

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 5 年 6 月 21 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17H02263

研究課題名(和文) 数学の哲学の新たな展開

研究課題名(英文) New developments of the philosophy of mathematics

研究代表者

菊池 誠 (Kikuchi, Makoto)

神戸大学・システム情報学研究科・教授

研究者番号：60273801

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,800,000円

研究成果の概要(和文)：現代の数学の哲学には(1) 数学の算術および集合論への還元，(2) 一階論理上での集合論の公理化，(3) 一階論理による証明概念の形式化，(4) チューリング機械による計算可能性の特徴付けという四つの原理がある。本研究はこの四つの原理と現代の標準的数学観の関係，四つの原理とそれらの相互の関係をに検討することで，数学の哲学の新たな展開と，計算・推論・情報の概念の哲学的解明を目指すものである。その結果，カントの哲学の現代の論理学への影響，フレイゲの論理学の新たな解釈の可能性，竹内外史の数学的成果の哲学的意義，現代の論理学とダメットの数学の哲学との関係などを明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

数学の哲学の中核には計算，推論，情報といった概念があり，数学の哲学は情報科学や計算機科学の起源の一つである。数学の哲学の新たな展開はこれらの概念の本質的な見直しに繋がるもので，社会的な影響が極めて大きい。本研究による数学の哲学の四つの原理の分析は数学の哲学の発展に留まらず，数学の哲学と数学それ自身の関係を再構築し，数学それ自身や情報科学の革新へ貢献することが期待される。また，本研究によって現代の論理学の発展は古典的な哲学の問題の展開と深く関わっていることが示された。数学，情報科学，数学以外の哲学のいずれにおいても，本研究の成果がさらに発展させられることが強く期待される。

研究成果の概要(英文)：There are four principles in the modern philosophy of mathematics: (1) reduction of mathematics to arithmetic and set theory, (2) axiomatization of set theory by the first-order logic, (3) formalization of the concept of proofs by the first-order logic, (4) characterization of computability by Turing machine. The aim of this research is giving new developments of the philosophy of mathematics and philosophical explication of the concepts of computation, inference, and information, by investigating the relationship between these four principles and the modern standard view of mathematics and mutual relationship between the four principles. In this research project, we have analyzed the influence of Kant's philosophy to the modern logic, the possibility of new interpretations of Frege's logic, philosophical significance of mathematical results of Gaisi Takeuti, and the relationship between the modern logic and Dummett's philosophy of mathematics.

研究分野：哲学

キーワード：数学の哲学 論理学の哲学 計算の哲学 数学基礎論 証明論 集合論

1. 研究開始当初の背景

解析学は現代数学の核である。解析学の基礎が実数論であり、実数論の展開には無限の理解が不可欠である。19世紀後半から20世紀前半にかけて、デデキント、カントール、ツェルメロ、フォン・ノイマンによって数学全体が集合論に還元されて、集合論は数学的プラトン主義が掲げる「唯一不変の数学的世界の存在」を映す鏡となった。しかし、様々な集合論の逆理が発見され、集合論の無矛盾性への懐疑が生じ、無矛盾性を証明するため集合論はフレーゲ、ラッセル、ヒルベルトが築いた一階論の上でZF集合論として公理化された。一階論理の妥当性はゲーデルの完全性定理によって示されたが、ZF集合論の上で数学を公理的に展開することの限界と集合論の無矛盾性の証明不可能性がゲーデルの不完全性定理によって示された。しかし、チャーチの提唱によって計算可能性が特徴づけられて、不完全性定理が示した限界の存在は不可避であり、その限界の存在はZF集合論の瑕疵ではないと考えられるようになり、ZF集合論は数学を形式化するための事実上の標準理論となった。

このような数学の哲学に関する一連の議論から、数学の基礎に関わる次の「四つの原理」が確立した。

- (1) 数学は算術化され算術は集合論に還元される。
- (2) 集合論は一階論理上でZF集合論として公理化される。
- (3) 数学的証明は一階論理によって形式化される。
- (4) 計算可能性の概念はチューリング機械によって特徴づけられる。

