

令和 5 年 9 月 15 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2017～2021

課題番号：17H02838

研究課題名（和文）写像の多重特異点の数え上げ普遍多項式と量子シューベルト算法

研究課題名（英文）Universal polynomials for multi-singularities of maps and quantum Schubert calculus

研究代表者

大本 亨 (Ohmoto, Toru)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：20264400

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 13,400,000 円

研究成果の概要（和文）：本研究課題では、古典から現代に渡る《数え上げ幾何学》の基礎付けを探求するものである。とりわけ、代数多様体の間の固有射に対する「多重特異点跡を表す普遍多項式（トム多項式）の存在」は長い間、重要な未解決問題であった。本研究において、トム・マザー理論、ヒルベルト・スキーム、代数的コボルディズムおよび代数的コホモロジー作用素を駆使した新しいアプローチにより、この問題の肯定的解決を部分的に完成させた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

古くはアポロニウスの円の問題から現代の弦理論にまで関わる《数え上げ幾何学》は、未だその厳密な基礎付けが完成されていないと言える。とりわけ、「多重特異点跡を表す普遍多項式（トム多項式）の存在問題」は重要な未解決問題であって、本研究において、この肯定的解決を部分的に完成させた。これは数学のみならず、数理物理や工学分野への波及効果が期待される。

研究成果の概要（英文）：This research project aims to give a firm foundation of Enumerative Geometry from Classics to Modern. In particular, the existence of universal polynomials for multi-singularities of proper maps (Multi-singularity Thom polynomials) has long been an important unsolved problem so far. We could partly give an affirmative solution to this problem by our novel approach using Hilbert schemes, algebraic cobordism and algebraic cohomology operations.

研究分野：幾何学

キーワード：写像の特異点論 特性類理論 ヒルベルト・スキーム 代数的コボルディズム 応用代数幾何

1. 研究開始当初の背景

代表者は長らく写像の特異点論および特異代数多様体に掛かる特性類理論について研究を続けてきた。特に古典から現代に渡る数え上げ幾何学 (enumerative geometry) の基礎付けとして、いわゆる Thom 多項式理論の構築と完成を目指している。以降、多様体と書くときは非特異な代数多様体を意味し、特異多様体とは特異点を許容する通常の代数多様体 (variety) を意味するものとする。ここでは簡単のため、基礎体は複素数体 \mathbb{C} とする。著名な《ヒルベルトの第 15 問題》を雑駁に述べれば、「19 世紀古典数学における数え上げ幾何学の基礎づけを厳密に与えよ」という問いである、いわゆる《シューベルト・カルキュラス》はグラスマン多様体や旗多様体などのコホモロジー環の構造に関する理論全般の総称であって、現代においても発展している分野である。シューベルトは彼が発見したこの記号計算を道具に、様々な古典の数え上げ問題を大胆に解いてみせた。しかし、現在の観点からは厳密性に問題があった。この厳密化は、代数多様体の交叉の理論あるいは方程式の変数の消去理論と位置づけられ、20 世紀中葉のヴェイユやグロタンディークらによる代数幾何の基礎付けを経て、80 年代のフルトンらによる代数幾何的交叉理論の完成をもってひとまずは解決したと見る向きが多い。しかし、以下で述べる《多重特異点の数え上げ問題》は、19 世紀のシューベルトらの数え上げ幾何学の核心的課題のひとつであるにもかかわらず、現在に至るまで包括的な理論的考察がなされていない。

多様体間の射 $f: X \rightarrow Y$ の特異点とは、 df の階数が最大でない点 $p \in X$ およびその点における写像芽 $f: (X, p) \rightarrow (Y, q)$ を指す。特異点は座標変換芽による様々な分類がなされている。また、多重芽とは、その像が一致ような X の複数の点における写像芽 $f: (X, S) \rightarrow (Y, q)$ を意味する ($S = \{p_1, \dots, p_r\} \subset X, f(p_i) = q (\forall i)$)。特異点跡は X および Y の (特異) 部分多様体であり、その特異点跡の次数あるいは個数を ‘数え上げる’ が我々の課題である—これは数え上げ幾何学の数多ある問題に低通する原理の探求である。しかし、多重特異点の数え上げは X 上の特異点の配置が関わるために本質的に難しく、とりわけ後述する《トム・カザリアン予想》は数十年来の未解決問題であり、現在でも大いに関心を持たれている。例えば、弦理論等で著名な ゲッチェ予想は、最も単純な r 重 A_1 特異点型に関する普遍多項式 $n(A_1^r)$ から導かれる。

