <査読有>
12. Fujiwara, K. and Papasoglu, P.; JSJ-decompositions of finitely presented groups and complexes of groups. *Geom. Funct. Anal.* 16 (2006), no. 1, 70--125. <査読有>
13. Matsumoto, Shigenori; Rigidity of locally free Lie group actions and leafwise cohomology. (Japanese) *Sūgaku* 58 (2006), no. 1, 86--101. <査読有>
14. Kobayashi, Toshiyuki and Yoshino, Taro; Compact Clifford-Klein forms of symmetric spaces---revisited. *Pure Appl. Math. Q.* 1 (2005), no. 3, part 2, 591--663. <査読有>
15. Ohta, Hiroshi and Ono, Kaoru; Simple singularities and symplectic fillings. *J. Diff. Geom.* 69 (2005), no. 1, 1--42. <査読有>
16. Ohta, Hiroshi and Ono, Kaoru; Symplectic 4-manifolds containing singular rational curves with (2, 3)-cusp. *Singularities Franco-Japonaises*, 233--241, *Semin. Congr.*, 10, Soc. Math. France, Paris, 2005. <査読有>
17. Izeki, Hiroyasu and Nayatani, Shin; Combinatorial harmonic maps and

- discrete-group actions on Hadamard spaces. *Geom. Dedicata* 114 (2005), 147--188. <査読有>
18. Dolgachev, I., van Geemen, B. and Kondō, S.; A complex ball uniformization of the moduli space of cubic surfaces via periods of K3 surfaces. *J. Reine Angew. Math.* 588 (2005), 99--148. <査読有>
19. Hector, Gilbert, Matsumoto, Shigenori and Meigniez, Gael; Ends of leaves of Lie foliations. *J. Math. Soc. Japan* 57 (2005), no. 3, 753--779. <査読有>

[学会発表] (計 26 件)

1. KOBAYASHI, Toshiyuki; Fundamental Groups of Locally Complex Symmetric Spaces--An Application of Symmetries of Nilpotent Orbits. The 8th Workshop on Nilpotent Orbits and Representation Theory (NORTH 8). Otsu, Japan, 8-11 March 2009.
2. 坪井俊; 偶数次元多様体の微分同相群の一樣完全性, 「同相群とその周辺」研究会, 2009年2月21日.
3. KOBAYASHI, Toshiyuki; Global Geometry and Analysis on Locally Symmetric Spaces--Beyond the Riemannian case. Conference in honor of Toshio Oshima's 60th birthday 'Differential Equations and Symmetric Spaces'. University of Tokyo, Japan, 13-16 January 2009.
4. KOBAYASHI, Toshiyuki; Global Geometry on Locally Symmetric Spaces--beyond the

