

平成 21 年 5 月 21 日現在

研究種目： 基盤研究 (C)

研究期間： 2005～2008 年度

課題番号： 17540237

研究課題名 (和文) ソリトンの力学と余剰次元模型への応用

研究課題名 (英文) Dynamics of Solitons and its application to models with extra dimensions

研究代表者

坂井 典佑 (SAKAI NORISUKE)

東京女子大学・文理学部・教授

研究者番号： 80108448

研究成果の概要：

スカラー場が値を持つヒッグス相でゲージ理論に生じるソリトンを考察した。特に、8個の超対称電荷を持つ理論に埋め込める場合には、ソリトン解をすべて求めることができた。本研究において、「モジュライ行列」という方法を提案し、解を持つパラメータ(モジュライ)をすべて尽くすことに成功した。ヒッグス相では、ドメイン・ウォールと渦糸(ポータックス)が単独で存在可能であることがわかり、それらは超対称性を1/2保つ。磁気単極子やインスタントンは渦糸を必ず伴うので、複合ソリトンとなり、超対称性を1/4保つ。一方、平行でない壁は交わるので、ネットワークを作ることにもできる。この場合も超対称性を1/4保つ。これらすべての場合について、有効理論を構成し、ソリトンの力学を考察することができた。ドメイン・ウォールを応用して、余剰次元模型における超対称性の破れを考察した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	900,000	0	900,000
2006年度	900,000	0	900,000
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
総計	3,400,000	480,000	3,880,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：超対称性、ソリトン、ゲージ理論、余剰次元、ヒッグス相、BPS 状態、モジュライ、ドメイン・ウォール

1. 研究開始当初の背景

我々の4次元時空がより高次元の時空の壁状の部分空間(ブレン)であるとする余剰次元模型の考え方は、ドメイン・ウォールのようなソリトンを模型の構成要素として必要とする。このようなソリトンの性質を詳しく調べることが余剰次元模型の基礎を築くことになる。一方で、ソリトンは

超弦理論でも場の量子論でも、非摂動的効果の解明に中心的な役割を果たしている。このようにソリトンは重要な役割を果たすが、さまざまな状況でのソリトン解の系統的な求め方は確立していなかった。特にヒッグス相でのソリトン解については、いまだ十分な理解が得られていなかった。超対称ゲージ理論のヒッグス相でソリトンが理論

の超対称性を半分保存する例や、1/4 保存する例はいくつか知られていたが、最も一般的な条件は見つかっていなかった。また、一般解を決定することもまったく手付かずであった。

2. 研究の目的

非摂動論的效果を求めるためにも、また、余剰次元模型での有効場理論構築のためにも、ソリトン解の持ち得るパラメータ、すなわちモジュライを知ることが重要である。ソリトン上の低エネルギー有効理論を考える際には、ソリトン解のパラメータ（モジュライ）は、一般にソリトンの世界体積上の質量零の有効場として登場する。たとえば、ソリトン上に余剰次元模型を構築すると、モジュライが低エネルギー有効理論に登場する場となる。一方、ソリトン力学の非摂動効果を考える際にも、モジュライは中心的役割を果たす。超対称ゲージ理論のヒッグス相で、ソリトン解をすべて数えつくし、そのモジュライから低エネルギー有効場理論を求めることが本研究の出発点となった目的であった。一方、我々の4次元時空がより高次元の時空の壁状の部分空間（プレーン）であるとする余剰次元模型の考え方は、ドメイン・ウォールなどのソリトンを模型の構成要素として必要とする。得られたソリトンとその有効場理論を余剰次元模型の模型構築に応用することも、もうひとつの目的であった。

3. 研究の方法

さまざまなソリトンを場の理論を用いて研究した。余剰次元模型では、5次元またはそれ以上の高次元理論が出発点となるので、超対称性も最小限8個必要である。この余剰次元模型への応用を念頭において、8個の超対称性を持つゲージ理論を中心として研究した。また、ソリトンの性質に触発されて、超対称性を持つ余剰次元模型のさまざまな性質を考察した。

非摂動論的效果を理解するために、ソリトンをすべて数え上げることが必要であり、余剰次元模型での有効場理論構築のためにも、ソリトン解が持つモジュライを完全に求めることが不可欠である。