この「四つの原理」は現代的な論理学や数学の一分野としての数学基礎論を生み出し、さらに計算機科学の誕生を促して現代社会に大きな影響を与えた。

現代の哲学には様々な立場があり、今では「四つの原理」に対する考え方も多様である。フレーゲやラッセル、ウィトゲンシュタインらの論理主義やヒルベルトの形式主義にとって「四つの原理」は数学の理解における基本原理であったが、「四つの原理」に対する批判は珍しくない。ローヴェールらによる圏論的な数学の基礎付けでは(1)は否定され、現在までにZF集合論から独立な命題が数多く発見されており(2)に対する懐疑は絶えない。非古典論理の提示は(3)を疑い、量子計算などのもとでは(4)が無意味になる。ブラウワの直観主義やフッサールからベッカーに至る現象学的数学論では「四つの原理」の全てが否定される。

ただし、「四つの原理」を是とするか否とするかに関わらず、現代の「標準的数学観」を対象とする議論の多くで、この「四つの原理」はその「標準的数学観」と同一視されている。特に、様々な概念が数学的に整理され「四つの原理」が普及した20世紀中盤以降は、どのような哲学的な立場に立つとしても、「四つの原理」を分析し批判することが「標準的数学観」を考えることの実質的に唯一の方法になっている。

しかし、この「四つの原理」と「標準的数学観」の同一視に違和感を覚える数学者は珍しくなく、この同一視は、哲学の一分野としての数学の哲学と、数学それ自身の乖離を生み出してきた。また、現代哲学の諸学派は大きく発展しており、「四つの原理」から生まれた数学基礎論や計算機科学の中からも「四つの原理」を疑い、「四つの原理」と「標準的数学観」の同一視を批判する考え方も生まれつつある。数学の飛躍的な発展は常に優れた数学の哲学の展開と共にある。数学の哲学及び数学それ自身のいずれの発展のためにも、哲学的、論理的、計算機科学的な視点から、「四つの原理」を批判的に検討し改訂することが必要とされている。

2. 研究の目的

本研究は「四つの原理」と「標準的数学観」の関係の再検討と、「四つの原理」の分析と改訂の二つを目的とするものであった。

「四つの原理」と「標準的数学観」の関係の再検討は、現代哲学の諸学派の数学論から重要なものを選び、その骨子を現代的な視点で描き出すこと、及び、数学基礎論の発生と展開の経緯を現代の問題意識のもとで調べ、ヒルベルトやゲーデルの思想の継承者であり、数学基礎論全体に大きな影響を与えた竹内外史の業績を検討することからなるものであった。具体的には、まず、学派・話題・哲学者などのテーマを定め、そのテーマについて数学の哲学に関わる思想を分析し、現代的な視点から再評価することを目指した。また、ヒルベルトやゲンツェンの有限主義的思想とゲーデルの数学的プラトン主義的思想を受け継ぎ、「四つの原理」を現代的な数学に昇華させて20世紀の数学基礎論を導いた数学者・論理学者である竹内外史の研究業績を分析し、20世紀の数学基礎論を現代的な観点から再解釈することを目指した。

「四つの原理」の分析と改訂は、以下の観点から哲学と数学の両面から「四つの原理」それぞれについて批判的に考察を進め、その相互の関係を明らかにすることによって、「四つの原理」の改定を目指すものであった。

