

令和 5 年 5 月 21 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2017～2020

課題番号：17H01702

研究課題名(和文) 統計的漸近解析の基礎理論

研究課題名(英文) Theory of asymptotic analysis in statistics

研究代表者

吉田 朋広 (Yoshida, Nakahiro)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：90210707

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,300,000円

研究成果の概要(和文)：確率過程の統計推測の漸近解析の基礎理論を研究した。高次漸近理論の基礎となる、ワイナー汎関数の分布の漸近展開をエルゴード的統計および非エルゴード的統計において研究した。開発した技巧によって、Skorohod積分と一般のワイナー汎関数の漸近展開が導出された。また、様々な確率過程への応用や、スパース推定への応用に向けて擬似尤度解析の理論を深化させた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ここで発展した確率過程に対する漸近展開理論は、エルゴード系および非エルゴード系におけるワイナー汎関数の分布論的漸近展開という今までになかった領域に踏み込んだものであり、確率論および数理統計学における極限定理研究の新しい局面を切り拓いた。本研究の統計推測論的側面として、擬似尤度解析の深化と応用は、確率過程の統計推測論をさらに発展させている。これらの結果は、従属性データの解析というデータサイエンスのさまざまな場面で応用可能な統計数理の基礎になるものである。

研究成果の概要(英文)：The basic theory of asymptotic analysis in statistical inference for stochastic processes was pursued. Theory of asymptotic expansions for Wiener functionals both in ergodic and non-ergodic statistics was studied, which is the basis of higher-order asymptotic theories. The developed techniques led to asymptotic expansions for Skorohod integrals and general Wiener functionals. Also this project deepened the theory of quasi-likelihood analysis toward applications to various stochastic processes and sparse estimation.

研究分野：確率統計学

キーワード：確率過程 漸近展開 擬似尤度解析 マリアバン解析

1. 研究開始当初の背景

高次漸近理論は、現代統計学を支える数学的技術の一つであり、歴史的に、独立観測の場合やマルコフチェーンの場合に高度に発展した。いっぽう、マルチンゲールや連続時間確率過程に対する理論は発展途上である。1990年代以降にマルチンゲール展開や連続時間ミキシングマルコフ過程に対する漸近展開が正規極限の場合に発展した。非エルゴード系においては長らく未知であったが、その後、混合正規極限を持つマルチンゲールに対する漸近展開理論が与えられた。展開公式を特徴づけるランダムシンボルの概念が導入され、非エルゴード的な場合には、中心極限の場合になかった新たなランダムシンボルが現れることが示された。マリアバン解析は分布の滑らかさを保証する条件として、1990年代以降の研究で重要性が認識されているところであるが、非エルゴード的な場合には、対象が伊藤解析に属するものであっても、このランダムシンボルはマリアバン微分を含み、この意味で、公式にマリアバン解析が陽に現れる。

現代の従属系に対する統計的モデリングは、非線形、非定常、非マルコフ、非正則観測、ベイズ法など、従来の漸近理論の方法では扱えない対象に向かっている。擬似尤度解析(Quasi-Likelihood Analysis)は、多項式型大偏差不等式を擬似尤度比確率場の局所漸近2次構造を使って一般的に証明することで、Ibragimov-Has'minskii 理論を確率過程の統計モデルに展開することを可能にした。非線形確率過程に対するベイズ推定量の漸近挙動が一般的に解明されたことは端的な例である。

2. 研究の目的

確率過程に対する統計推測における漸近的方法の基礎理論を研究する。高次漸近理論を確率過程の統計推測において発展させるためには、従属系に対する漸近展開が不可欠である。ミキシング性と本質的にマルコフ性を仮定する従来の漸近展開理論で扱うことができなかつた一般のウイナー汎関数の漸近展開を可能にする理論を構築する。また、擬似尤度解析とそれに関連する方法論を発展させ、確率過程に対する統計推測の基礎理論を拡張する。