- Riemannian case. Representations of Lie groups and applications. Institut Henri Poincaré, Paris, France, 15-18 December 2008.
5. 松元重則; 「安定交換子長についての最近の話題」研究集会「微分同相群と葉層構造」東京大学玉原国際セミナーハウス, 2008年10月29日
  6. Fujiwara, Koji; "Combable functions and the central limit theorem", Oberwolfach, Geometric Group Theory, Hyperbolic Dynamics and Symplectic Geometry, 2008.9.7-13, Germany. 2008.9.12.
  7. 井関裕靖; A fixed-point property of discrete groups and energy of equivariant maps, 1st MSJ-SI "Probabilistic Approach to Geometry" 於 京都大学, 2008年8月5日.
  8. 坪井俊; 微分同相群の一様完全性について. 「同相群とその周辺」研究会, 京都産業大学, 2008年2月19日.
  9. 坪井俊; 多様体の微分同相群, 日本数学会秋季総合分科会、総合講演 2008年9月25日、東京工業大学
  10. TSUBOI, Takashi; On the group of real analytic diffeomorphisms, Foliations, Topology and Geometry in Rio, PUC-Rio, Brazil, 2007年8月10日.
  11. KANAI, Masahiko; Rigidity of the Weyl chamber flow, and the vanishing theorems of Weil and Matsushima, International Conference "Spectral Analysis in Geometry and Number Theory", Nagoya, Japan, August 6, 2007.
  12. 井関裕靖; 固定点性質と同変写像のエネルギー, RIMS共同研究「離散群と作用素環論」, 於 京都大学数理解析研究所, 2007年1月9日.
  13. 坪井俊; 実解析的微分同相の規格化補題, 「同相群とその周辺」研究会, 京都工芸繊維大学, 2006年12月23日.
  14. KOBAYASHI, Toshiyuki; On Compact Locally Symmetric Spaces. International Conference on Harmonic Analysis and Applications. Sousse, Tunisia, 6-11 November 2006.
  15. 井関裕靖; Fixed-point property of discrete groups, 研究集会「大域解析と微分幾何 --- その情報科学への関わり ---」, 於 東北大学大学院情報科学研究科, 2006年10月22日.
  16. 井関裕靖; ランダム群に対する固定点定理, 第49回函数論シンポジウム, 2006年9月15日.
  17. TSUBOI, Takashi; On the group of real analytic diffeomorphisms, Groups of Diffeomorphisms 2006, 東大数理, 2006年9月12日.
  18. 金井雅彦; "Weyl chamber flow" の剛性とWeil・松島による古典的な消滅定理, 2006年8月22日, 表現論シンポジウム, 京都大学数理解析研究所.
  19. TSUBOI, Takashi; On the perfectness of the group of real analytic diffeomorphisms, ICM2006, Madrid, 2006年8月24日.
  20. KOBAYASHI, Toshiyuki; On Compact Locally Symmetric Spaces. RIMS Workshop on Representation Theory and Analysis on Homogeneous Spaces (organized by Hideko Sekiguchi). RIMS, Kyoto University, Japan,

21-24 August 2006.

21. KANAI, Masahiko; Infinitesimal rigidity of the Weyl chamber flow via the vanishing theorem of Weil, July 23-29, 2006, "Geometric Group Theory, Hyperbolic Dynamics and Symplectic Geometry", Oberwolfach, Germany.

22. Fujiwara, Koji; "Stable commutator length on mapping class groups". In "Geometric group theory, dynamical system, and symplectic geometry", Oberwolfach. 2006. 7. 28.

23. 坪井俊; On the group of real analytic diffeomorphisms, Tambara Workshop on Holomorphic Foliations and Holomorphic Curves, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2006年5月27日.

24. 藤原耕二; 曲面のカーブグラフの幾何, 日本数学会年会、幾何学分科会特別講演。中央大。2006. 3. 27.

25. KANAI, Masahiko; Vanishing Theorems in Geometry and Rigidity of Dynamical Systems, 日中幾何学研究集会 (於唐津), 2005年12月23日

26. 井関裕靖; A fixed-point theorem for discrete-group actions on Hadamard spaces, 一般・幾何学的トポロジーと幾何学的群論研究集会, 於 京都大学数理解析研究所, 2005年10月12日.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

金井 雅彦 (KANAI, Masahiko)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科  
・教授  
研究者番号 : 70183035

### (2) 連携研究者

井関 裕靖 (IZEKI, Hiroyasu)  
東北大学・大学院理学研究科・准教授  
研究者番号 : 90244409

太田 啓史 (OHTA, Hiroshi)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科  
・教授  
研究者番号 : 50223839

小林 俊行 (KOBAYASHI, Toshiyuki)  
東京大学・大学院数理科学研究科・  
教授  
研究者番号 : 80201490

金銅 誠之 (KONDO, Shigeyuki)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科  
・教授  
研究者番号 : 50186847

坪井 俊 (TSUBOI, Takashi)  
東京大学・大学院数理科学研究科・  
教授  
研究者番号 : 4011566

納谷 信 (NAYATANI, Shin)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科  
・教授  
研究者番号 : 70222180

藤原 耕二 (FUJIWARA, Koji)  
東北大学・大学院情報学研究科・  
教授  
研究者番号 : 60229078

松元 重則 (MATSUMOTO, Shigenori)

日本大学・理工学部・教授  
研究者番号：80060143