

平成 21 年 5 月 20 日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2005～2008

課題番号：17340042

研究課題名 (和文) 特異領域変形, 係数退化を伴う楕円型作用素のスペクトル漸近解析と応用

研究課題名 (英文) Spectral analysis of elliptic operators with singular domain deformation and coefficients degeneration

研究代表者

神保 秀一 (JIMBO SHUICHI)

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号：80201565

研究成果の概要：

- 典型的な 2 階楕円型作用素において, 特異的な領域変形の過程あるいは変数係数が特異摂動を受ける過程において, 固有値の漸近挙動を解析した. 扱った作用素はラプラス作用素, ラメ作用素, マクスウェルの作用素シュレディンガー作用素などである.
- ジャンクションをもつ集合上のギンツブルク-ランダウ方程式の解構造を解析した. 分岐や安定性を調べた.

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2005 年度	3,800,000	0	3,800,000
2006 年度	3,300,000	0	3,300,000
2007 年度	4,400,000	1,320,000	5,720,000
2008 年度	3,400,000	1,020,000	4,420,000
年度			
総計	14,900,000	2,340,000	17,240,000

研究分野：応用解析学, 偏微分方程式

科研費の分科・細目：大域解析

キーワード：細い弾性体, 振動数, 摂動解析, GL 方程式, 8 の字型超伝導体, 分岐構造

1. 研究開始当初の背景

楕円型作用素は物理学に現れる様々なモデル方程式に現れる. そのスペクトルを詳しく調べることはその方程式の解の性質を知ることにつながる. 特に幾何学的あるいは物質的に特異的な状況に起因する現象に対応する数学的な特徴を方程式に見いだすことは応用的な偏微分方程式分野において重要な課題である.

2. 研究の目的

特異的な状況 (特異領域変形, 係数退化) をもつ種々の 2 階楕円型作用素のスペクトルの解析を行う. 作用素の係数や境界の幾何的な特異の特徴がスペクトル (特に固有値) の漸近的挙動や対応する解の空間的性質にどう反映するのかを解析する. シュレディンガー作用素の特異摂動問題, 特異領域あるいは複合領域上のラメ作用素の固有値の特異的極限状況に対する漸近挙動を解析する. 応用面ではギンツブルク-ランダウ (GL) 方程式ランダウ・

リフシツ (LL) 方程式など物性物理に現れる方程式の解の分岐構造の解析への応用を考える。超伝導のジョセフソン接合に代表される領域に手術を施して得られる状態の問題は上記に述べた特異領域変形上の楕円型作用素のスペクトル問題に密接に関連している。よって技術的な応用として特異的な形状をもつ物体の物性にどのような現象が起こるかという課題の解明に結びつける。

3. 研究の方法

上述した研究課題において重要なことの第一は、それぞれの偏微分方程式について近似解あるいは近似固有関数を作成することである。そしてその解を用いて近似固有値を計算する。近似が良ければ良いほど精度の高い結果を得ることができる。このようにこの研究課題の研究の方針は単純であるが、どのように巧みに近似解を作成するか、には経験あるいは知識の蓄積が必要となる。特異的な状況にフィットした解を作成するために用いられるのは接合展開の方法である。これには特異性をスケールアウトして得られる、非有界領域上の斉次方程式の解が必要となるため、様々な古典解析あるいは特殊関数の知識が必要となる。このようにして単純な方法論にしか依らないが過去の解析の功績を学び用いる非常に興味深い研究過程を辿る。

4. 研究成果

A: 細い棒状の等方的な弾性体の振動数を精密に特徴付けた。断面は ε のオーダー大きさとして、任意の k に対し第 k 固有値 $\mu(k, \varepsilon)$ は ε の 2 乗のオーダーとなり、 $\mu(k, \varepsilon) / \varepsilon^2$ の極限値を、ある変数係数の 4 階常微分作用素の固有値を用いて表現した。これらが曲げ振動のモードであり、伸縮モード、振れモードと異なるスケールの世界をなしている。次に非一様の板状の薄い弾性体の低い振動数モードの解析を行った。これは Kirchhoff-Love の方程式の一般化となる。
B: ノイマン境界条件をもつダンベル型領域上のラプラス作用素の固有値の特徴付けを扱った。ハンドルが細くなるとともに短くなる変形の極限において固有値の極限値への収束を記述する摂動公式を与えた。さらに断面がこのような領域となるような高次元の領域変形を扱い一般化した摂動公式を得た。
C: マクスウェル作用素の固有値問題について領域に小さな球状の穴がある領域の固有値の漸近挙動を解析し摂動公式を証明した。
D: 8 の字型の 1 次元超伝導体の電流状態を表す Ginzburg-Landau 方程式の解の構造を調べた。円形体の場合には先行研究より分岐構造は解明されていたが 8 の字型の場合には新しいタ