3. 研究の方法

関連する研究プロジェクトでの研究とそれらへの応用も視野にいれ、基礎的な数理の発展を追求する。マリアバン解析による分布論的漸近展開は1990年代から研究してきたが、近年のウイナー汎関数に対するマリアバン解析による極限定理の研究を漸近展開理論において融合し発展させる。また、多様な確率過程への応用およびスパース推定への応用を見据え、非線形確率過程に対して擬似尤度解析を深化させる。

4. 研究成果

確率過程の統計推測の漸近解析の基礎理論を研究した。

- (1) 確率過程に対する高次漸近理論を発展させる基礎として、確率過程の汎関数の分布論的漸近展開の数学的原理を探求した。有限時間における高頻度観測からセミマルチンゲールの2次変動を推定することは、基本的な問題であり、非エルゴード的統計学の典型例である。確率過程の変動は漸近混合正規になることが知られているが、漸近展開が近年可能になってきた。混合正規極限を持つマルチンゲールに対して、以前漸近展開を与えた(Yoshida 2013, Stochastic Processes and their Applications)。そこでは、ランダムシンボルの概念を導入し、中心極限の場合に正規分布を修正する adaptive なランダムシンボルと、非エルゴード性を反映した anticipative なランダムシンボルによって漸近展開公式を表現した。anticipative なランダムシンボルは汎関数のマリアバン微分を使って表現される。理論をさまざまな状況に適用することで、このスキームの普遍性が示された。積分ボラティリティのプレアベレーシング推定量および確率微分方程式の解の Euler-丸山近似における誤差分布の高次近似に適用され、それぞれに漸近展開が導出された。
- (2) 非エルゴード系に対する高次漸近理論において、漸近展開とランダムシンボルの理論が新たに発展し、Skorohod 積分の漸近展開の導出に至り、マルチンゲール展開が一般化された。マルチンゲール展開に現れるランダムシンボルの形式的類似として導入された quasi-tangent, quasi-torsion によって展開公式が表現される。漸近展開を Skorohod 積分に対するものとして定式化する一つの意義は、fractional Brownian motion (fBm) の汎関数へ適用が可能になることにあり、fBm への応用研究が進んだ。ジャンプが付加された伊藤過程の

2次変動の推定において導入された Inatsugu-Yoshida のグローバルジャンプフィルターは、確率過程の一つの増分におけるジャンプの検出にすべての増分を用いる安定性のあるフィルターである。これは anticipative なウエイトを持つ2次変動であり、その誤差評価において、Skorohod 積分に対する漸近分布論との関係を示唆している。