2. 研究の目的

弦理論に触発された《数え上げ幾何学》の問題の多くは、19 世紀古典の射影代数幾何における数多ある数え上げ問題と同様に、代数多様体間の固有射 $f: X \rightarrow Y$ の多重特異点の数え上げに帰着する—これらは、単に特異点の局所分類だけでなく X 上の点配置が関わるために、実はたいへん難問である。本課題では、ヒルベルト・スキームを用いた点配置空間のコンパクト化とトム・マザーの特異点理論を融合させて、代表者による同変特異チャーン類理論さらに代数的コボルディズムを援用することで、長らく懸案であったカザリアン予想—多重特異点に関する数え上げ普遍多項式の存在—の証明を目指す。また、同変特異チャーン類の量子シューベルト算法への応用や関連問題を探求する。

以降、 X, Y を複素多様体 (あるいは標数 0 の代数閉体上の非特異代数多様体で $\dim X = m, \dim Y = l = m + \kappa$ とする。有限確定写像芽 $f: (X, p) \rightarrow (Y, q)$ のイデアルを $I_f := f^* \mathfrak{m}_{Y, q} \mathcal{O}_{X, p} + \mathfrak{m}_{X, p}^{k_f + 1}$ で定義する (ここで k_f は確定次数の最小値)。座標変換芽による多重芽 $(X, S) \rightarrow (Y, q)$ の同値類を多重特異点型という。 $|S| = r$ (r 個) のとき、多重特異点型を $\underline{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_r)$ 等と記す。重複度を $n(\underline{\eta}) := \sum \dim \mathcal{O}_{X, p_i} / I_{\eta_i}$ とし、 $\underline{\eta}$ の \mathcal{K}_e 余次元を $\ell(\underline{\eta})$ と記す。写像 $f: X \rightarrow Y$ に付随する商チャーン類 $c_i(f)$ とは

$$c(f) := 1 + c_1(f) + c_2(f) + \dots = \frac{1 + f^* c_1(TY) + f^* c_2(TY) + \dots}{1 + c_1(TX) + c_2(TX) + \dots}$$

で定義される。さらにランドウェーバー・ノヴィコフ類 (LN 類) とは

$$s_I = s_I(f) := f_*(c^I(f)) = f_*(c_1(f)^{i_1} c_2(f)^{i_2} \dots)$$

あるいはその引き戻し $f^* s_I$ で定義される。カザリアン予想とは、多重特異点跡が商チャーン類およびランドウェーバー・ノヴィコフ類の多項式として一意かつ普遍的な表示を有する、という主張である。ここではその一部を紹介する。

カザリアン予想・特異値跡版 (2003) 任意の安定多重特異点型 $\underline{\eta}$ に対して、帰納的に次を満たす普遍同次チャーン多項式

$$R_{\underline{\eta}} = \sum a_I(\underline{\eta}) c^I \in \mathbb{Q}[c_1, c_2, \dots]$$

($|I| = \ell - \kappa$) が唯一存在する : 任意の固有射 $f : X \rightarrow Y$ ($\kappa = \dim Y - \dim X$) に対して Y 上の η 型特異値跡類 $n_\eta(f) \in \text{CH}^\ell(Y)_\mathbb{Q}$ は次の表示を持つ

$$n_\eta(f) = \sum f_*(R_{J_1}) \cdots f_*(R_{J_s}). \quad (1)$$

ここで, 右辺の和は $\{1, \dots, r\}$ の順序付きの空でない部分集合への分割 $\{1, \dots, r\} = J_1 \sqcup \cdots \sqcup J_s$ ($s \geq 1$) すべてに関するもので, 各 $J = \{j_1, \dots, j_k\}$ について, R_J は $R_{(\eta_{j_1}, \dots, \eta_{j_k})}$ に $c_i = c_i(f)$ を代入したものである. (1) 右辺の普遍多項式を多重特異点型 η に対するトム多項式と呼ぶ. (定義域 X の η 型特異点跡類 $m_\eta(f) \in \text{CH}^{\ell-\kappa}(X)_\mathbb{Q}$ に関する予想については省略する.)

