

平成21年3月31日現在

研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2005～2008
 課題番号：17540376
 研究課題名（和文） 一般化されたチャンネル結合点状相互作用を用いた量子レジスター
 のモデル
 研究課題名（英文） A model of quantum register based on generalized
 coupled-channel point interactions
 研究代表者 外山 政文（TOYAMA MASAFUMI）
 京都産業大学・コンピュータ理工学部・教授
 研究者番号：60180189

研究成果の概要：

一般化された点状相互作用と、2チャンネル結合系の点状相互作用を用いた量子レジスターモデルについて調べた。量子レジスターの本モデルでは、2状態系としての量子レジスターが、2チャンネル結合点状相互作用による量子散乱過程によって記述される。関連課題として、量子力学の非局所性、量子テレポーテーションの時間発展モデル、シュレーディンガー方程式の高精度数値解法、量子探索問題、等についても研究を行った。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	1,500,000	0	1,500,000
2006年度	700,000	0	700,000
2007年度	700,000	210,000	910,000
2008年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	3,500,000	390,000	3,890,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 原子・分子・量子エレクトロニクス・プラズマ

キーワード：一般化された点状相互作用、チャンネル結合、量子レジスター

1. 研究開始当初の背景

量子力学の自己共役拡張とそれに関する点状相互作用は、国内外を問わず活発な研究がなされてきた。我々は、従来からアハラノフ・ボーム場におけるスピン1/2の荷電粒子のハミルトニアン自己共役拡張の問題を始め、量子力学の自己共役拡張と、それに関する点状相互作用のチャンネル結合系への一般化について、活発な共同研究を行ってきた。

点状相互作用とは、空間の一点でのみ相互作用があり、それ以外では自由空間である最もシンプルな相互作用系のことを言う。したがって、極めて自明な物理系と考えられ、一見してそこにはとるべき物理がないと思われるかも知れない。しかしながら量子力学的には、これが豊富な物理を内蔵されていることが近年明らかになってきた。しかも、空間1次元点状相互作用の方が、空間3次元点状相互作用よりも応用的にも有用であることも明

らかになってきた。例として、一次元量子ワイヤーへの応用が挙げられる。その一次元点状相互作用のなかでも、運動エネルギー演算子自己共役拡張タイプの点状相互作用の性質については活発な研究が展開されてきた。

一方、量子コンピューティングは、量子情報科学の中心的分野として、国内外を問わず活発な理論・実験両面の研究が行われている。そこでは、いかにして制御可能な拡張性のある量子レジスターを物理的に実現するかが最大の課題となっている。本研究計画は、一見して極めてアカデミックな問題と見られがちな一般化された点状相互作用を応用して、量子レジスターの新しいタイプのモデルを構築するものである。

2. 研究の目的

本研究計画をスタートするまでに、我々は既に、運動エネルギー演算子自己共役拡張タイプの点状相互作用の2チャンネル結合系への拡張を行った。また、WuとYuによるフェルミ擬ポテンシャルタイプの点状相互作用と、運動エネルギー演算子自己共役拡張タイプの点状相互作用の関係を明らかにした。本研究計画で、エネルギーに依存する点状相互作用という新しいタイプの問題についても調べることにした。一般に、エネルギー依存型のポテンシャルは、その実用面における有用性の背後に原理的な問題もはらんでいる。その意味で、エネルギーに依存する点状相互作用の研究は有意義である。

本研究計画ではさらに、その一般化された2チャンネル結合系の点状相互作用を応用し、新しいタイプの量子レジスター（量子メモリー）のモデルの構築について調べることを目的とした。

3. 研究の方法

一般に、量子レジスターは、2つの独立した量子状態の重ね合わせ状態で定義される。その量子レジスターに対する必要条件の一つは、制御可能な方法で量子レジスターの状態を時間発展させることであり、これはユニタリーゲートによって記述される。

本研究計画で提案するモデルでは、量子レジスターが2チャンネル点状相互による量子散乱過程によって制御される。すなわち、量子散乱過程により量子レジスターにユニタリー時間発展を与えるものである。前記の