- (3) エルゴード的な状況での一般 Wiener 汎関数の分布の漸近展開は、中心極限を扱うという意味で伝統的であるが、未解決問題であり、しかも応用できる対象が数多ある。基礎研究によって、1次の漸近展開が得られ、その発展型として任意次の展開の可能性が明らかになった。混合フラクショナルブラウン運動の2次変動の分布の漸近展開はその例である。ハースト係数 H の値によって展開の形が変化し、漸近展開は複雑なものになる。
- (4) 従属系に対する擬似尤度法の深化も課題として取り組んだ。正則化法を含む形に多項式型大偏差不等式を拡張し、擬似尤度解析を定式化し、スパース推定に包括的な枠組みを与える研究を進め、拡散過程や点過程等の従属性モデルの推定問題への応用を試みた。統計モデル選択の一致性について、擬似尤度解析による方法で、間違っただけの選択が起きる確率を精密に評価することができる。擬似尤度解析の標準的な理論ではエルゴード系への適用においては速いミキシングが必要であった。確率モデルが部分的に遅いミキシングレートしか持ち得ない場合にも適用できる部分擬似尤度解析(Partial Quasi-Likelihood Analysis)の理論を与えた。超高頻度データの点過程によるモデリングへの応用を通じて、擬似尤度解析の枠組みの普遍性が検証された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計15件（うち査読付論文 15件 / うち国際共著 11件 / うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 Yoshida, N.	4. 巻 25
2. 論文標題 Quasi-likelihood analysis and its applications	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Statistical Inference for Stochastic Processes	6. 最初と最後の頁 43-60
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11203-021-09266-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Mishura, Y., Yoshida, N.	4. 巻 148
2. 論文標題 Divergence of an integral of a process with small ball estimate	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 1-24
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spa.2022.02.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yoshida, N.	4. 巻 157
2. 論文標題 Asymptotic expansion and estimates of Wiener functionals	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 176-248
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spa.2022.10.003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Muni Toke, I., Yoshida, N	4. 巻 5
2. 論文標題 Marked point processes and intensity ratios for limit order book modeling	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 1-39
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-021-00137-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Gloter, A., Yoshida, N.	4. 巻 15
2. 論文標題 Adaptive estimation for degenerate diffusion processes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Electronic Journal of Statistics	6. 最初と最後の頁 1424-1472
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/20-EJS1777	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Inatsugu, H., Yoshida, N.	4. 巻 73
2. 論文標題 Global jump filters and quasi likelihood analysis for volatility	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Annals of the Institute of Statistical Mathematics	6. 最初と最後の頁 555-598
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10463-020-00768-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Podolskij, M., Veliev, B., Yoshida, N.	4. 巻 30
2. 論文標題 Edgeworth expansion for Euler approximation of continuous diffusion processes	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Annals of Applied Probability	6. 最初と最後の頁 1971-2003
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/19-AAP1549	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Tudor, C., Yoshida, N.	4. 巻 23
2. 論文標題 Asymptotic expansion of the quadratic variation of a mixed fractional Brownian motion	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Statistical Inference for Stochastic Processes	6. 最初と最後の頁 435-463
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11203-020-09220-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Nualart David、Yoshida Nakahiro	4. 巻 24
2. 論文標題 Asymptotic expansion of Skorohod integrals	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Electronic Journal of Probability	6. 最初と最後の頁 1-64
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/19-EJP310	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Tudor Ciprian A.、Yoshida Nakahiro	4. 巻 129
2. 論文標題 Asymptotic expansion for vector-valued sequences of random variables with focus on Wiener chaos	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 3499 ~ 3526
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spa.2018.09.018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Muni Toke Ioane、Yoshida Nakahiro	4. 巻 20
2. 論文標題 Analyzing order flows in limit order books with ratios of Cox-type intensities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Quantitative Finance	6. 最初と最後の頁 81 ~ 98
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/14697688.2019.1637927	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Suzuki Takumi、Yoshida Nakahiro	4. 巻 -
2. 論文標題 Penalized least squares approximation methods and their applications to stochastic processes	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-019-00064-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Clinet, Simon and Yoshida, Nakahiro	4. 巻 127
2. 論文標題 Statistical inference for ergodic point processes and application to Limit Order Book	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and Their Applications	6. 最初と最後の頁 1800-1839
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Podolskij, M., (Aarhus University), Veliyev. B., (Aarhus University), Yoshida, N (University of Tokyo)	4. 巻 127
2. 論文標題 Edgeworth expansion for the pre-averaging estimator	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 3558-3595
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yoshida Nakahiro	4. 巻 1
2. 論文標題 Partial quasi-likelihood analysis	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Japanese Journal of Statistics and Data Science	6. 最初と最後の頁 157 ~ 189
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42081-018-0006-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計28件 (うち招待講演 16件 / うち国際学会 24件)