- (1) 二階論理上の実閉体論を展開して実数論に基づく数学の基礎付けを検討し、圏論的な数学の基礎付けやヒルベルト等の幾何学の基礎付けとの関係を調べる。特に、実閉体の構造を調べ、実数論による数学の基礎付けを検討する。アクツェルのフレーゲ構造、マーティン・レーフの型理論などを調べ、フレーゲの思想の基礎付けや線形論理等を分析する。
- (2) 算術の超順モデルの理論や集合論的多言宇宙論を展開し、集合論的メレオロジーを展開する。特に、集合論的多言宇宙論、竹内外史の「成長する宇宙」という集合観、ダメットの無際限拡張可能性、ライプニッツの可能世界の性質と、それらの関係を調べる。
- (3) 古代及び中世の論理、カントの思想、フレーゲの概念記法等を検討し、論理体系の構文論と意味論を考察する。二階論理の計算論的な性質を調べ、不完全性定理を再解釈して、レシニエフスキやヤシュコフスキの論理体系、直感主義論理や線形論理の性質を調べる。さらに、不完全性定理を再解釈し、ヒルベルトのプログラムの意味を再検討する。
- (4) 記号・人間・実世界の相互関係という視点から計算概念を分析し、計算可能性の非絶対性を調べる。また、計算と人間の認識に関する議論、相互作用としての計算及び時間と計算に関する議論に基づき、計算における記号・認識・実世界の関係を分析する。ウィトゲンシュタインの計算と規則に関する議論やスコット等の計算の表示的意味論との関係を調べ、計算概念の非絶対性と不完全性定理との関係を調べる。

本研究の最も大きな特色は、(a) 十分な数学的能力を備えた哲学者と、哲学的問題に強い関心を抱く論理学者・数学者が協力すること、(b) 閉じた領域の中で技術的な議論を展開するのではなく哲学諸学派の考え方との関係を重視すること、(c) 「標準的数学観」や「四つの原理」の関係を包括的に論じることにある。

数学の哲学は計算機科学や認知科学に近く、そのような研究領域の研究者からも強く関心を持たれている哲学の一分野である。本研究の成果としては、まず (d) 哲学と数学の両面における技術的な進展が期待されたが、さらに、(e) 数学の哲学に関する新たな知見が得られ、その知見が数学の発展に繋がること、(f) 計算・推論・情報という概念の根源的な哲学的解明の端緒となり、将来の計算機科学や人工知能研究の発展に寄与すること、そして、(g) 哲学諸学派と哲学外の研究領域の間に数学の哲学を介した新たな関係が構築されることが期待された。

3. 研究の方法

以下の国際会議、セミナー及びスクール、シンポジウム、ワークショップを開催することなどによって研究を進めた。

- (1) 国際会議
 - 「Symposium on Advances in Mathematical Logic 2018 (竹内外史追悼シンポジウム)」2018年9月18日から20日神戸大学瀧川記念会館
- (2) セミナー及びスクール
 - 「数学の哲学セミナー」2017年6月5日京都産業大学むすびわざ館、2017年12月5日首都大学東京秋葉原サテライトキャンパス
 - 「数学の哲学ウィンタースクール」2018年年1月7日および8日京都産業大学サギタリウス館
 - 「数学基礎論サマースクール(テーマ:証明論,特に算術の無矛盾性証明)」2018年9月3日から9月6日神戸大学六甲台第二キャンパス内工学研究科
 - 「数学基礎論サマースクール(テーマ:集合論,特に選択公理と連続体仮説)」2019年9月3日から9月6日まで静岡大学静岡キャンパス
- (3) シンポジウム
 - 「タイプ理論再考: Types, Abstraction, Classification」日本科学哲学会 2019年度大会
 - 「システム・情報・数理モデル」科学基礎論学会 2022年度総会と講演会
- (4) ワークショップ
 - 「菊池誠『不完全性定理』を読む-問題提起・著者の回答・全体討議」日本科学哲学会 2017年度大会
 - 「様相の証明論と意味論の最前線: 形而上学への接続再考」科学基礎論学会 2017年度研究例会
 - 「『計算すること・従うこと-ウィトゲンシュタイン』再考」科学基礎論学会 2018年度総会と講演会
 - 「計算の哲学: 推論および物理的現象との関係の再考に向けて」日本科学哲学会 2018年度大会
 - 「Post-Kant 論理哲学: ドイツ観念論・Lotze・現象学」科学基礎論学会 2018年度研究例会
 - 「ゲーデルと21世紀の論理学」科学基礎論学会 2019年度研究例会
 - 「集合と連続体の哲学」科学基礎論学会 2019年度研究例会