我々はヒッグス相でのソリトンを研究するために、 $U(1)$ 群を含む超対称なゲージ理論を用いた。まず、ソリトンが超対称性を半分保存するための条件や、1/4 保存する条件を決定し、その条件を与えるBPS方程式の解法を調べた。特に、ソリトンが持つモジュライを求めるために解をすべて与えることに努力した。中心的に扱った理論は $U(N)$ ゲージ理論である。

一方、余剰次元模型への応用としては、主に5次元の理論で、ドメイン・ウォール上の有効理論を

取り上げた。超対称性が備わった模型が標準模型を超える統一理論の有力候補だが、この超対称統一理論の研究では、超対称性の破れがもっとも理解が進んでいない。余剰次元模型を用いることによって、超対称性の破れが標準模型の粒子に間接的にしか影響しないという模型を構成できる。こうした試みへの応用を行った。

4. 研究成果

(1) 我々は超対称な非アーベルゲージ理論を取り上げ、それらが実現するヒッグス相でのさまざまなソリトンを系統的に構成し、それらの解のモジュライ空間を決定した。特に我々が着目したヒッグス相では、ヒッグス場が値を持つために、ゲージ対称性が破れる。このような場合、超伝導状態とどのような状況となり、マイスナー効果によって磁束は排除される。したがって、磁束がごく小さな領域だけを貫通した方がエネルギー的に有利なので、磁場の束が渦糸（ポータックス）として存在できる。これがヒッグス相での基本的なソリトンの一つであり、超対称性を半分保存する。もうひとつの基本的なソリトンは基底状態が離散的な場合で、異なる基底状態をつなぐドメイン・ウォールが存在できる。我々はこれら二つのソリトン以外には基本的なソリトンが存在できないことを発見した。

(2) 磁気単極子（モノポール）がヒッグス相に置かれると、磁気単極子から出る磁場が細い束として出て行く他はない。そのために、磁気単極子には渦糸が伴う。この複合ソリトンは超対称性を1/4 保存する。我々はこの系にドメイン・ウォールが共存しても同じ1/4の超対称性を保存することを発見した。どのように、インスタントンは渦糸を伴うと、ヒッグス相で安定に存在できる。これも1/4の超対称性を保存する。一方、平行でないドメイン・ウォールが共存すると、互いに交わるので、ドメイン・ウォールのジャンクションが生まれる。さらにジャンクションとドメイン・ウォールを多数集めてネットワークを作ることできる。これはウェブともいふべき複雑なパターン構造をもたらす。このドメイン・ウォール・ジャンクションの系も1/4の超対称性を保存することを我々は発見した。

(3) また、これらの超対称性を1/4 保存する複合ソリトンたちが次元簡約で関係していることを発見した。すなわち、一つの方向への依存性をなくすと、1次元だけ次元簡約されたことになる。たとえば、インスタントンと渦糸の系で、1次元簡約すると、磁気単極子と渦糸とドメイン・ウォールの共存する系が得られる。さらにもう1次元簡約すると、ドメイン・ウォールのウェブが得られる。

(4) 我々は $U(N)$ ゲージ理論を採用したので、超

対称性を半分保存するソリトンのうちで、ドメイン・ウォールの持ち得るパラメータの空間、すなわちモジュライ空間は全体として複素グラスマン多様体となることがわかった。また、弦理論からヒントを得て予想されていた渦糸のモジュライ空間も、場の理論から正確に導くことに成功した。1/4の超対称性を保存する複合ソリトンについても、解が持つモジュライをすべて数え上げることに成功した。たとえば、ドメイン・ウォールのウェッジのモジュライ空間も、複素グラスマン多様体となる。

(5) 超対称性を部分的に保存するソリトン解を与える方程式はBPS方程式と呼ばれる。この方程式の解の半分は完全に解くことができる。このソリトン解はモジュライ行列という行列で特徴付けられ、この行列がソリトン解のモジュライをすべて含むことを我々は発見した。モジュライ行列の方法によって、ソリトン解を系統的に完全に与えることが可能になる。

