

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 4 年 6 月 27 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2017～2020

課題番号：17H02845

研究課題名(和文) 3・4・5次元多様体上の葉層・接触・シンプレクティック構造の研究

研究課題名(英文) Foliations, contact structures, and symplectic structures on 3,4, and 5 dimensional manifolds

研究代表者

三松 佳彦 (Mitsumatsu, Yoshihiko)

中央大学・理工学部・教授

研究者番号：70190725

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 7,300,000円

研究成果の概要(和文)：研究成果の概要(和文)：4次元の Lefschetz 束の構成と3次元接触構造・Anosov系をもとに4次元閉シンプレクティック多様体、5次元球面上のポアソン構造の構造の説明をした。これにより現代数学で最も重要と考えられる K3 曲面の位相的な新たな理解を生んだ。また、Lawson により構成された5次元球面上の葉層構造が3次元球面上のReeb 葉層構造上の葉層 Lefschetz 束として理解された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

次元横断的に関連する幾何構造を重要な例において有機的に研究することにより、特に重要な空間に対する幾何学的な理解を進化させた。多くの幾何構造、空間を取り扱った研究であるが、3次元のAnosov系という双曲的な力学系が背後で有機的に関連しており、個々の独立しうる理論が深く関連する地点を指示している。現代の数学理論の多くがK3曲面を舞台とするようになってきている状況で、K3曲面に新たな位相的理解を与えており、多くの数学の融合した発展に寄与すると思われる。

研究成果の概要(英文)：Based on the construction of Lefschetz fibrations and the existence of Anosov systems, we explained the structures of certain closed symplectic 4-manifolds and the regular Poisson structures on the 5-sphere. It also yields that the foliation on the 5-sphere constructed by Lawson is understood as a foliated Lefschetz fibration over the Reeb foliation on the 3-sphere.

研究分野：微分トポロジー

キーワード：葉層構造 接触構造 シンプレクティック構造 Anosov 流 カスプ特異点 レフシェッツ・ファイブレーション ポアソン構造 ミルナー・ファイバー

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

5次元球面上の Lawson 葉層が葉向 symplectic 構造を許容することが代表者により 2010-2011 年ごろに証明され、この構成がより一般化されることが期待されていた。これは、複素 3 変数単純楕円特異点の Milnor fiber に自然に定まる大域的凸なシンプレクティック構造を境界においてシリンドリカルなものに改変することにより達成されていた。この構成がカスプ特異点の場合にも拡張できるであろうということが分かってきていた。単純楕円特異点の場合と比較してカスプ特異点の場合は、特異点のリンク、即ち Milnor fiber の境界に Anosov 流が現れ、それが持つある意味で究極の凸性が関連する。

また、この Anosov 系の特殊な場合は、このような Milnor fiber 二つを Anosov 流の構造を用いて貼り合わせて閉 4 次元多様体を構成することができるが、それがどのような多様体であるかが疑問となっていた。

接触構造を一階の微分方程式系の幾何がつくかと考えれば 2 階の微分方程式系に対応する幾何構造が 4 次元 Engel 構造であるが、Engel 構造の大域的研究が始まろうとしていた。ここでも、3 次元 Anosov 流からある重要なクラスの Engel 構造が構成できることは、3 次元 Anosov 流から双接触構造を構成した代表者の研究を応用することにより Kotschick-Vogel らによりとらえられ始めていた。

3 次元 Anosov 流から得られる接触構造の凸性 (タイト性、Bennequin の不等式) を直接証明することは、Anosov 流及び一般の 3 次元接触構造のトポロジーの大きな視点・基盤になると考えられている。これを研究分担者の高倉が 90 年代に明快に示したトーリック多様体の Kähler 偏極と実偏極 (= Lagrangian 偏極) の双対性のような形で実現することが期待されていた。