- 「基礎づけ言語としての直感主義論理：その拡張を考える」科学基礎論学会 2020 年度総会と講演会
- 「Context 概念再考：論理主義の Before & After」科学基礎論学会 2021 年度総会と講演会
- 「変数から論理と数学を捉え直す：最近の成果」科学基礎論学会 2021 年度研究例会
- 「システムの哲学の構築に向けて」科学基礎論学会 2022 年度研究例会

4. 研究成果

本研究は「四つの原理」と「標準的数学観」の関係の再検討と、「四つの原理」の分析と改訂の二つを目的とするものであった。

「四つの原理」と「標準的数学観」の関係の再検討については以下の研究成果を得た。

- (1) フレーゲ以前の論理学、フレーゲ、ヒルベルトの量化と含意についての考え方の共通点と相違点を分析した。フレーゲの関数概念とラムダ抽象の関係の再考を行ない、フレーゲの関数概念の限界について議論した。
- (2) 数学基礎論の史的展開については、19 世紀後半から 20 世紀初頭に、フレーゲ・ラッセル・ウィトゲンシュタインなど「論理主義」、ブラウワーなどの「直観主義」、ヒルベルトなど「形式主義」という 3 つの対立し合う立場があったとする見方が強固に確立されており、さらにこれと一体化して、その後の史的展開についても、特にヒルベルト的「形式主義」の強い影響力の下で「四つの原理」と「標準的数学観」の同一視がほとんど唯一成立可能な選択肢として帰結した、とする見方が強固に広まっている。このことについて、特にフレーゲ、ウィトゲンシュタインの読み直し、カリーやチャーチなどのラムダ計算やタイプ理論の系譜の再評価などを通じて、論理学についての新しい歴史の見方を作り上げること、特に、古典一階論理とは異なったシンタクス、及び、公理的集合論に立脚するタルスキ型モデル論とは異なるモデル論という系譜の発掘、再評価を行なった。
- (3) 20 世紀型形式論理言語に対する批判的立場を示すウィトゲンシュタイン中期の論証明と算術の独創的視点を現代的観点から捉え直し、論理と言語の関係を再考した。また、スコレムが前提した算術証明の集合論解釈に対するウィトゲンシュタインの批判を通じて、ウィトゲンシュタイン独自の集合論と一階算術との関係性を考察した。さらに、ウィトゲンシュタインの算術言語観が有限主義者および直観主義者とどのように異なるかも明らかにした。
- (4) 竹内外史の証明論と集合論に関する哲学の特徴について分析を行い、20 世紀の数学基礎論についての議論の枠組みの詳細を定め、竹内外史の数学的成果の意味を再考した。その結果を 2021 年 1 月に *Advances in Mathematical Logic: Dedicated to the Memory of Professor Gaisi Takeuti*, SAML 2018, Kobe, Japan, September 2018, Selected, Revised Contributions (Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 369) を出版して公表した。
- (5) 現代論理の哲学的基礎を検討する試みは現在、いわゆる「情報の哲学」という、より広範な哲学的プロジェクトへが大きく展開されている。この潮流に寄与すべく、20 世紀後半に熱心に展開され、その後、放置された観があるパーワイズらの「情報の流れ」の理論を復権し、特にその理論の鍵となる論理的言語（動的様相論理の諸形態）の開発を進めた。情報の哲学の観点から論理学・数学の哲学の基本問題を再検討した。