モジュライ行列が与えられると、もう半分のBPS方程式には解が存在し、一意的であることを、 $U(1)$ ゲージ理論の場合に厳密に示した。強結合の極限で、具体的に厳密解を得ることができることも示した。一般の場合には、解の存在と一意性がまだ示されていないが、指数定理によって、モジュライ行列の記述がモジュライ空間を特徴付けるのに必要十分であることを、我々は示した。ヒッグス相でのソリトンの研究に、モジュライ行列の方法が有効であることは世界の多くの専門家によって認識され、広く使われるようになってきている。

(6) ソリトン上の低エネルギー有効場理論は、モジュライをソリトンの世界体積上の場に格上げして、それらの有効作用を決定することによって得られる。我々はこの有効作用をソリトンの依存する座標についての積分の形で一般に与えることに成功した。この我々の公式に、BPS方程式の解を代入して積分するだけで有効作用が求まる。この公式は、余剰次元模型など、多くの研究分野での応用が期待できる。

(7) 基本的なソリトンのうち、ドメイン・ウォールについてはモジュライ空間の系統的な研究はなされていなかったため、モジュライ空間の特徴づけと、その物理的意味を明確にした。特に、ヒッグス場の質量が縮退した場合には、モジュライ空間が内部空間での方向を表す非アーベル的なモジュライが登場することを発見した。この場合には、超弦理論におけるDブレーンとの類似性が生じる。我々はドメイン・ウォールの有効場理論とDブレーンの有効場理論との間の類似性だけでなく、相違点をも明らかにした。特に、ふたつのドメイン・ウォールが離れると、モジュライ場は質量零のままドメイン・ウォールの間に広がる点がDブレーンとの大きな相違点であることを発見

した。余剰次元模型に応用するには、ドメイン・ウォール上にゲージ場を局在させることが望ましいが、非アーベル的なモジュライの研究はこの課題につながっている。この点は永年にわたる懸案であり、今後の研究の進展が期待される。

(8) 一般に1/4の超対称性を保存する複合ソリトンの力学はまったく手が付けられていなかったが、我々は具体例として、ドメイン・ウォールのウェッジを取り上げ、その有効場理論が非線形シグマ模型となることを示し、その計量を具体的に求めることに成功した。

さらにこの有効場理論を用いて、ドメイン・ウォールのウェッジがどのように時間発展するのかをモジュライ場がゆっくりと動く近似で求めた。その結果、ドメイン・ウォールは近づく初期条件から出発しても、最終的には互いに飛び散るのが一般的傾向であることが分かった。また、非アーベルゲージ理論の場合には、ドメイン・ウォール・ジャンクションの性格が異なるものがあるが、それらが互いに移り変わる過程も存在することが分かった。

複合ソリトンのうちで、磁気単極子やインスタントンが登場する場合は、今後の研究課題であり、新たな興味深い物理的結果が期待される。たとえば、ヒッグス相から極限をとることで、対称性が破れていない相でのソリトンの性質を理解する手がかりが得られるかもしれない。

(9) より一般的なゲージ群や物質場を採用した場合には、更に豊かな構造が見られる。その例として、 $U(1) \times U(1)$ ゲージ理論でいくつかの物質場を導入し、強結合極限でヒルツェブルフ面の余接バンドルの非線形シグマ模型となる理論を考察した。この例でも、ドメイン・ウォールのモジュライ空間がラグランジュ部分多様体となることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 20 件)

Minoru Eto, Toshiaki Fujimori, Takayuki Nagashima, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi and Norisuke Sakai, "Dynamics of Strings between Walls", Phys.Rev.D79, (2009), 045015-1-24, 査読有

Toshiaki Fujimori, Muneto Nitta, Kazutoshi Ohta, Norisuke Sakai and Masahito Yamazaki, "Intersecting Solitons, Amoeba and Tropical Geometry", Phys.Rev.D78, (2008), 105004-1-23, 査読有

Minoru Eto, Toshiaki Fujimori, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi and Norisuke Sakai, ``Domain Walls with Non-Abelian Clouds'', Phys.Rev.D77, (2008), 125008-1-25, 査読有

Minoru Eto, Toshiaki Fujimori, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Kazutoshi Ohta and Norisuke Sakai, ``Statistical mechanics of vortices from D-branes and T-duality'', Nucl. Phys.B788, (2008), 120-136, 査読有

Minoru Eto, Toshiaki Fujimori, Takayuki Nagashima, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi and Norisuke Sakai, ``Dynamics of Domain Wall Networks'', Phys.Rev.D76, (2006), 125025-1-20, 査読有