3. 研究の方法

手法面で大きく分けて 2 つの内容に分かれる.

(1) 多重特異点跡 $M_\eta(f) \subset X$ および多重特異点跡類 $m_\eta(f) \in \text{CH}^{\ell-\kappa}(X)_\mathbb{Q}$ と多重特異値跡 $n_\eta(f) \subset Y$ および多重特異値跡類 $n_\eta(f) \in \text{CH}^{\ell-\kappa}(Y)_\mathbb{Q}$ の厳密な定義を (順序付き点の) ヒルベルト・スキーム $X^{[n]}$ を通して与える.

いままでの写像の特異点論研究のなかで, 任意の固有射 $f : X \rightarrow Y$ に対する X 上の η 型多重特異点跡および Y 上の η 型多重特異点跡それ自体が, 代数的スキーム構造を伴う形では厳密に定義されていなかった. まずこの多重特異点の取り扱い自体をその基礎からすべて築くことから始めた. これは《数え上げ幾何学》の基礎付けがフルトン・マクファーソンの仕事後であっても未完である理由そのものに関わる. つまり, X の点配置空間の問題である.

点配置空間のコンパクト化としてはヒルベルト・スキーム $X^{[n]}$ が最も有望であるが, $X^{[n]}$ は関手的により振る舞いをする一方で, $\dim X \geq 3$ で $n \geq 4$ であれば特異点を有するために解析するのがとても難しい代数多様体である. これが今までの数え上げ幾何学の現代史の中で《一般の 4 重点公式》以降が全く手つかずで得られていない最大の原因と言ってよい. 90 年代前半まで, $X^{[n]}$ の特異点解消や滑層構造の研究があったが (ゲッチェの学位論文など), その後はほぼ裁切れてしまっていた. 本研究では, ヒルベルト・スキームと写像の特異点論 (トム・マザー理論) の融合を最初に着手する.

(2) 代数的コボルディズム Ω^* と代数的コホモロジー作用素の理論を用いて, 多重特異値跡類 $n_\eta(f) \in \text{CH}^\ell(Y)_\mathbb{Q}$ の普遍多項式表示 (トム多項式表示) の存在を示す.

複素コボルディズム MU^* の代数幾何版として, レビン・モレルおよびレビン・パンドハリパンデにより 2000 年代に導入された一般有向コホモロジー論である代数的コボルディズム Ω^* を用いる. 任意の固有射 $f : X \rightarrow Y$ に対して多重特異値跡類 $n_\eta(f) \in \text{CH}^\ell(Y)_\mathbb{Q}$ を対応させる仕方は, 実は f の代数的コボルディズム類のみによること, つまり

$$n_\eta : \Omega^\kappa(Y) \rightarrow \text{CH}^\ell(Y)_\mathbb{Q}$$

が well-defined であって, さらにこれが代数的コホモロジー作用素であることを示す.

4. 研究成果

上記 (1) について, マザーの多重拡張写像の「コンパクト化」として, ヒルベルト拡張写像

$$f^{[n]} : X^{[n]} \rightarrow (X \times Y)^{[n]}$$

を定義し, これが正則埋め込みであることを示した. そこでフルトン・マクファーソンの代数幾何的交叉理論を通して, 多重特異点跡類等を厳密に定義した. これは多重芽 $f : (X, S) \rightarrow (Y, q)$ の局所幾何の解析に向けた新しい道具を与えるだろう (たとえばモンド予想に向けた具体的計算など).