イプの分岐の仕方によって著しく複雑で多様な解の発生が見られる。特にスカラータイプの解からは 1 次分岐、2 次分岐、3 次分岐が起こり、最後の 3 次分岐のあと安定化する。こうして 2 つのループでそれぞれ非自明な巻き数をもつ安定解が得られる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 15 件)

1. S. Jimbo, M. Kimura, H. Notsu, Exponential decay phenomenon of the principal eigenvalue of an elliptic operator with a large drift term of gradient type, to appear in Asymptotic Analysis (査読有り).
2. K. Tachizawa, Wavelet characterization of weighted spaces, to appear in RIMS Kokyuroku Bessatsu (査読有).
3. S. Jimbo, Y. Morita, Ginzburg-Landau equation and solution structure, Sugaku Expositions 21 (2008), 117-131 (査読有).
4. G. Nakamura, Y. Jian, S. Nagayasu, J. Cheng, Inverse analysis for magnetic resonance elastography, Applicable Analysis 87 (2008), 165-179 (査読有).
5. N. Honda, R. Potthast, G. Nakamura, M. Sini, The non-response approach and its relation to non-iterative methods for the inverse scattering, Ann. Mat. Pure Appl. 87 (2008), 7-37 (査読有).
6. N. Honda, The geometric structure of a virtual turning point of the model of the Stokes geometry, RIMS kokyuroku Bessatsu B10 (2008), 63-113 (査読有).
7. N. Honda, T. Aoki, Principally tame regular sequences associated with the Fourth Painleve hierarchy with a parameter Proc. Japan Acad. 84 (2008), 42-47 (査読有).
8. M. Izuki and K. Tachizawa, Wavelet characterizations of weighted Herz spaces Scientiae Mathematicae Japonicae 67 (2008), 353-363 (査読有).
9. C. L. Lin, G. Nakamura, M. Sini, Unique continuation for the elastic transversely

isotropic dynamical systems and its application. J. Differential Equations 245 (2008), 3008-3024 (査読有).

10. G. Nakamura, Y. Jiang, S. Nagayasu, Sei, J. Cheng, Inversion analysis for magnetic resonance elastography. Appl. Anal. 87 (2008), 165-179 (査読有).

11. G. Nakamura, K. Yoshida, Identification of a non-convex obstacle for acoustical scattering. J. Inverse Ill-Posed Probl. 15 (2007), 611-624 (査読有).

12. A. Morassi, G. Nakamura, K. Shiota, M. Sini, A variational approach for an inverse dynamical problem for composite beams. European J. Appl. Math. 18 (2007), 21-55 (査読有).

13. G. Nakamura, R. Potthast, M. Sini, Unification of the probe and singular sources methods for the inverse boundary value problem by the no-response test. Comm. Partial Differential Equations 31 (2006), 1505-1528 (査読有).

14. K. Tachizawa, Weighted L^p Sobolev - Lieb -Thirring inequalities, Proc. of the Japan Acad. 81 (2005), 141-143.

15. K. Tachizawa, Weighted Sobolev-Lieb -Thirring inequalities, Rev. Mat. Iberoamericana, 21(2005), 67-85 (査読有).

[学会発表] (計 31 件)

1. 中村 玄, 音響散乱逆問題における未知障害物の非解析境界点の同定, 複素解析の発展とその応用, 群馬, 1月24-25日 2009年

2. S. Jimbo, Ginzburg-Landau equation and vortex motion, Analytic semigroups and related topics, on the occasion of the centenary of the birth of Professor Kosaku Yosida, Univ. Tokyo, 1/13-16, 2009.

3. S. Jimbo, Spectra of domains with partial degeneration, PDE seminar, National Changhua Univ. 12/19, 2008.

4. S. Jimbo, Spectra of domains with partial degeneration, National Sun Yat-sen Univ. 12/13, 2008

5. S. Jimbo, Eigenvalues of elliptic operators with variable coefficients in domains with small holes or thin tunnels, National Sun Yat-sen Univ. 12/13, 2008

6. S. Jimbo, Spectral analysis of elliptic operators on a singularly perturbed domains, PDE seminar, Zhejiang University 11/7, 2008

7. K. Tachizawa, Schatten- von Neumann classes of pseudodifferential operators, Harmonic Analysis and its Applications at Tokyo 2008, 首都大学東京 2008年10月11日

8. N. Honda, The stratified Whitney jets and distribution of Gevrey classes and their idizations, 完全 WKB 解析と超局所解析, 京大数理研 5/26-30, 2008.