Norisuke Sakai and Nobuhiro Uekusa, ``Selecting Gauge Theories on an Interval by 5D Gauge Transformations'', Prog.Theor.Phys. 118, (2007), 315-335, 査読有

Nobuhito Maru, Norisuke Sakai, and Nobuhiro Uekusa, ``Radius stabilization by constant boundary superpotentials in warped space'', Phys.Rev.D76, (2006), 125014-1-20, 査読有

Minoru Eto, Toshiaki Fujimori, Takayuki Nagashima, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Norisuke Sakai, ``Effective Action of Domain Wall Networks'', Phys.Rev.D75, (2006), 045010-1-19, 査読有

Minoru Eto, Youichi Isozumi, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Norisuke Sakai, ``Manifestly Supersymmetric Effective Lagrangians on BPS Solitons'', Phys.Rev.D75, (2006), 125008-1-17, 査読有

Nobuhito Maru, Norisuke Sakai, and Nobuhiro Uekusa, ``Supersymmetry Breaking by Constant Boundary Superpotentials in Warped Space'', Phys.Rev.D74, (2006) 045017-1-15, 査読有

Minoru Eto, Youichi Isozumi, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Norisuke Sakai, ``Solitons in the Higgs Phase: Moduli matrix approach'', J. Phys. A39, (2006), R315-392, 査読有

Minoru Eto, Toshiaki Fujimori, Muneto

Nitta, Keisuke Ohashi, Kazutoshi Ohta, Norisuke Sakai, ``Non-Abelian Vortices on Cylinder-Duality between vortices and walls'', Phys.Rev.D73, (2006), 085008-1-18, 査読有

Minoru Eto, Youichi Isozumi, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Norisuke Sakai, ``Moduli Space of Non-Abelian Vortices'', Phys.Rev.Lett. 96, (2006), 161601-1-4, 査読有

Minoru Eto, Youichi Isozumi, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, and Norisuke Sakai, ``Non-Abelian Webs of Walls'', Phys.Lett.B632, (2006) 384-392, 査読有

Norisuke Sakai and Yisong Yang, ``Moduli space of BPS walls in supersymmetric gauge theories'', Commun.Math.Phys.267, (2006) 783-800, 査読有

Minoru Eto, Youichi Isozumi, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Norisuke Sakai, ``Webs of Domain Walls in Supersymmetric Gauge Theories'', Phys.Rev. D72, (2005), 085004 -1-18, 査読有

Minoru Eto, Youichi Isozumi, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Kazutoshi Ohta, Norisuke Sakai, and Yuji Tachikawa, ``Global Structure of Moduli Space for BPS Walls'', Phys.Rev.D71, (2005), 105009-1-22, 査読有

Norisuke Sakai, David Tong, ``Monopoles, Vortices, Domain Walls and D-branes: The rules of Interaction'', J.High Energy Phys.03, (2005), 019, 査読有

Minoru Eto, Youichi Isozumi, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Norisuke Sakai, ``Instantons in the Higgs Phase'', Phys.Rev.D72, (2005), 025011-1-19, 査読有

Minoru Eto, Youichi Isozumi, Muneto Nitta, Keisuke Ohashi, Kazutoshi Ohta, Norisuke Sakai, ``D-brane Construction for Non-Abelian Walls'', Phys.Rev.D71, (2005), 125006-1-23, 査読有

〔学会発表〕(計 18 件)

坂井典佑, 「Domain Walls with Non-Abelian Clouds」, 理研シンポジウム「場と弦の理論の発展に向けて」, 2008年12月20日, 理化学研究所

坂井典佑, 「Intersecting Solitons, Amoeba and Tropical Geometry」, 基礎研究会「量子場理論と弦理論の発展」, 2008年7月25日, 京都大学基礎

物理学研究所

Nagashima Takayuki, 「Dynamics of Strings between Domain Walls」, 16th International Conference on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY08), 2008.6.20, Seoul, Korea

坂井典佑, 「Selecting gauge theories on an interval by 5D gauge transformations」, International Workshop on Higher Dimensional Gauge Theory and the Unification of Forces, 2007年11月30日, 神戸大学理学部, 神戸

