様式C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成21年3月31日現在

研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2005～2008
課題番号：17540134
研究課題名（和文）　景気循環に関する確率法則の研究

研究課題名（英文）　A stochastic distribution of a business cycle

研究代表者
西岡 國雄(NISHIOKA Kunio)
中央大学・商学部・教授
研究者番号：60101078

研究成果の概要：
景気循環を駆動する「経済成長モデル」として，“労働人口の変動”，“技術革新の度合い”の２項が確率摂動をうける確率モデルを構築した．さらにそれらの平均値と分散を含む幾つかの経済指標により，経済成長の漸近挙動を完全に分類した．

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2005年度	900,000	0	900,000
2006年度	700,000	0	700,000
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
総　計	3,300,000	510,000	3,810,000

研究分野：数物系科学
科研費の分科・細目：数学・数学一般（含 確率論・統計数学）
キーワード：経済成長方程式，確率摂動，漸近挙動，定常状態，景気循環，境界条件を持つ拡散過程，Inada条件．

１．研究開始当初の背景

（１)経済学者のSolowやSamuelsonなどは，単位国内総生産量{y(t),t≧0}が“貯蓄率 s，労働増加率 n を定数係数とした或る微分方程式(=経済成長方程式)”の解として得られることを示した．

しかし，その経済成長方程式では，ランダムに発生する“景気循環の仕組みとその法則”が上手く説明できない．

（２）そのため

・ 経済への外的ショックにより景気循環が起きるという外生的景気循環論，
・ 経済市場に内在する要因で景気循環が起こるという内生的景気循環論，

等を根拠として経済成長方程式の修正案が，続々と提出された．

（３）ところがいずれのモデルでも，景気循環のメカニズムは十分説明できず，“ランダムな景気循環の法則”も求めることが出来て

いなかった.

（４）そこで，1970 年から 90 年にかけて多数の経済学者が，“経済成長理論への確率項の導入”を提案した.

なかでも R. Merton (1975, Rev. Economic Studies) の提案は，経済成長方程式を確率微分方程式として定式化した点で，画期的なものであった．すなわち，単位国内総生産量 $\{ y(t,\omega), t \geqq 0 \}$ を「ある境界条件を満たす拡散過程」として構成したので，経済成長の研究に，確率過程論の研究成果を応用することを可能にした.

２．研究の目的

Merton の研究は，経済成長理論と確率過程論を結びつける上で画期的なものであったが,

- 非現実的と指摘される「Inada 条件」を仮定する,
- 導入した確率項が労働人口だけで，現実的ではない,
- 単位国内総生産量 $\{y(t,\omega), t \geqq 0\}$ の漸近挙動の分類が, 不十分ですべての場合を尽くしていない,

などの点で,「経済成長モデル」としてはまだ十分とは言えなかった.

そこで，我々は以下の研究目的を設定した.

（１）Merton の研究を基本として，労働人工の増加 $L(t,\omega)$, 技術的な進歩 $G(t,\omega)$ など複数の要素を或る確率過程とした確率経済成長方程式を構築する. その際,「Inada 条件」は必ずしも仮定しない.

（２）この定式化により，単位国内総生産量 $\{y(t, \omega), t \geqq 0\}$ は拡散過程となるが，その漸近挙動をすべての場合に分類する.

（３）さらに「$\{y(t,\omega), t \geqq 0\}$ の最小到達時間の確率分布」を解析することにより，“景気循環に関する確率法則”を導く.

（４） またコンピューター・シミュレーションを行い，「コンドラチェフの波」「ジュグラーの波」など経験的に云われている景気循環法則との比較/検証も行う.

３．研究の方法

Merton およびそれに続く“確率を考慮した経済成長理論”の研究では,

- 「非現実的」との指摘がある Inada 条件 を仮定する,
- 確率項として，労働人口の増減 $L(t, \omega)$,もしくは 技術的進歩 $G(t, \omega)$ のどちらか一方しか考えない,
- 「単位資本量 $k(t, \omega)$が不変測度を持つ」場合のみを扱っており，他の状況の解析が行われていない,

などの点で不満の残るものであった.

そこで，我々は以下の方法で研究を行った.

（１）経済成長確率微分方程式の一般化． 具体的には次のような確率経済成長方程式を構築し，解を求める：

- Inada 条件を仮定しない場合を扱う,
- 確率項として，労働人口の増加 $L(t,\omega)$, および 技術的進歩 $G(t,\omega)$, の両者を含む.
- その際,「労働人口の減少」および「負の技術的進歩 $G(t,\omega)$」（＝資源の枯渇による生産コストの増大） も考慮する.

（２）確率経済成長方程式の係数として

- 労働人口の増減の平均値その分散,
- 技術的な進歩の平均値とその分散,
- 貯蓄率,
- 資本形成時の摩擦係数

が含まれているが，それらのすべての組み合わせを調べ,「解の漸近挙動」を分類する.

（３）つぎに，前述の「一般化された経済成長確率微分方程式」の解は多次元の拡散過程となる．そこで“好景気”および“不景気”を以下に述べる手順に従い「確率過程がある領域に到達した時間」と定義し，「好景気 ⇒ 不景気 ⇒ 好景気」という景気循環の確率法則を解明する.

① 単位国内総生産量 $\{ y(t, \omega), t \geqq 0 \}$ は確率経済成長方程式の解として与えられる．そこである正数 a, b にたいし $y(0,\omega) = a$ とする.