一般化された2チャンネル結合系での点状相互作用は、連立シュレーディンガー方程式によって記述され、2状態重ね合わせ状態の制御モデルとして有用な相互作用系である。

4. 研究成果

(1) エネルギー依存型一次元点状相互作用の最も一般的な形

点状相互作用は波動関数の相互作用点での2階または高階導関数を含む境界条件によって特徴づけられる。そのように構成された相互作用はエネルギーに依存する。しかも、そのエネルギー依存型の点状相互作用は、ユニタリーな透過・反射問題のS-行列を与える。その相互作用のエネルギー依存性が、任意の与えられたユニタリーなS-行列が、全てのエネルギーで実現されうるように選ぶことができることを示した。

(2) エネルギー依存型の点状相互作用を持つシュレーディンガー方程式の定常解と非定常解の性質

定常解はある完全性を形成し、時間に依存したシュレーディンガー方程式の非定常解は定常解の一次結合で表される。但し、これは、エネルギー依存型一次元点状相互作用が自己共役であり、その非定常解の時間発展がユニタリーであることを必ずしも意味しない。本研究では、定常解が全て互いに直交すればエネルギー依存型点状相互作用は自己共役になることを示した。また、その直交性条件が満足されない状況についても具体例を示した。

(3) 空間-時間反転不変な一次元点状相互作用について

WuとYuのフェルミ擬ポテンシャルを用いて、複素数型であるが空間-時間反転に対して不変な一次元点状相互作用を構築した。そうして得られた点状相互作用は、運動エネルギー演算子の自己共役拡張としてAlbeverio, Fei, Kusarov達が得た点状相互作用と等価であることを示した。

(4) デルタ関数の微分型の点状相互作用の等価-反射問題について

Christiansen達は、矩形型の有限幅のポテンシャルのゼロレンジの極限としてデルタ関数の微分型のポテンシャルの等価-反射問題を調べ、これまでの通説に反し、完全透過ではないがあるエネルギーにおいて周期的に部分的な透過（レゾナンス）が生じることを指摘した。この結果を踏まえ、本研究では、

矩形型ではなくスムーズな形をした有限幅のポテンシャルのゼロレンジの極限としてデルタ関数の微分型点状相互作用を定義しその等価-反射問題について調べた。そして、周期的な部分的透過（レゾナンス）のゼロレンジ極限への形状依存性について明らかにした。

(5) 3つの複素パラメータを持つ点状相互作用について

非エルミートハミルトニアン H とそのエルミート共役ハミルトニアン H^\dagger の対に対して、それらの固有状態が双直交系を形成するような状況が存在する。本研究では、3つの複素係数を持つフェルミ擬ポテンシャル型の一次元点状相互作用を用いてそのような状況が存在することを明らかにした。ここで用いた複素係数を持つ点状相互作用は、一般的にエルミートでもなくまた空間-時間反転不変でもない。また、 H または H^\dagger で通常の方法で構成された S 行列はユニタリーでないが、我々が定義する意味（論文参照）での擬ユニタリリティを満足する。そして、その擬ユニタリリティは前記の固有関数の双直交性と密接に関連している。複素係数の点状相互作用を持つハミルトニアン H の固有値は一般的には複素数であるが、その固有値が実数になる場合が存在する。そして、そのような場合には H と H^\dagger は擬エルミート対を形成する。以上のことを明らかにした。

(6) チャンネル結合点状相互作用を用いた量子メモリーのモデル

量子レジスターは、2つの独立した量子状態の線形重ね合わせ状態で定義され、その時間発展は外界からのシグナルによって制御される。一般化された2チャンネル結合系での点状相互作用は、連立シュレーディンガー方程式によって記述され、2状態重ね合わせ状態の制御モデルとして有効な相互作用系である。本研究では、量子レジスターが一般化された2チャンネル結合系の量子散乱過程によって記述されるモデルについて調べた。

(7) 有限幅のトンネルポテンシャルと調和振動子ポテンシャルから成る量子ソロバンの安定性について

トンネルポテンシャルがゼロレンジの点状相互作用の場合の量子ソロバンは、Cheon達によって調べられたように安定なビット系である。しかしながら、実際の物理系では必ずポテンシャルは有限でありその有限幅の効果がどの程度量子ソロバンを不安定にするかを調