2. 研究の目的

3, 4, 5 次元多様体上の葉層構造、接触構造、シンプレクティック構造、更には Poisson 構造、Engel 構造と、研究対象が多岐にわたるようであるが、じつは 3 次元の Anosov 流がこれらを束ねている。そこで Anosov 流に付随する接触構造の凸性の研究をはじめとして研究目的をいくつかの項目に細分してみる。

(I) 3 次元 Anosov 流に付随する双接触構造のタイト性を証明する。

(II) (I) において葉層構造から接触構造に変形する際に生じる無限次元の空間を変形量子化の立場からとらえる。特に、3 次元接触構造の位相不変量を構成する。

(III) 複素 3 変数 Milnor fibration はカスプ特異点に対してリンクが懸垂型 Anosov 流を自然に許容する可解多様体となる。単純楕円特異点の場合も冪零多様体で、これらの場合に Milnor fibration から 5 次元球面上の正則余次元 1 Poisson 構造 (すなわち葉向シンプレクティック構造) が構成された。これらの Milnor fibre、若しくは極小特異点解消を張り合わせて得られる境界のない閉 4 次元シンプレクティック多様体やコンパクト複素曲面のトポロジーを調べ、Arnold' の提唱した strange duality や、コンパクト複素曲面、シンプレクティック多様体が関与すると思われるミラー対称性の問題を、より位相的に、上の構成におけるシンプレクティック構造の改変の意味を含めて定式化し、証明する。

(IV) 上の構成法と(III)の研究の中身を合わせて5次元球面上の(過旋)接触構造や正則余次元1 Poisson 構造の構成に応用する。

(V) 4次元多様体上の2次元葉層の3次元代数的 Anosov 葉層を利用した改変操作のホモトピー論(B)の観点からの(非)自明性を調べ、5次元多様体上の余次元1葉層の Meigniez による改変操作(Thurston の h-原理)と比較する。

(VI) 3次元 Anosov 流に付随する双接触構造から得られる Engel 構造を典型例として Engel 構造の大域的トポロジーの研究を展開する。

3. 研究の方法

上に述べた研究目的の各項目における、より具体的な研究手法について述べる。

(I) 双接触構造のタイト性を、Giroux torsion の概念を拡張して Anosov 流に同時に付随する代数的 Anosov 葉層の葉向コホモロジーの2次不変量の言葉に変換してえられる不変量により証明する。これは完全2次微分形式の空間の linking pairing (=ホモロジカルに自明な非圧縮流に定義される漸近的 linking) と、接触ベクトル場のなす空間の解析が重要な方法論となる。

(II) 接触構造における pre-Lagrangian torus, およびシンプレクティック構造における Lagrangian torus の空間のモース理論を調べることにより3次元接触構造の位相不変量を構成することを目指す。特に(pre-)Lagrangian fibration の構成と解析が重要な手法となる。

(III) 複素3変数カusp特異点のリンクは懸垂型 Anosov 流を自然に許容する可解多様体となる。単純楕円特異点の場合もリンクは冪零多様体で、ともに円周上の T^2 -束である。カuspおよび単純楕円特異点の Milnor fiber に対して、境界であるリンク上に定まっている T^2 -束の構造を拡張するように、 T^2 を正則ファイバーとする Lefschetz fibration を構成することを手法とする。

これらの場合に Milnor fiber を束ねた Milnor fibration から5次元球面上の正則余次元1 Poisson 構造(すなわち葉向シンプレクティック構造)が構成されるので、洋装化された Lefschetz fibration が得られるかも検討する。

これらの Milnor fiber、若しくは極小特異点解消を張り合わせて得られる境界のない閉4次元シンプレクティック多様体やコンパクト複素曲面の微分トポロジーを調べる。

また、特異点論も援用する。特に、Arnold' の提唱した strange duality や、その延長にある中村郁、Looijenga らが提唱した extended strange duality の情報と、コンパクト複素曲面、4次元シンプレクティック多様体の代数幾何やゲージ理論等による微分トポロジーの結果を総合してこれらの多様体を解析する。