「四つの原理」と「標準的数学観」の関係の再検討については以下の研究成果を得た。

- (1) 近年、現代論理学を哲学史的に位置づけようとする作業が進展しているが、フレーゲ、ウィトゲンシュタインにとっての大きな影響源であるカント、そしてそれを引き継いだロツェや新カント派などに代表されるポストカント期の論理哲学の系統的な再評価について詳しい研究を進めた。
- (2) ゲーデルの不完全性定理と数学基礎論の諸定理の関係を検討し、不完全性定理とカントにおける悟性・感性・知性・理性についての議論との関係を分析した。また、カントの哲学と現代の論理学の関係とフレーゲに及ぼした影響を分析し、カントの図式論と意味論と構文論からなる現代の論理学の関係を調べた。さらに、カントの時間論と現代の連続体の概念の関係を分析した。
- (3) ダメットの哲学と無際限に拡張可能な数学観の基礎、及び、その数学観とクライゼルの圧搾論法の関係について議論した。
- (4) システムの概念の分析を行ない、意味論と構文論の関係と主観と客観の関係の同型性、要素・全体・環境という三層構造における機能の概念に基づくフレーゲの文脈原理および合成原理の再解釈を行なった。
- (5) 強制法及び構成可能集合を用いた連続体仮説の独立性証明の再考をして、現在の集合論と連続体の問題の関係について論じた。
- (6) ゲーデルによる直観主義論理の S4 翻訳、ジラールによる直観主義論理・古典論理の線形論

理翻訳などの再検討を踏まえつつ、直観主義論理のクリプキモデルを S4 クリプキモデルに埋め込む新しい方法を提案し、さらにより詳細に、二つの理論的立場によって共有されるプラットフォーム的言語（双方の理論をそこへと埋め込みうる表現力能の高い言語）を設定するための開発を進めた。これは、古典的・実在論的な論理的・数学的諸理論と、構成主義的な諸理論とをどのように統合的に理解するか、より具体的には、構成主義的な観点・手法を基礎としつつ、そこから、古典的立場に特有の古典的背理法などの非構成的論証方や、選択公理などの超越的な数学的原の適用を、ダメットのようにほぼ無意味なものとして否定し去るのではなく、どのように有意義なものとして捉え直すかを明らかにするものである。