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Adaptive and non-adaptive estimation for degenerate diffusion processes
3. 学会等名 Statistics of Stochastic Processes in Discrete and Continuous Time (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Simplified quasi-likelihood analysis
3. 学会等名 DYNSTOCH 2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Asymptotic expansion in volatility parametric estimation revisited
3. 学会等名 Scale Invariance and Randomness (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Recent developments in the theory of asymptotic expansion
3. 学会等名 Modern Stochastics: Theory and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Ibragimov-Khasminskii theory and recent developments in statistical inference for stochastic processes
3. 学会等名 Advances in Stochastics & Statistics in honor of Rafail Z. Khasminskii 90th anniversary (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Global jump filters and realized volatility
3. 学会等名 ISI World Statistics Congress 2021 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Adaptive estimation for a degenerate diffusion process
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Edgeworth expansion for the EulerMaruyama approximation
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Asymptotic expansion in volatility parametric estimation revisited
3. 学会等名 SMSP2021: Statistical Modeling for Stochastic Processes and related fields (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Asymptotic expansion in volatility parametric estimation revisited
3. 学会等名 CMStatistics 2021 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Non-adaptive estimation for a degenerate diffusion
3. 学会等名 The 13th International Conference of the ERCIM WG (CMStatistics 2020) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Quasi-likelihood analysis for stochastic differential equations: volatility estimation and global jump filters
3. 学会等名 Asia-Pacific Seminar in Probability and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Global jump filters and quasi-likelihood analysis for volatility
3. 学会等名 DynStoch2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Adaptive and non-adaptive estimation of degenerate diffusion processes
3. 学会等名 The THIRD YUIMA Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Asymptotic expansion for functionals of a fractional Brownian motion
3. 学会等名 Fourth Conference on Ambit Fields and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Asymptotic expansions in non-ergodic stochastic systems
3. 学会等名 62nd ISI World Statistics Congress 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 確率統計の統計学の理論と応用
3. 学会等名 第8回藤原洋数理学賞授賞式/ピアノコンサート (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Asymptotic expansion of an anticipative functional
3. 学会等名 Asymptotic Expansion and Malliavin Calculus II (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Estimation for degenerate diffusion processes
3. 学会等名 CMStatistics 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Approaches to asymptotic expansion
3. 学会等名 Asymptotic expansion and Malliavin calculus (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Global jump Iters and quasi likelihood analysis for volatility
3. 学会等名 CMStatistics 2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Recent topics in quasi Likelihood analysis
3. 学会等名 Dynstoch 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Quasi likelihood analysis and model selection for stochastic processes
3. 学会等名 1st International Conference on Econometrics and Statistics (EcoSta 2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Penalized methods for stochastic processes
3. 学会等名 10th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Asymptotic expansion of Skorohod integrals
3. 学会等名 ASC2018: Asymptotic Statistics and Computations (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 New YUIMA functions to be constructed
3. 学会等名 Computational Aspects of Simulation and Inference for Stochastic Processes and the YUIMA Project (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Partial quasi likelihood analysis
3. 学会等名 The 5th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting (APRM) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshida, Nakahiro
2. 発表標題 Quasi Likelihood Analysis Of Ratio Models And Limit Order Book
3. 学会等名 Dynstoch 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Iacus, Stefano M., Yoshida, Nakahiro	4. 発行年 2018年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 268
3. 書名 Simulation and Inference for Stochastic Processes with YUIMA	

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
連携研究者	内田 雅之 (Uchida Masayuki) (70280526)	大阪大学・基礎工学研究科・教授 (14401)	
連携研究者	増田 弘毅 (Masuda Hiroki) (10380669)	東京大学・数理科学研究科・教授 (12601)	
連携研究者	荻原 哲平 (Ogihara Teppei) (40746426)	東京大学・情報理工学系研究科・准教授 (12601)	
連携研究者	小池 祐太 (Koike Yuta) (80745290)	東京大学・数理科学研究科・准教授 (12601)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計6件

国際研究集会 YUIMA Tutorial	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 The Third YUIMA Conference	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Asymptotic Expansion and Malliavin Calculus	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Zoom in YUIMA Tutorial	開催年 2020年～2020年
国際研究集会 Zoom Asia-Pacific Seminar in Probability and Statistics	開催年 2020年～2021年
国際研究集会 Asymptotic expansion and Malliavin calculus	開催年 2018年～2018年

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	Universite Paris 1	Universite d'Evry	Universite de Lille	
イタリア	University of Milan			
デンマーク	Aarhus University			
米国	University of Kansas			