(IV) Poisson 構造の構成には、(III)で得られる結果を、然るべき開本分解の言葉に翻訳することが重要な手法となる。

(V) 葉層構造のホモトピー論には、h-原理の段階で Meigniez による Thurston の h-原理の改良が重要な役割を果たすことが期待されている。また、接触構造に対する Eliashberg、または Borman-Eliashberg-Murphy による h-原理も重要な手法の一つで、葉向シンプレクティックまたは葉向共形シンプレクティック葉層の構成にはこれらの h-原理が必要となるはずである。

(VI) Engel 構造のトポロジーの研究には、横断的接触構造を許容する葉層の視点、特異水平曲線の解析(semi-global)が Engel 構造に特徴的な研究視点となるが、田中昇、

Chern らが展開した微分方程式の接触幾何学 (Cartan 幾何) のリー代数的な理論を局所的な解析手法とし、これらを大域的にコホモロジー論的に組み合わせる理論を構築できればよい。

4. 研究成果

(I),(II) (III) で解析を進めた 3 次元可解多様体上の T^2 -束の構造を利用して付随する接触構造の漸近的 linking pairing 接触の解析が進んだ。また、付随する接触構造に対する接触流全体の為す構造が予想以上に難しいものであることも分かった。当初の研究目的(I)はこの困難のために完成していない。一方、(II)も完成していないが、(III)において特異 T^2 -束 (Lefschetz fibration) を解析していることが(II) の進展となっている。

(III)(IV)

(1) カスプ特異点の Milnor fibration に対しても、単純楕円特異点の場合と同様に Milnor fiber のシンプレクティック構造を改変してエンドがシリンダカルなシンプレクティック構造に修正出来る。このとき、特殊なカスプ特異点については二つの Milnor fiber の向きを変えずにシンプレクティック構造ごと貼り合わせて閉 4 次元シンプレクティック多様体が構成できる。コホモロジー間の構造から、これがホモトピー $K3$ 曲面 (つまり $K3$ 曲面と同相であること、ただし、微分同相であるかどうかは判定できない) であることが分かった。一方、単純楕円特異点の場合は、このような形の閉シンプレクティック多様体は得られないが、3 次元冪零多様体と円周の積となる 4 次元多様体上に色々なシンプレクティック構造が存在することを示した。

(2) 更に、単純楕円特異点、カスプ特異点の双方の場合に、Milnor fiber がエンドの円周上の T^2 -束の構造を拡張する Lefschetz fibration を許容することを証明した。また、この Lefschetz fibration は各 Milnor fiber にバラバラに存在するのではなく、Milnor fibration (円周族) として、パラメトリックかつ、臨界集合が各 Milnor fiber に横断的な (1 次元) 結び目として実現されることが分かり、Francisco Presas が提唱した '葉層化された Lefschetz fibration' をなすことが分かった。更にこれにより、単純楕円及びカスプ特異点に付随する 5 次元球面上の Lawson 型葉層構造はすべて 3 次元球面上の Reeb 葉層構造上の葉層化された Lefschetz fibration の構造を持つことが理解された。

(3) カスプ特異点同士の extended strange duality (拡張された Arnol'd の奇妙な双対性) のペアが 10 組存在する。そのうち 6 組は自己双対、他の 4 組は異なるもの同士であり、計 14 種のカスプ特異点が現れる。この双対は、Milnor fiber の境界 (特異点のリンク) の Anosov 流の流れを逆転することに相当している。これにより Milnor fiber 同士が向きを変えずに境界で貼りって閉 4 次元多様体をなし、Lefschetz fibration, シンプレクティック構造が自然に拡張する。(1)まででこの多様体がホモトピー $K3$ 曲面であることが分かっていたが、更に Lefschetz fibration の存在のお陰でこれが本当の $K3$ 曲面と微分同相であり、Lefschetz fibration は複素曲面としての $K3$ 曲面の楕円曲面としての構造に (微分トポロジー的に) 一致することが証明された。逆に言うと、 $K3$ 曲面が、extended strange duality 対に従って二つの Milnor fiber に微分トポロジー的には分解することが示された。