(2) について, まず (1) の結果を経て, 上記の写像 n_η が代数的コホモロジー作用素であることを示した. ここに Ω^* の定義における二重点退化関係式に関する独自のアイデアが盛り込まれている. さらにヴィシクの結果 (あるいは複素コボルディズムにおけるコホモロジー作用素理論) を駆使することで, 作用素 $[f] \mapsto n_\eta(f)$ が有理数係数の LN 類の多項式で一意的に表示できることを示し, 上記のカザリアン予想 (特異値跡版) の解決を与えた. 但し, 上記では省いた「定義域 X 上の多重特異点跡類 $m_\eta(f)$ に対する予想」のほうは未解決であって, これは将来の課題である.

代数的コホモロジーに依拠する我々の解法は、さらにヴォエヴォドスキー・モレルによるモティヴィックホモトピー理論 (\mathbb{A}^1 -ホモトピー理論) との関係性を強く示唆するものであって、内容的に深いものに繋がっている。

応用として、ハレ大学院生の S. ネカルダ氏との共同研究として、空間曲線の接線織面やセカント曲面などの由緒ある古典的な対象に関する次数の数え上げ公式を多重特異点のトム多項式理論を用いて、かなり精密に導出した。これは 19 世紀古典および 20 世紀の高度な抽象化と 21 世紀の計算機科学の 3 つの側面を有する研究とみなせる、これから、本研究課題の応用工学分野への波及効果も期待される。

この他、研究分担者の池田岳教授 (早大) は量子 K 理論的シューベルトカルキュラスの研究進展させ、研究分担者の諏訪立雄名誉教授 (北大) は、チェックドルボー・コホモロジー (諏訪理論) の研究を深化・発展させた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計19件（うち査読付論文 18件 / うち国際共著 9件 / うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 Junki Tanaka and Toru Ohmoto	4. 巻 21
2. 論文標題 Geometric algebra and singularities of ruled and developable surfaces	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Jour. Singularities	6. 最初と最後の頁 249-267
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5427/jsing.2020.21o	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Mauricio Correa Jr and Tatsuo Suwa	4. 巻 101(2)
2. 論文標題 Localization of Bott-Chern classes and Hermitian residues	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. London Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 349-372
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/jlms.12273	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Daniele Angella, Tatsuo Suwa, Nicoletta Tardini and Adriano Tomassini	4. 巻 7
2. 論文標題 Note on Dolbeault cohomology and Hodge structures up to bimeromorphisms	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Complex Manifolds	6. 最初と最後の頁 194-214
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/coma-2020-0103	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Jean-Paul Brasselet and Tatsuo Suwa	4. 巻 23(2)
2. 論文標題 Local and global coincidence homology classes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Fixed Point Theory and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11784-021-00857-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Naruse, S. Okada	4. 巻 2
2. 論文標題 Skew hook formula for d-complete posets via equivariant K-theory	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Algebraic Combinatorics	6. 最初と最後の頁 541--571
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/alco.54	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 T. Hudson, T. Ikeda and T. Matsumura, H.Naruse	4. 巻 546
2. 論文標題 Double Grothendieck Polynomials for Symplectic and Odd Orthogonal Grassmannians	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Algebra	6. 最初と最後の頁 294--314
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2019.11.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Correa Jr and T. Suwa	4. 巻 101(2)
2. 論文標題 Localization of Bott-Chern classes and Hermitian residues	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. London Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 349--372
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/jlms.12273	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 D. Anderson, T. Ikeda, M. Jeon, R. Kawago	4. 巻 82B
2. 論文標題 Multiplicities of Schubert varieties in the symplectic flag variety	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Seminaire Lotharingien de Combinatoire	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Ikeda, S. Iwao, T. Maeno	4. 巻 51