(i) 第一の好景気の始まり: $y(t, \omega)$ の開区間 $(a+b, \infty)$$ への最小到達時間 $T(1)$,
(ii) 第一の不景気の始まり: $t > T(1)$ での $y(t,\omega)$ の開区間 $(0, a-b)$ への最小到達時間 $S(1)$.
(iii) 第二の好景気の始まり: $t > S(1)$ での $y(t,\omega)$ の開区間 $(a+b, \infty)$ への最小到達時間 $T(2)$.

(iv)　　以下同様にして，S(2)，T(2)，… を定義する．

② $T(2) - T(1)$, $T(3) - T(2)$, …，を“景気循環の周期”とよぶ．

ここで $y(t,\omega)$ は強 Markov 性を備えているので, $\{ T(k+1) - T(k),\ k= 1, 2, \cdots \}$ は全て同じ確率分布を持つ事になる．

この“景気循環の周期”に関する確率法則を調べることが，我々の第二の目標であるが，確率過程論では「最小到達時間の分布」は広く研究されており，それらを我々の研究に適用する．

４．研究成果

（１）Inada 条件を仮定した場合，単位国内総生産量を表す拡散過程 $\{ y(t,\omega), t \geqq 0 \}$ の漸近挙動は比較的簡単に判定できる．

ところがそれを仮定しない場合，“貯蓄係数 s, 労働人口の増加係数 n 人口変動の分散 σ”の微妙な相互関係により，$\{ y(t, \omega), t \geqq 0\}$の漸近挙動は大きく変化する．

（２）特に Inada 条件の下では起こり得なかった「確率 1 での経済の破綻」(現実に幾つもの最貧国では“負の経済成長と破産“が起こっている）　が，我々の経済成長理論では起こり得る事が証明できた (Nishioka 2004, 2006, 2007).

（３）上記の結果は，確率項として “人口の変動 $L(t,\omega)$” のみを考えた場合に得られたものであるが，それに加えて 技術的進歩 $G(t,\omega)$ を考慮した確率経済成長方程式 (多次元) 場合にも，「確率 1 での経済の破綻」 のような特異な状況が起こり得る事が示された．

特に，労働人口の平均値が減少する状況では，

- 国内総生産量の漸近挙動,
- 個人資産の漸近挙動,

は大きく異なることがあり，

- 前者が減少するが，後者は増加,
- 両者ともに現象,

の両方の場合が,「労働人口の増加 $L(t,\omega)$, 技術的な進歩 $G(t,\omega)$」の大小関係により起こり得ることが示された（Nishioka, 2008）．

（４）当初に目標とした「$\{ y(t, \omega),\ t \geqq 0 \}$ が駆動する景気循環の周期に関する確率分布」に関しては，まだ研究途上であり，発表の段階に至っていない．

５．主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　5　件）

① K. Nishioka, Economic growth under two stochastic perturbations, 京大 数理研講究録, 1620, 53-66, 2009, 査読無し.

② K. Nishioka, Two dimensional linear dynamical systems with small random terms, *Stochastic Economic Dynamics*, Ed. by B. S. Jensen and T. Palokangas, 101-132, CBS Press, 2007, 査読有り.

③ K. Nishioka, Stochastic growth models of an isolated economy, *Stochastic Processes and Applications to Mathema -tical Finance, Proceedings of the 6-th Ritsumeikan International Symposium*, Ed. by J. Akahori, S. Ogawa, and S. Watanabe, 259-274, World Scientific, 2007, 査読有り.

④ M. Hirayama and N. Sumi, Absolutely continuous invariant measures for expansive diffeomorphisms of the 2-torus, Hiroshima Math. J., 37, 491-517, 2007, 査読有り.

⑤ 西岡 國雄, 確率項を含む経済成長方程式, 京大 数理研講究録, 1462, 178-186, 2006, 査読無し.

〔学会発表〕（計　5　件）

① 西岡 國雄, 2 つの確率項を含む経済成長方程式, 2008 年 12 月 17 日, 確率論シンポジウム, 東京工業大学.

② K. Nishoka, Economic growth with stochastic perturbations, 確率解析に於ける諸問題 VIII, 2008 年 7 月 9 日, 京都大学数理解析研.

③ K. Nishioka, Stochastic growth models of an isolated economy, *Stochastic processes and applications to mathe -matical finance 2006*, 2006 年 3 月 7 日. 立命館大学.

④ 西岡 國雄, 確率摂動を含む経済成長, 数理ファイナンスとその周辺, 2006 年 1 月 26 日, 一橋大学.

⑤ 西岡 國雄, 確率摂動を含む経済成長方程式, 確率過程とその周辺, 2005 年 12 月 22 日, 京都大学.

〔図書〕（計　2　件）

① 青木 統夫，培風館，解析的視点からの力学系，2008 年，241 ページ.
② 西岡 國雄，東京都立大学出版会，数理ファイナンスの基礎，2005 年，116 ページ.

６．研究組織

(1)研究代表者
西岡 國雄（Nishioka Kunio）
中央大学・商学部・教授
研究者番号：60101078

(2)研究分担者
青木 統夫（Aoki Nobuo）
中央大学・商学部・教授
研究者番号：60087020
（2008 年度は連携研究者）

佐藤 定夫（Sato Sadao）
東京電機大学・理工学部・教授
研究者番号：10170747
（2008 年度は連携研究者）

鷲見 直哉（Sumi Naoya）
東京工業大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：50301411
（2008 年度は連携研究者）

(3)連携研究者