- (7) 計算論の述語論理への還元に関して、先行研究において、フィッティング強制法モデル論を用いて、計算論的モデル論による暗号プロトコルの安全性証明を一階述語論理の安全性証明に還元する手法を示しているが、この手法を一般化することで、デフォルト推論の一階述語論理定式化手法を議論した。また、計算論的意味論の述語論理への還元手法を用いて、暗号プロトコルの安全性検証系を Cod 上で実装した。計算量の複雑さを前提とする現実の検証問題が計算量概念を含まない一階述語論理証明の問題として取り扱えることを実装も含めて示した。
- (8) 論理と言語の関係について、図的言語のレベルで検討した。情報提示に用いる図的デザインの仕方が合理的判断・意思決定とどのように関わるかを認知科学・社会心理学手法を用いて検討した。これまでの一連の図的論理推論研究に新たな手掛かりが得られた。特に、証明論の図的・グラフィック表示の仕方の違いが判断や意思決定に及ぼす影響を調べ、図的情報提示の論理デザインのための社会心理学的調査、線形論理の観点による存在論的 TM 意味論研究、デフォルト推論の意味論コンピュータセキュリティへの応用を考察した。
- (9) 実時間状態遷移システムの分析手法のついでに再考を行った。実時間（稠密時間）上での安全性の論理的検証問題が有限状態（有限の時間状態）の PSPACE 決定可能な問題に還元される場合について再考した。例えば、ゼノンのパラドクスについての周知の解析的解決とは異なる、有限的な状態遷移の視点も例示した。稠密時間から有限時間状態への還元を用いた、集合論的計算量複雑さの構成的書き換え手法も一般化した。
- (10) 様相論理や直観論理、量子論理の基本的な性質についての議論を進めた。直観主義論理（あるいはそれよりさらに弱い最少論理）に特殊な命題定項を加えた拡張言語への強い論理（古典論理等）の埋め込みについて議論した。PRA 証明論、証明論的順序構造と項書き換え系、順序構造による計算の強正規化証明を検討した。
- (11) ユニヴァレントな数学の基礎について型理論とそれを内部言語に持つ弱高次元圏整備について研究し、マルツィニョティスの定義を通じて(,)-圏の論理について考察した。
- (12) 算術の超準モデルと計算可能性の関係について調べた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Mitsuhiro Okada, Yuta Takahashi	4. 巻 12328
2. 論文標題 A Simplified Application of Howard's Vector Notation System to Termination Proofs for Typed Lambda-Calculus Systems. Rewriting	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Springer Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 136-155
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-63595-4_8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Takashi Ideno, Masahiro Morii, Kazuhisa Takemura, Mitsuhiro Okada	4. 巻 12169
2. 論文標題 On Effects of Changing Multi-attribute Table Design on Decision Making: An Eye-Tracking Study	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 365-381
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-54249-8_29	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 岡田光弘	4. 巻 53-2
2. 論文標題 帰納型消去規則としてのウィトゲンシュタインの一意性規則	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 科学哲学	6. 最初と最後の頁 95-114
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4216/jpssj.53.2_95	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 小関健太郎、岡田光弘	4. 巻 146
2. 論文標題 線形論理の意味論のTruthmaker解釈に向けて	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 三田哲学会編 哲学	6. 最初と最後の頁 19-37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Gerjei Bana, Rohit Chadha, Ajay Kumareeralla and Mitsuhiro Okada	4. 巻 21
2. 論文標題 Verification Methods for the Computationally Complete Symbolic Attacker Based on Indistinguishability	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 ACM Trans. Comput. Logic	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3343508	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Matheiu Marion and Mitsuhiro Okada	4. 巻 27
2. 論文標題 Following a Rule: Waismann's Variatio, in Philosophy of Logic and Mathematics	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Publications of the Austrian Ludwig Wittgenstein Society New Series	6. 最初と最後の頁 359 - 374
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 菊池誠	4. 巻 690 - 701
2. 論文標題 数と論理の物語	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数学セミナー	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Okada Mitsuhiro and Takahashi Yuta	4. 巻 288
2. 論文標題 On Quasi Ordinal Diagram Systems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science	6. 最初と最後の頁 38 ~ 49
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4204/EPTCS.288.4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 岡本賢吾	4. 巻 51
2. 論文標題 ワークショップ報告：菊池誠『不完全性定理』を読む	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 科学哲学	6. 最初と最後の頁 95～102
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 KIKUCHI MAKOTO, KURAHASHI TAISHI	4. 巻 10
2. 論文標題 GENERALIZATIONS OF GODEL'S INCOMPLETENESS THEOREMS FOR n-DEFINABLE THEORIES OF ARITHMETIC	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 The Review of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 603～616
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1017/S1755020317000235	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Morii Masahiro, Ideno Takashi, Takemura Kazuhisa, Okada Mitsuhiro	4. 巻 8
2. 論文標題 Qualitatively Coherent Representation Makes Decision-Making Easier with Binary-Colored Multi-Attribute Tables: An Eye-Tracking Study	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Frontiers in Psychology	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3389/fpsyg.2017.01388	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計30件（うち招待講演 6件／うち国際学会 12件）