べる必要がある。本研究では、コヒーレント波束の時間発展を時間に依存するシュレーディンガー方程式を数値的に解いて有限幅トンネルポテンシャルの効果を調べた。その結果、有限幅のトンネルポテンシャルの透過確率のエネルギー依存性が重要であり、安定な量子ソロバンを実現するには、できるだけ一定のエネルギー依存性を持つ微小有限幅のトンネルポテンシャルを形成する必要があることを示した。

-上記の研究の他に、本研究課題と密接に関係した以下の課題について研究を行った。-

(8) 位置と運動量の量子状態の量子テレポーテーションの時間発展的モデル

位置と運動量の量子状態のテレポーテーションの時間発展モデルを構築した。このモデルを用いて、受信者が送信者から古典通信でエンタングル測定の結果を得てユニタリー変換をテレポート状態に行うまでに生じる時間遅れが、どの程度まで受信者側のテレポート状態を劣化させるかを調べた。また、送信者側の2モードの入力状態がテレポーテーションによって1モード状態となって受信者側に生成される状況を量子テレポーテーションの古典的極限との関連で明らかにした。

(9) 量子力学の非局所的隠れた変数モデルに基づく量子軌跡の非局所相関

Riceによって議論された幾何学的方法による配置空間における2粒子エンタングルド状態の量子軌跡の非局所相関をシミュレートするモデルを、コヒーレント波束を用いて具体的に構築した。そのモデルを用いて、量子軌跡の非局所相関を時間発展的に詳しく調べ、Riceの議論を補完するとともに、Riceによって指摘されなかった状況が存在することを指摘した。

(10) 時間に依存したシュレーディンガー方程式の高精度数値解法の開発

ユニタリー時間発展演算子のベキ展開から構成した近似的ユニタリー時間発展演算子に基づく従来のCrank-Nicolson的な方法では、シュレーディンガー方程式を長時間にわたり精度良く数値的に解くことは困難であり、量子崩壊過程や量子ソロバンのシミュレーションなど、長時間にわたって高精度の数値解を必要とする問題に適用できない。そこで本研究では、Pade 近似を導入しCrank-Nicolson

的解法の一般化を行った。この方法により、数値解の精度が劇的に向上することを幾つかの解析的モデルとの比較を通じて明らかにした。

(1 1) ハミルトニアン自己共役性と時間に依存したシュレーディンガー方程式の時間発展解

量子力学の演算子の自己共役性は、一般にその定義域の境界でのいろいろな処方を基に成り立っている。本研究では、時間に依存するシュレーディンガー方程式の幾つかの物理系の時間発展解との関連でこの問題を議論した。そして、水素原子に関係したパズル的問題が自己共役性の正しい適用によって明確にされることを指摘した。さらに、自己共役演算子の通常の定義と、時間に依存したシュレーディンガー方程式のよく定義された解を構成する可能性とを関係づけるStoneの定理について議論した。

(1 2) グローバーの量子探索アルゴリズムにおける多重位相整合

グローバーの量子探索アルゴリズムは、代表的な量子アルゴリズムとしてそのオリジナル版が発表されて以来大きな注目を浴びてきた。一方、それには幾つかの問題点もあり、それらを改善するための様々な試みがなされてきた。LongやLi&Li等による位相整合の方法はその代表的な試みである。しかしながら、従来の単一位相整合の方法では成功確率の標的割合に対する激しい振動の問題を解決できない。本研究では、そのような問題を解決するために多重位相整合という新しい方法を提案した。そして、それが標的割合のある範囲にわたって殆ど一定でしかも極めて1に近い確率曲線を与える意義ある手法であることを示した。

(1 3) 小さな標的割合に対して有効な多重位相整合の解

量子探索問題では、標的割合が小さな領域での探索効率が重要である場合が多い。本研究では標的割合が非常に小さな領域でのみ殆ど一定でしかも極めて1に近い確率曲線を与え、その領域外ではオリジナルなグローバーの確率曲線に接続する多重位相整合の解(成功確率の曲線)が存在しうることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 11 件)