(4) オリジナルな strange duality は Pinkham により $K3$ 曲面の格子 (交差積の構造

をいれた 2 次元ホモロジー)の直交分解として解釈されていたが、より強く位相的な分解が存在することを示せたことになる。またこれらを既知の良い楕円曲面の構造(特殊な Kummar 曲面に定義される猪瀬 fibration)から実現できることも示した。ただし、これらの分解での各部分があるカスプ特異点の Milnor fiber と微分同相であることは、上の(3)からしか分からない。

(5) これらの Lefschetz fibration が Lagrangian fibration として構成されることも証明できた。これにより、(3)(4)で得られている K3 曲面と関連しうるすべての結果が、K3 曲面の hyper Kähler 構造に強く関連(起因)しているであろうことが予想される。K3 曲面の対合をはじめとする対称性の研究に大きな指針を与えることになる。また、Milnor fiber や K3 曲面のミラー対称性の研究にも新たな視点を与える結果である。

(V),(VI) (III)で構成されている葉向シンプレクティック葉層のコンパクト葉を h-原理を導入して破壊する試みなど、本質的に新しい葉向シンプレクティック葉層の構成が試みられているが、ほぼ全く新たな進展がない。一方、Engel の構成と力学的な性質の記述は展開を見せた。1 次元の射影構造に定まる双曲性、放物性、楕円性の概念が Engel 構造の Cauchy 特性系の軌道に対しても自然に定義されるが、それを Engel 構造自体に対して定義できる場合やその基本例を構成した。これらの例のうちの多くのは、3 次元 Lorentz 構造と関連しており、局所的な Lorentz 構造との関連を大域化することにより Engel 構造のトポロジーを展開する基盤の一部が構築された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Mitsumatsu Yoshihiko, Vogt Elmar	4. 巻 72
2. 論文標題 Thurston's h-principle for 2-dimensional foliations of codimension greater than one	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advanced Studies in Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 181-209
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2969/aspm/07210181	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Mitsumatsu Yoshihiko	4. 巻 16
2. 論文標題 Leafwise symplectic structures on Lawson's foliation	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Symplectic Geometry	6. 最初と最後の頁 817 ~ 838
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.4310/JSG.2018.v16.n3.a6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Negishi Takayuki, Sugiyama Yuki, Takakura Tatsuru	4. 巻 27
2. 論文標題 On Volume Functions of Special Flow Polytopes Associated to the Root System of Type A_n	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 The Electronic Journal of Combinatorics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.37236/9062	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Koda Yuya, Naoe Hironobu	4. 巻 20
2. 論文標題 Shadows of acyclic 4-manifolds with sphere boundary	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Algebraic & Geometric Topology	6. 最初と最後の頁 3707 ~ 3731
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.2140/agt.2020.20.3707	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Naoe Hironobu	4. 巻 30
2. 論文標題 Corks with Large Shadow-Complexity and Exotic Four-Manifolds	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Experimental Mathematics	6. 最初と最後の頁 157 ~ 171
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10586458.2018.1514332	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計30件 (うち招待講演 22件 / うち国際学会 7件)