1. 発表者名 Yuta Takahashi, Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 A Simplified Application of Howard's Vector Notation System to Termination Proofs for Typed Lambda-Calculus Systems
3. 学会等名 WRLA 2020（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Gergei Bana and Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 Semantics for “Typically” and Default Reasoning
3. 学会等名 Logic and Engineering of Natural Language Semantics (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 The report of Formal Method Working Group
3. 学会等名 Intermediate Workshop of the France-Japan Cybersecurity Research Collaboration for 4 Cyber Security (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 岡本賢吾
2. 発表標題 基礎づけ言語としての直観主義論理：その拡張を考える
3. 学会等名 科学基礎論学会2020年度大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 Societal impacts of cybersecurity including elements relative to ethics, integrity, deontology and law
3. 学会等名 5th France-Japan Cybersecurity Workshop , Kyoto University (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 Type s and equality-Case study with inductive types
3. 学会等名 科学哲学会大会シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 Re-cosideration of "formal " inference and "formal" proof of logic
3. 学会等名 Logic Seminar, University of Lyon-3
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 岡本賢吾
2. 発表標題 Reasoning 論の哲学的新展開
3. 学会等名 日本哲学会第78回大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kengo Okamoto
2. 発表標題 How should We Make Intelligible the Coexistence of Different Logics?
3. 学会等名 16th CLMPST (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kengo Okamoto
2. 発表標題 On Internal Employment of "Formal Concepts"
3. 学会等名 Philosophy Workshop
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kengo Okamoto
2. 発表標題 Why Making Propositions and Proofs into Objects?
3. 学会等名 科学哲学会大会シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroyuki Miyoshi and Yuya Nishimura
2. 発表標題 On model structures of Maltsiniotis (,)-categories
3. 学会等名 CSCAT2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 菊池誠
2. 発表標題 数の理解と圧搾論法
3. 学会等名 科学基礎論学会2019年度講演会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 Do we need “ formal ” language in logic?
3. 学会等名 Logic, Language and Ontology (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Makoto Kikuchi
2. 発表標題 Some topics on models of arithmetic and set theory
3. 学会等名 Logic, Language and Ontology (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 菊池誠
2. 発表標題 幾何学の基礎に関するフレーゲとヒルベルトの論争について
3. 学会等名 日本数学会2018年度秋季総合分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 菊池誠, 日吉遼太
2. 発表標題 量子論理と二つの中間層を持つオーソモジューラー束について
3. 学会等名 日本数学会1019年度総会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 菊池誠
2. 発表標題 ワークショップ「計算の哲学:推論および物理的現象との関係の再考に向けて」
3. 学会等名 日本科学哲学会第51回大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 菊池誠, J.D. Hamkins
2. 発表標題 ZFC の可算モデル上の包含関係について
3. 学会等名 日本数学会2017年度秋季総合分科会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 What is logic?-Proofs proceed propositions
3. 学会等名 Cerisy Meeting "Beyond Logic" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Mitsuhiro Okada
2. 発表標題 What is logic?
3. 学会等名 Global Perspectives on Reasoning and Scientific Method (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 三好博之, 西村悠矢
2. 発表標題 On a definition of λ -equivalences in Leinster's weak λ -categories
3. 学会等名 理論計算機科学と圏論ワークショップ
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kengo Okamoto
2. 発表標題 The Notions of Assumption, Truth and Provability Revisited - Some Considerations motivated by the GMT Embedding
3. 学会等名 Workshop in Logic and Philosophy of Mathematics (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計3件

1. 著者名 T. Arai, M. Kikuchi, S. Kuroda, M. Okada, T. Yorioka (eds.)	4. 発行年 2022年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 240
3. 書名 Advances in Mathematical Logic: Dedicated to the Memory of Professor Gaisi Takeuti, SAML 2018, Kobe, Japan, September 2018, Selected, Revised Contributions	

1. 著者名 國部克彦, 玉置 久, 菊池 誠	4. 発行年 2021年
2. 出版社 日本評論社	5. 総ページ数 256
3. 書名 価値創造の考え方	

1. 著者名 Mathieu Marion and Mitsuhiro Okada, Edited by David Stern	4. 発行年 2018年
2. 出版社 Cambridge University Press	5. 総ページ数 310
3. 書名 Wittgenstein in the 1930s: Between the Tractatus and the Investigations (Ch15. Wittgenstein, Goodstein, and the Origin of the Uniqueness Rule for Primitive Recursive Arithmetic, 253-271)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	岡本 賢吾 (Okamoto Kengo) (00224072)	東京都立大学・人文科学研究科・教授 (22604)	
研究分担者	岡田 光弘 (Okada Mitsuhiro) (30224025)	慶應義塾大学・文学部(三田)・名誉教授 (32612)	
研究分担者	三好 博之 (Miyoshi Hiroyuki) (60286135)	京都産業大学・理学部・教授 (34304)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Symposium on Advances in Mathematical Logic 2018	開催年 2018年～2018年
--	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------