

令和 4 年 6 月 27 日現在

機関番号：37111

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17H02846

研究課題名(和文) マルコフ過程と最適輸送理論に基づく測度距離空間上の幾何学と解析学の研究

研究課題名(英文) Geometry and analysis on metric measure spaces based on the theory of Markov processes and optimal mass transport

研究代表者

桑江 一洋 (Kazuhiro, Kuwae)

福岡大学・理学部・教授

研究者番号：80243814

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 11,200,000円

研究成果の概要(和文)：代表者桑江は測度距離空間の解析学と幾何学への応用のためマルコフ過程の確率解析を推進した。また新しいLiouville型定理や剛性定理などリーマン多様体上の幾何解析でも知られていない成果を得た。また分担者桑田とともにRCD空間上の確率解析を確立し、桑田と分担者太田もRCD空間上の幾何解析を、分担者塩谷は測度集中現象による空間収束理論とリーマン多様体の幾何解析においてそれぞれ顕著な成果を得た。また太田はリーマン多様体やフィンスラー多様体上の幾何解析でも重要な成果を導いた。石渡はベキ零被覆グラフ上の非対称酔歩の長時間漸近挙動やリーマン多様体の連結和の熱核の漸近挙動において重要な成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究課題である測度距離空間はリッチ曲率が下に有界なリーマン多様体を一般化した概念である。我々が存在する時空は重力によって曲がった空間であり、それは擬リーマン多様体として数学的に定式化される。研究課題で研究を進めた測度距離空間上の幾何学と解析学の成果は空間が変化して収束していったときに極限状態の空間においても通常の場合と同じ結果があるいは異なるかの指針を与えるものであり、我々の住んでいる空間を根本的に理解する上で意義深いものである。

研究成果の概要(英文)：Kuwae proceed the stochastic analysis for Markov processes for analysis and geometry of metric measure spaces. On the other hand, he established a new Liouville type theorem and rigidity theorem on geometric analysis for Riemannian manifolds. Kuwae and Kuwada studied a stochastic analysis on RCD-spaces and obtained a remarkable result. Also Kuwada and Ohta investigated a geometric analysis on RCD-spaces and obtained a rigidity theorem. Shioya also established convergence theory of metric measure spaces in terms of concentration of measure phenomena and geometric analysis on Riemannian manifolds. On the other hand, Ohta also gave an important result on Riemannian manifolds and Finsler manifolds. Finally, Ishiwata studied asymptotic behavior of non-symmetric random walk on nilpotent Lie group and the long time behavior of heat kernel over connected sum of Riemannian manifolds.

研究分野：マルコフ過程とディリクレ形式

キーワード：ディリクレ形式 マルコフ過程 リーマン多様体 測度距離空間 曲率次元条件 RCD空間 MCP空間

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

2000年代初頭、最適輸送理論を用いたリーマン多様体のリッチ曲率の下限条件の特徴づけの研究を発端として「リッチ曲率が下に有界かつ次元が上に有界な測度距離空間」という空間概念が形成され、その幾何学的性質や解析学が大きく進展した。「リッチ曲率が下に有界かつ次元が上に有界」であることを曲率次元条件、略してCD条件と呼ぶ。CD条件を満たす空間をCD空間と呼ぶ。リッチ曲率が下に有界なリーマン多様体はCD空間である。断面曲率が下に有界ならリッチ曲率も下に有界であるので、断面曲率が下に有界なリーマン多様体もCD空間である。断面曲率が下に有界なリーマン多様体の一般化概念としてアレキサンドロフ空間と呼ばれる者があるが、代表者と共同研究者はこのアレキサンドロフ空間上の解析で先陣を切っており、その研究成果が現れた1990年代後半で「断面曲率下に有界」の一般化であるアレキサンドロフ空間の解析の場合と同様に「リッチ曲率下に有界」な空間概念の拡張が切望されていた経緯が背景にあった。CD空間では自然なエネルギーは非線形のままであり対応するラプシアンも非線形なものとなる。したがって、CD条件はリーマン多様体だけでなくフィンスラー多様体をも包括するものになっていて条件としては緩やかなものである。その後、CD条件に空間の内積構造を加味したリーマン的曲率次元条件、略してRCD条件と呼ばれるものが提起され、それがフィンスラー多様体の場合を除いたリッチ曲率下に有界かつ次元が上に有界なリーマン多様体の自然な拡張概念として認識された。RCD条件を満たす空間をRCD空間と呼ぶ。RCD空間は上述のリーマン多様体の一般化ではあるが、その幾何学構造は当初未解明であった。2010年代前半の研究でやっとその構造が明らかになってきた。一方で、RCD空間上のブラウン運動の構成はディクレ形式とマルコフ過程の理論から容易にわかることであったが、その詳細な性質は空間の幾何学的構造に準拠したためあまりよくわかっていなかったことが挙げられる。RCD空間の解析として確率解析を推し進める大きな目標を掲げたことが、本研究の開始当初の背景である。