9. N. Honda, The virtual turning points and the model of the Stokes geometry, Holomorphic PDEs, small divisors and summability, CIRM 1/28-2/1, 2008

10. S. Jimbo, Spectral property of a singularly perturbed domain - Perturbation of the resonant eigenvalues, Seoul Univ. - Hokkaido Univ. Joint seminar. 1/25, 2008

11. N. Honda, The geometric structure of virtual turning points I, II, Differential equations and exact WKB analysis, RIMS, 10/9-12, 2007

12. 中村 玄, 非凸形状音響散乱体の同定, 応用数理学会, 北海道大学 9月16日 2007年

13. S. Jimbo, Spectra of domains with partial degeneration, 数学総合報告会, 復旦大学 9/14, 2007

14. K. Tachizawa, Wavelet characterization of weighted spaces, 調和解析と非線形偏微分方程式, 京大数理研, 2007年7月10日

15. S. Jimbo, Ginzburg-Landau equations in thin domains, International conference on mathematical theory of superconductivity and liquid crystal, 華東師範大学 5/14-18, 2007

16. 神保 秀一, マルチ領域をなす弾性体と固有振動, 非線型現象の数値シミュレーションと解析セミナー, 北大理学部 3/8-9, 2007

17. S. Jimbo, Spectra of domains with

partial degeneration, 九州における偏微分方程式研究集会(九大), 1/29-31, 2007

18. G.Nakamura, Mathematical analysis for magnetic resonance Tomography, 九州における偏微分方程式研究集会(九大), 1/29-31, 2007

19. 本多尚文, ストークス幾何の実線破線決定条件について, 微分方程式系の代数解析と完全 WKB 解析, 京大数理解析研 12/11-14, 2006

20. S.Jimbo, Ginzburg-Landau equations in thin domains, 散逸系におけるパターン形成問題, RIMS 10/16-18, 2006

21. S.Jimbo, Ginzburg-Landau equations in thin domains, Workshop on singularities in PDE and the calculus of variations, Centre de Recherches Mathematiques Univ. of Montreal 7/16-21, 2006

22. N.Honda, On the Stokes geometry of NoumiYamada systems, Algebraic analytic and geometric aspects of complex differential equations and their deformation of Painleve Hierarchies, RIMS 5/15-20, 2006

23. K.Tachizawa, The uncertainty principle, wavelets, eigenvalues of the Schrodinger operator, 第7回北東数学解析研究会, 北大, 2006年2月20, 21日

24. S.Jimbo, Singular deformation of domains and spectral asymptotics, 6th AIMS international conferences Univ. Poitiers 6/25-28, 2005.

25. S.Jimbo, Singular deformation of domains and spectral analysis, Hokkaido Univ. Seoul Univ. Joint seminar, Seoul Univ. 10/14-15, 2005.

26. K.Tachizawa, A generalization of the Sobolev-Lieb-Thirring inequality, SNU- HU 3rd Joint Symposium on Mathematics, Seoul Univ. 10/14, 2005

27. 神保秀一, 領域の退化と固有値の漸近挙動, 日本数学会, 応用数学科会特別講演, 岡山大学 9月21日 2005年.

28. 立澤一哉, Weighted L^p Sobolev

-Lieb-Thirring inequalities, 日本数学会, 実函数論分科会, 岡山大学, 2005年9月21日.

29. 立澤一哉, Greedy bases in weighted spaces, 日本数学会, 実函数論分科会, 岡山大学, 2005年9月21日

30. G.Nakamura, A unified method for identifying the discontinuity of a medium, Inverse problems, multiscale analysis and homogenization, Seoul National Univ. 6/22-24, 2005

31. K.Tachizawa, An application of Frazier-Jawerth's phi-transform to the Sobolev-Lieb-Thirring inequalities, the Special Semester 'Modern Methods of Time-Frequency Analysis' SPRING 2005, at the Erwin Schrodinger Institute, 6/10, 2005.

[図書] (計2件)

1. 神保秀一, 偏微分方程式入門, 共立出版, 2006, 223page (査読無).

2. 神保秀一, 森田善久, ギンツブルク-ランダウ方程式と安定性解析, 岩波数学叢書, 岩波書店, 2009, 335page(査読有)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

神保 秀一(JIMBO SHUICHI)
北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号: 80201565

(2) 研究分担者

中村 玄(NAKAMURA GEN)
北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号: 50118535

立澤 一哉(TACHIZAWA KAZUYA)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授
研究者番号: 80227090

本多 尚文(HONDA NAOFUMI)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授
研究者番号: 00238817

(3) 連携研究者

なし