1. 発表者名 Yoshihiko MITSUMATSU
2. 発表標題 Symplectic structure on Lawson's foliation
3. 学会等名 RIMS Joint Usage Research Topology of pseudoconvex domains and analysis of reproducing kernels (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshihiko MITSUMATSU
2. 発表標題 Symplectic foliations of codimension 1 and topological flexibility of convexity of complex surfaces'
3. 学会等名 Topology Seminar FUB (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 三松 佳彦
2. 発表標題 Engel 多様体とCauchy 特性葉層
3. 学会等名 トポロジープロジェクト研究集会 「葉層構造の幾何学とその応用」(京都) (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 三松 佳彦
2. 発表標題 Engel 構造の幾何と力学系入門 I, II
3. 学会等名 トポロジープロジェクト研究集会 「接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺」(金沢)(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihiko Mitsumatsu
2. 発表標題 L'équation de Navier-Stokes/Euler sur la variété riemannienne compacte
3. 学会等名 Séminaire de Géométrie, Université de Nantes (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihiko Mitsumatsu
2. 発表標題 Composant de Reeb (un feuilletage de codimension 1 sur le tore solide de dim 3) aux feuilles complexes et son symétrie
3. 学会等名 Séminaire de Topologie, Université de Nantes (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihiko Mitsumatsu
2. 発表標題 Feuilletages aux feuilles symplectiques sur la sphère de dimension 5 (I)
3. 学会等名 Séminaire de Géométrie, Université de Nantes (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihiko Mitsumatsu
2. 発表標題 Feuilletages aux feuilles symplectiques sur la sphère de dimension 5 (II)
3. 学会等名 Séminaire de Topologie, Université de Nantes (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shigeaki Miyoshi
2. 発表標題 Construction of smooth typical foliations of 3-manifolds
3. 学会等名 Foliations and Diffeomorphism Groups 2018, Tambara Inst. of U-Tokyo
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 三松 佳彦
2. 発表標題 Geometry and Dynamics of Engel structures
3. 学会等名 関東力学系セミナー (東京大学) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tatsuru Takakura
2. 発表標題 On multiplicity varieties and weight varieties
3. 学会等名 The 4th China-Japan Geometry Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshihiko MITSUMATSU
2. 発表標題 Topological Flexibility of Symplectic Convexity and leafwise symplectic foliations
3. 学会等名 Topology Seminar FUB (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 三松 佳彦
2. 発表標題 Lefschetz fibration of the Milnor fibres and symplectic foliations
3. 学会等名 トポロジープロジェクト研究集会 「接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺」(静岡)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshihiko Mitsumatsu
2. 発表標題 The symmetry of Reeb components with complex leaves
3. 学会等名 PUC-Rio(Brazil) Geometry Seminar (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshihiko Mitsumatsu
2. 発表標題 Minicourse ``Lefschetz fibrations on Milnor fibres of cusp and simple elliptic singularities''
3. 学会等名 IMPA(Brazil) Thematic Semester on Symplectic Geometry and Poisson Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hironobu Naoe
2. 発表標題 Lefschetz fibrations of divides and shadows
3. 学会等名 東京大学 Hyper plane arrangements and Japanese Australian workshop on Real and Complex Singularities (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 直江央寛
2. 発表標題 4次元ホモロジー球体の微分構造とシャドウ
3. 学会等名 大阪大学トポロジーセミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 三松 佳彦
2. 発表標題 Rectification of Lefschetz-like singularities
3. 学会等名 トポロジープロジェクト研究集会 「接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺」(静岡)(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 直江 央寛
2. 発表標題 フロースパインと接触構造 II
3. 学会等名 トポロジープロジェクト研究集会 「接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺」(静岡)(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 直江央寛
2. 発表標題 Turaev 's shadows and Lefschetz fibrations I and II
3. 学会等名 北海道大学 離散幾何構造セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 直江央寛
2. 発表標題 Turaev のシャドウとその複雑度
3. 学会等名 N-KOOK セミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 三松 佳彦
2. 発表標題 Lefschetz fibration on the Milnor fibers of simple elliptic and cusp singularities
3. 学会等名 東京大学数理科学研究科火曜トポロジーセミナー（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 北野 晃朗・三松 佳彦・森田 茂之
2. 発表標題 Remarks on flat S^1 -bundles, C^{\wedge} vs. C^{\wedge}
3. 学会等名 葉層構造論シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshihiko Mitsumatsu
2. 発表標題 Lefschetz fibration on the Milnor fibers of simple elliptic and cusp singularities
3. 学会等名 AIM workshop Conformal symplectic structures, contact topology, and foliations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 直江央寛、石井一平、石川昌治、古宇田悠哉
2. 発表標題 Positive flow-spines and contact 3-manifolds
3. 学会等名 日本数学会 2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yoshihiko Mitsumatsu
2. 発表標題 Lefschetz fibrations on the Milnor fibers of cusp singularities and applications
3. 学会等名 Workshop on the h-principle and beyond(IAS Princeton) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 三松 佳彦・粕谷 直彦・児玉大樹・森 淳秀
2. 発表標題 カusp特異点および単純楕円特異点の Milnor fiber 上の Lefschetz fibration
3. 学会等名 トポロジープロジェクト研究集会 「接触構造、特異点、微分方程式及びその周辺」(静岡)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 児玉大樹・粕谷 直彦・三松 佳彦・森 淳秀
2. 発表標題 ある複素曲面特異点のMinor束から見出された S^5 から S^3 へのトラスファイブレーション
3. 学会等名 日本数学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 三松 佳彦・粕谷 直彦・児玉大樹・森 淳秀
2. 発表標題 カusp特異点のミルナーファイバーのレフシェッツ ファイブレーションと $K3$ 曲面の位相分解
3. 学会等名 日本数学会2022年度年会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 直江央寛
2. 発表標題 Presentation of the fundamental groups of complements of shadows
3. 学会等名 Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics 2022 (招待講演)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 酒井隆、小林治、芥川和雄、西川青季、小林亮一 著 (小島定吉、三松佳彦 編)	4. 発行年 2018年
2. 出版社 朝倉書店	5. 総ページ数 436
3. 書名 幾何学百科II 幾何解析	