2. 研究の目的

測度距離空間の解明において、1990年代から急速に発展した最適輸送理論の研究により数多くの顕著な研究成果が生まれてきた。本研究では下記の有機的に関連する6つの研究を目標とした。

- (A) リーマン構造を伴う曲率次元をもつ空間(RCD-空間)の幾何構造に関する研究。特に、RCD空間の幾何学的あるいは解析的性質を確率的に特徴付ける研究
- (B) 測度収縮性をもつ測度距離空間(MCP-空間)の幾何構造と劣リーマン多様体への応用の研究
- (C) 各点でのリッチ曲率の下限の概念をもつRCD条件をもつ空間の研究
- (D) 測度集中現象に基づく空間の収束の研究
- (E) エンドをもつRCD-空間での熱核の挙動の研究
- (F) 上述の研究を動機付けとする関連するマルコフ過程の確率解析の研究

各々の研究は互いに有機的に結びつき、その相互作用により研究全体を推進させた。本研究は、曲率次元条件を満たす測度距離空間を扱い、マルコフ過程や最適輸送理論という手法を用いるという大きな特徴がある。

3. 研究の方法

研究代表者の桑江は研究全体を統括し、研究分担者・連携研究者・研究協力者の協力の下に、曲率次元をもつ測度距離空間の解析に取り組んだ。個別の研究を進めながら年度ごとに関連す

る研究集会や国際会議を開催して連絡をとりあった。また連携研究者7名に議論を通して研究の進展に参画していただいた。さらに研究協力者には直接的に研究にも加わっていただき本研究課題の成果として寄与していただいた。研究目的(A)-(F)に合わせて分担者をグループに分け、桑江が中心となってセミナー、研究集会などで研究交流を行なった。各々の専門を生かした形で、広い意味で測度距離空間上の幾何学と解析学の研究を多面的かつ有機的に推し進めた。研究期間中に多くの研究集会をおこない(あるいは助成し)、また代表者、分担者が多くの国際研究集会に招聘された。代表者、分担者が組織委員を勤めた国際研究集会として、例えば以下のものがあげられる。

確率論と幾何学「Geometry and Probability」(2018年1月8日-12日東北大学青葉サイエンスホール)、(2019年1月31日-2月2日福岡大学1824教室)、(2019年9月24日-28日大阪大学理学部E404教室)、(2022年3月16日-17日東北大学青葉サイエンスホール)
国際会議「Metrics and Measures」(2018年1月8日-12日東北大学青葉サイエンスホール)
日独確率解析国際会議「Japanese-German Open Conference on Stochastic Analysis 2019」(2019年9月2日-6日福岡大学A棟)
Oberwolfach 研究集会「Variable Curvature Bounds, Analysis and Topology on Dirichlet Spaces」(2021年12月4日-10日 独 Oberwolfach)