2. 論文標題 Peterson Isomorphism in K-theory and Relativistic Toda Lattice	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rny051	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H. Naruse	4. 巻 516
2. 論文標題 Elementary proof and application of the generating functions for generalized Hall-Littlewood functions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Algebra	6. 最初と最後の頁 197 ~ 209
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2018.09.010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Nakagawa and H. Naruse	4. 巻 708
2. 論文標題 Universal Gysin formulas for the universal Hall-Littlewood functions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Contemporary Mathematics	6. 最初と最後の頁 201--244
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Sasajima and T. Ohmoto	4. 巻 -
2. 論文標題 Thom polynomials in A-classification I: counting singular projections of a surface	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 EMS Series, IMPANGA15, Schubert Varieties, Equivariant Cohomology and Characteristic Classes	6. 最初と最後の頁 237-260
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/182	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Ikeda, S. Cho	4. 巻 -
2. 論文標題 Pieri rule for the factorial Schur P-functions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 EMS Series, IMPANGA15, Schubert Varieties, Equivariant Cohomology and Characteristic Classes	6. 最初と最後の頁 25-48
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Ohmoto and M. Shiota	4. 巻 10
2. 論文標題 C^1 -triangulation of semialgebraic sets	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Topology	6. 最初と最後の頁 765--775
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/topo.12024	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 J. Deolindo Silva, Y. Kabata and T. Ohmoto	4. 巻 234
2. 論文標題 Binary differential equation at parabolic and umbilical points for 2-parameter families of surfaces	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Topology and its Applications	6. 最初と最後の頁 457--473
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.topol.2017.11.014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Sasajima and T. Ohmoto	4. 巻 -
2. 論文標題 Thom polynomials in A-classification I: counting singular projections of a surface	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Eroupean Math. Soc. Series of Congress Reports, IMPANGA Lecture Notes 'Vector bundles, Schubert varieties, and equivariant cohomology'	6. 最初と最後の頁 203--226
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/182	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Sasajima and T. Ohmoto	4. 巻 31
2. 論文標題 Classical formulae on projective characters of surfaces and 3-folds, revisited	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Saitama J. Math.	6. 最初と最後の頁 141--160
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 T. Hudson, T. Ikeda, T. Matsumura and H. Naruse	4. 巻 320
2. 論文標題 Degeneracy Loci Classes in K-theory - Determinantal and Pfaffian Formula	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 115--156
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2017.08.038	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Tatsuo Suwa	4. 巻 -
2. 論文標題 Relative cohomology for the sections of a complex of fine sheaves	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 代数幾何学シンポジウム記録	6. 最初と最後の頁 113--128
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計26件 (うち招待講演 21件 / うち国際学会 17件)