1. 著者名 Edited by Taro Asume, Shigenori Matsumoto, and Yoshihiko Mitsumatsu	4. 発行年 2017年
2. 出版社 The Mathematical Society of Japan	5. 総ページ数 458
3. 書名 Advanced Studies in Pure Mathematics 72	

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>Engel structures April 17 to April 21, 2017, AIM https://aimath.org/pastworkshops/engelstr.html</p> <p>Topological aspects of symplectic foliations September 4-8, 2017, U. Lyon I http://math.univ-lyon1.fr/homes-www/niederkruger/symp-foliations/</p> <p>Mini-Workshop on symplectic foliations, March 9-10, 2018, Chuo U. https://www.math.chuo-u.ac.jp/seminar_SympFol.htm</p> <p>BGamma School III, March 12-14, 2018, Chuo U. https://www.math.chuo-u.ac.jp/BGamma/index.html</p> <p>IV Mini Workshop in Symplectic Geometry - November 6 - 8, 2019 - UFF/IMPA https://sites.google.com/site/danielesepepmaths/iv-mini-workshop-in-symplectic-geometry</p> <p>Conformal symplectic structures, contact topology, and foliations March 15 to March 19, 2021, AIM https://aimath.org/workshops/upcoming/sympcontact/</p> <p>Workshop on the h-principle and beyond November 1 -5, 2021, IAS Princeton https://www.ias.edu/math/events/workshop-h-principle-and-beyond</p>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	三好 重明 (Miyoshi Shigeaki) (60166212)	中央大学・理工学部・教授 (32641)	
研究分担者	高倉 樹 (Takakura Tatsuru) (30268974)	中央大学・理工学部・教授 (32641)	
研究分担者	直江 央寛 (Naoe Hironobu) (10823255)	中央大学・理工学部・助教 (32641)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 Mini-Workshop on symplectic foliations	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 BGamma School III	開催年 2018年～2018年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ドイツ	ベルリン自由大学数学研究所			
米国	プリンストン高等研究所	American Institute of Mathematics	Stanford 大学	
ベルギー	ブリュッセル自由大学			
ブラジル	IMPA	PUC-RIO	UF-Fluminense	
フランス	南ブルターニュ大学	ナント大学	リヨンI大学	