Norisuke Sakai, 「Effective Action of Domain Wall Networks」, 15th International Conference on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY07), 2007.7.31, Karlsruhe, Germany

Nobuhiro Uekusa, 15th International Conference on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY07), 2007.7.31, Karlsruhe, Germany

坂井典佑, 「Solitons in the brane-world scenario」, 素粒子原子核研究所研究会「物理における安定性と不安定性」招待講演, 2007年3月23日, 素粒子原子核研究所, つくば市

坂井典佑, 「ヒッグス相におけるソリトン: モジュライ行列の方法」日本物理学会・日本数学会合同講演会, 2007年3月21日, 近畿大学, 東大阪

Norisuke Sakai, 「Moduli Space of Domain Wall Junctions and Loops」, Workshop Komaba 2007 Recent Developments in Strings and Fields, 2007年2月11日, 東京大学教養学部, 駒場, 東京

Norisuke Sakai, 「Effective Lagrangians on domain walls and other solitons」, From Strings To LHC Workshop, 2007.1.7, Goa, India

Norisuke Sakai, 「Abelian and Non-Abelian Webs of Walls」, International Workshop on Non-commutativity in Strings, gravity and Field Theory, 2006年11月16日, 首都大学東京, 八王子, 東京

Norisuke Sakai, 「Selecting Gauge Theories on an Interval by 5D Gauge Transformations」, 日米及び環太平洋地域 2006年ハワイ素粒子物理学学会, 2006.11.01, Hawaii, USA

Norisuke Sakai, 「Solitons in Supersymmetric Gauge Theories: Moduli Matrix Approach」, International Conference on Continuous Advances in QCD 2006, 2006.5.13, Minneapolis, USA

坂井典佑, 「Solitons in the Higgs phase: moduli matrix approach」, 大阪市立大学 21世紀 COE/数学研究所研究会「場の理論・弦理論の進展」, 2006年2月7日, 大阪市立大学, 大阪

Norisuke Sakai, 「Solitons in Supersymmetric Gauge Theories:(Walls, Junctions, Other Solitons and Their Composites)」, International Workshop "Supersymmetry, Duality and Unification", 2005年11月19日, 東京工業大学, 東京

Norisuke Sakai, 「Solitons in Supersymmetric Gauge Theories」, Sapporo Autumn School 2005, 2005年10月26-28日, 北海道大学 札幌

Norisuke Sakai, 「Solitons in Supersymmetric Gauge Theories」, 11th International Symposium on Particles, Strings and Cosmology (PASCOS 2005), 2005.6.28, Gyeongju, Korea

Muneto Nitta, 「D-brane Configurations for Domain Walls and Their Webs」, 11th International Symposium on Particles, Strings and Cosmology (PASCOS 2005), 2005.6.28, Gyeongju, Korea

〔図書〕(計 1 件)

太田信義, 坂井典佑, サイエンス社, 「超対称性理論」2006, 166ページ

6. 研究組織

(1) 研究代表者

坂井 典佑 (SAKAI NORISUKE)
東京女子大学・文理学部・教授
研究者番号: 80108448

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

衛藤稔 (ETO MINORU)

理化学研究所・川合理論物理学研究室・研究員

藤森俊明(FUJIMOTRI TOSHIAKI)
東京工業大学・理工学研究科・研究員

五十棲洋一(ISOZUMI YOUICHI)
ルネサステクノロジー・社員

長島崇行(NAGASHIMA TAKAYUKI)
東京工業大学・理工学研究科・大学院生

大橋圭介(OHASHI KEISUKE)
京都大学・理学部・研究員

新田宗土(NITTA MUNETO)
慶應義塾大学・商学部・准教授
研究者番号：60433736

丸信人(MARU NOBUHITO)
中央大学・理工学部・研究員

植草宣弘(UKUSA NOBUHIRO)
大阪大学・理学系研究科・研究員

太田和俊(OHTA KAZUTOSHI)
明治学院大学・法学部・専任講師
研究者番号：80442937

山崎正人(YAMAZAKI MASAHIRO)
東京大学・理学研究科・大学院生

立川裕二(TACHIKAWA YUJI)
Princeton 高等学術研究所・研究員

David Tong
Lecturer, DAMTP, University of Cambridge

Yisong Yang
Professor, Department of Mathematics,
Polytechnic University, New York