- [1] F. M. Toyama, S. Kasai, W. van Dijk and Y. Nogami, Matched-multiphase Grover algorithm for a small number of marked states, Physical Review A, Vol. 79 (2009) 014301-1-4. (査読有)
- [2] F. A. B. Coutinho, Y. Nogami and F. M. Toyama, One-dimensional point interaction with three complex parameters, Journal of Physics A: Mathematical Theoretical, Vol. 41 (2008) 235306 -1- 12. (査読有)
- [3] V. S. Araujo, F. A. B. Coutinho and F. M. Toyama, The Time-Dependent Schrödinger Equation: The Need for the Hamiltonian to be Self-Adjoint, Brazilian Journal of Physics, Vol. 38 (2008) 178-187. (査読有)
- [4] F. M. Toyama, W. van Dijk, Y. Nogami, M. Tabuchi and Y. Kimura, Multiphase matching in the Grover algorithm, Physical Review A, Vol. 77 (2008) 042324-1-8. (査読有)
- [5] F. M. Toyama and Y. Nogami, Transmission- reflection problem with a potential of the form of the derivative of the delta function, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, Vol. 40 (2007) F685-F690. (査読有)
- [6] W. van Dijk and F. M. Toyama, Accurate numerical solutions of the time-dependent Schrödinger equation, Physical Review E, Vol. 75 (2007) 036707-1-10. (査読有)
- [7] F. A. B. Coutinho, Y. Nogami, L. Tomio and F. M. Toyama, Energy-dependent point interaction: Self-adjointness, Canadian Journal of Physics, Vol. 84 (2006) 991-1005. (査読有)
- [8] F. M. Toyama and K. Matsuura, Non-local correlations in Bohm trajectories, Physica Scripta, Vol. 73 (2006) 17-22. (査読有)
- [9] F. A. B. Coutinho, Y. Nogami, L. Tomio and F. M. Toyama, PT-invariant point interactions in one dimension, Journal of Physics A: Mathematical and General, Vol. 38 (2005) L519-L522. (査読有)
- [10] F. A. B. Coutinho, Y. Nogami, L. Tomio and F. M. Toyama, Energy-dependent point interaction in one dimension, Journal of Physics A: Mathematical General, Vol. 38 (2005) 4989-4998.

(査読有)

- [11] F.M. Toyama and K. Saito, A time-dependent model for teleportation of a quantum state of position and momentum, Canadian Journal of Physics, Vol.83 (2005) 687-698. (査読有)

[学会発表] (計 3 件)

- [1] F.M. Toyama, S. Kasai, W. van Dijk and Y. Nogami, Multiphase matching in the Grover algorithm and its efficient solutions, International Workshop on Automata, Formal Languages and Algebraic Systems (AFLAS 2008), Sep. 21, 2008, Kyoto Japan.
- [2] W. van Dijk and F.M. Toyama, Accurate numerical solutions of the time-dependent Schrödinger equation, April Meeting of the American Physical Society, April 2007, Florida USA.
- [3] 中道智之, 外山政文, 量子力学の非局所性検証実験のシミュレータ (Simulators for verification experiment of non-locality of quantum mechanics), 日本物理学会 2005 年秋季大会, 2005 年 9 月 20 日, 於同志社大学, (日本物理学会講演概要集, 第 2 分冊第 60 巻第 2 号 p269.)

[図書] (計 1 件)

- [1] M. Ito and F.M. Toyama (Editor), Developments in Language Theory, Springer, LNCS 5257, 2008, 総ページ数 544.

[その他]

<http://post.kyoto-su.ac.jp/s/w020/w020a100-utf.php?sno=2003&mode=業績>
<http://www.cc.kyoto-su.ac.jp/~toyama/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

外山 政文 (TOYAMA MASAFUMI)
京都産業大学・コンピュータ理工学部・
教授
研究者番号 : 60180189

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 海外研究協力者

- Y. Nogami (McMaster 大学 (カナダ)
名誉教授・大学院指導教授)
- W. van Dijk (Redeemer University College

(カナダ) 教授・McMaster 大学 (カナダ)
大学院指導教授)

- F. A. B. Coutinho (Sao Paulo 大学 (ブラジル) 教授)