1. 発表者名 T. Ohmoto
2. 発表標題 Applied Singularity Theory -- an updated new catastrophe theory
3. 学会等名 International Symposium on Big-Data, Cybersecurity and IoT (Online) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 大本 亨・中島 直道
2. 発表標題 Information Geometry from Singularity Theory Viewpoint
3. 学会等名 研究集会「接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺」(オンライン)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 大本 亨
2. 発表標題 情報幾何への特異点論的アプローチ
3. 学会等名 ワークショップ「統計多様体の幾何学とその周辺」(オンライン)(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 N. Nakajima and T. Ohmoto
2. 発表標題 Information Geometry from Singularity Theory Viewpoint
3. 学会等名 16th International Workshop on Real and Complex Singularities (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 H. Naruse
2. 発表標題 Coxeter groups and hook formulas
3. 学会等名 Flags, Galleries and Reflection Groups (国際学会)
4. 発表年 2019年

1 . 発表者名 H. Naruse
2 . 発表標題 Generalized colored hook formula
3 . 学会等名 New interactions between Geometry and Combinatorics (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 D. Anderson, T. Ikeda, M. Jeon, R. Kawago
2 . 発表標題 Multiplicities of Schubert varieties in the symplectic flag variety
3 . 学会等名 Formai Power Series and Algebraic Combinatorics 2019 Ljublijana (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 T. Ohmoto
2 . 発表標題 Multiple-point formulas, revisited
3 . 学会等名 Characteristic Classes and Singularities/RR50, Univ. Geneve (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 T. Ohmoto
2 . 発表標題 Multiple-point formulas, revisited
3 . 学会等名 The 14th Algebra-Analysis-Geometry Seminar, Kagoshima (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1. 発表者名 H. Naruse
2. 発表標題 Some combinatorial properties of dual factorial Schur functions
3. 学会等名 Workshop on Algebraic and Enumerative Combinatorics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 H. Naruse
2. 発表標題 Hook formula and equivariant K-theory
3. 学会等名 Crystals and Their Generalizations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 成瀬 弘、岡田聡一
2. 発表標題 逆平面分割の母関数と同変K-理論
3. 学会等名 日本数学会年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Suwa
2. 発表標題 Representation of Sato hyperfunctions by relative Dolbeault classes
3. 学会等名 Hayama Symposium on Complex Analysis in Several Variables XX & Pacific Rim Complex-Symplectic Geometry Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 諏訪立雄
2. 発表標題 相対 Dolbeault コホモロジーとその佐藤超関数論への応用
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Suwa
2. 発表標題 Relative Dolbeault cohomology and hyperfunctions
3. 学会等名 The 14th Algebra-Analysis-Geometry Seminar, Kagoshima (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 池田岳
2. 発表標題 K 理論的 Peterson 同型
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会・無限可積分系セッション特別講演 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Ikeda
2. 発表標題 K-theory Schubert calculus of the maximal orthogonal Grassmannian and set-valued decomposition tableaux
3. 学会等名 Geometry, Combinatorics and Integral Systems Seminar (Ohio State University) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Ikeda
2. 発表標題 Relativistic Toda lattice and K-theoretic Peterson isomorphism
3. 学会等名 Quantum K-theory and related topics (Korea Institute for Advanced Study) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大本 亨
2. 発表標題 Geometric Algebraic and Singularities arising in Differential Line Geometry
3. 学会等名 可微分写像の特異点論の局所的研究と大域的研究 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 T. Ohmoto
2. 発表標題 C^1 -triangulations and semialgebraic de Rham homotopy theory
3. 学会等名 Singularity Conference, Shanghai (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 成瀬 弘
2. 発表標題 シューベルト・カルキュラスの視点からの Hall-Littlewood函数の一般化・母函数表示と応用
3. 学会等名 日本数学会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tatsuo Suwa
2. 発表標題 Relative de Rham, relative Dolbeault cohomologies and their applications I-IV
3. 学会等名 Hokkaido University Summer Institute, Complex Analytic Geometry -- Residue and Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tatsuo Suwa
2. 発表標題 Relative Bott-Chern cohomology
3. 学会等名 Residues, Dynamics and Hyperfuntions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 諏訪立雄
2. 発表標題 Relative Dolbeault cohomology and Sato hyperfunctions
3. 学会等名 超局所解析と漸近解析 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tatsuo Suwa
2. 発表標題 Relative Dolbeault cohomology and Sato hyperfunctions
3. 学会等名 Kinosaki Algebraic Geometry Symposium 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tatsuo Suwa
2. 発表標題 Relative Dolbeault cohomology and Sato hyperfunctions
3. 学会等名 The 5-th Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 池田 岳	4. 発行年 2018年
2. 出版社 東京大学出版会	5. 総ページ数 280
3. 書名 数え上げ幾何学講義	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	諏訪 立雄 (Suwa Tatsuo) (40109418)	北海道大学・理学研究院・名誉教授 (10101)	
研究分担者	池田 岳 (Ikeda Takeshi) (40309539)	早稲田大学・理工学術院・教授 (32689)	
研究分担者	成瀬 弘 (Naruse Hiroshi) (20172596)	山梨大学・大学院総合研究部・教授 (13501)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計3件

国際研究集会 New interactions between Geometry and Combinatorics	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 The 5th Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 Geometric and Algebraic Singularity Theory	開催年 2017年～2017年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ブラジル	ミナスジェライス大学			
イタリア	フィレンツェ大学	パルマ大学		
フランス	リュミニニ数学研究所			
イタリア	フィレンツェ大学	パルマ大学		
フランス	マルセイユ・リュミニニ数学研究所			
米国	オハイオ州立大学	ヴァージニア工科大学		
イタリア	ローマ大学	フィレンツェ大学	パルマ大学	
フランス	リュミニニ数学研究所			
米国	ヴァージニア工科大学	オハイオ州立大学		
中国	中山大学			
ブラジル	ICMC-USP			
ポーランド	ワルシャワ工科大学	ワルシャワ大学		