代表者、分担者が当該研究の詳細について講演を行なったことは、当該研究の国際的な関心を裏付けるものである。

4. 研究成果

代表者の桑江は、主にディリクレ形式とマルコフ過程の確率解析を用いた測度距離空間の解析を推し進めた。

- (1) 桑江は分担者の桑田と共同で $RCD(K, N)$ 空間上の胴径過程の半マルチンゲール表現定理を曲率の下限条件を巧みに用いて Kendall による古典的な胴径過程の半マルチンゲール表現とは異なる結果を得ることに成功して $RCD(K, N)$ 空間における解析、特に劣線形増大性をもつ調和関数の Liouville 型定理や熱核の比較定理、固有値の比較定理などを得ることに成功した。その結果は *J. Math. Pures Appl.* 126 (2019), no. 9, 72--108 に掲載された。
- (2) 桑江は中国科学院の Xiangdong Li 教授と共同で重み付きリーマン多様体における m -Bakry-Émery リッチ曲率の下限条件下で $m \geq 1$ の場合の新しいタイプのラプラシアンと比較定理を確立し、応用として重み付きリーマン多様体の拡散過程の保存性とフェラー性の判定条件を与えた。この成果は *Bulletin of London Math. Soc.* 54 (2022), no. 2, 404--427 に掲載された。
- (3) 桑江は福岡大学大学院生であった宿利俊熙氏と共同でベクトル場で摂動された非対称ラプラシアンと対応する m -Bakry-Émery リッチ曲率の下限条件下で $m \geq 1$ の場合のラプラシアンの比較定理を確立した。これは $m \geq 1$ の結果の拡張になる。特にその応用として、Myers 型の定理、Bishop-Gromov 型の体積比較定理、Ambrose 型の定理、Cheeger-Gromoll 型の分裂定理を非対称ラプラシアンに対する m -Bakry-Émery リッチ曲率の下限条件下で確立した。この成果は *Tohoku Math. J.* 74 (2022), no. 1, 1--25 に掲載された。
- (4) 桑江は熊本大学先端研究部・金大弘教授と共同でマルコフ過程の絶対連続性条件の下で一般化されたシュレディンガー形式における劣臨界性・臨界性・優臨界性の特徴付けを与えることに成功した。これは関西大学システム理工学部教授の竹田雅好氏の結果を拡張したものである。この研究成果は *Osaka J. Math.* 58 (2021), no. 3, 731--753 に掲載された。
- (5) 桑江は境界の無い完備リーマン多様体上の非対称ラプラシアンを考え、対応する N -Bakry-Émery Ricci tensor に、Lu-Minguzzi-Ohta が導入し証明した λ -range を伴うリッチ曲率下限条件を与えたときの Laplace 作用素の比較定理を基に、種々の幾何学的剛性定理を導出した。さらに勾配型の場合に最適輸送理論による特徴づけを与えることに成功した。また境界付の場合には境界上の平均曲率下限条件を与えたときのラプラシアンの比較定理も証明した。以上の結果は埼玉大学理工学研究科の櫻井陽平氏との共同研究である。これらのうち剛性に関する結果は *Illinois J. Math.* 65 (2021), no. 4, 847--868 に掲載され、最適輸送理

論による特徴づけの結果は Journal of Topology and Analysis に掲載予定であり、境界付きの場合の結果は日本数学会の欧文雑誌 Jour. Math. Soc. Japan に掲載予定である。

- (6) 桑江は解析半群に対する強フェラー性とレゾルヴェントの強フェラー性が同値になるための十分条件を与えた。これは京都大学の楠岡誠一郎氏と筑波大学の松浦浩平氏との共同研究である。この研究成果は Festschrift -- in honor of Masatoshi Fukushima's Beiju に掲載予定である。

分担者塩谷は確率論の Paul Lévy によって発見され、解析学者 Vitali Milmann や幾何学者である Misha Gromov によって発展した測度集中現象と呼ばれる空間収束理論の研究を中心に推し進めた。

- (1) 塩谷は東北大学の中島啓貴氏と共同で測度距離空間上において、等周可能輪郭がある関数以上ならば、観察可能分散がその関数から決まる定数以下となることを示し、等号成立条件を与えた。これは Cheng の最大直径定理および Cheeger-Gromoll の分割定理の一種の一般化となっている。この研究成果は Advanced in Math. 349 (2019), 1198--1233 に掲載された。
- (2) 塩谷は京都大学教授・藤原耕二氏と共同で負曲率を持つ完備、非コンパクトな 4 次元多様体のエンドにある種のグラフ多様体が現れることを調べた。この研究成果は Geometry and Topology 24 (2020) 2035--2074 に掲載された。
- (3) 塩谷は Gromov-Hausdorff 空間の自然なコンパクト化を構成した。これはウルトラ極限と適合するものである。測度距離空間の間のボックス距離およびオブザーバブル距離の概念を等長かつ保測な群作用をもつ測度距離空間の間の距離へ拡張した。いずれも中島啓貴氏(東北大)との共同研究である。これらの研究成果は現在投稿中である。
- (4) 塩谷は数川大輔氏(東北大)と共同で次元が無限大に発散する楕円体の列が、適切に測度を変形した無限次元ガウス空間へと弱収束(より強く観察可能距離について収束)することを示した。これは球面のガウス空間への弱収束を一般化するもので、特に径の長さを調節することで観察可能距離についての収束を得ることができ、これによりこれまで知られていなかった型の収束列の例を構成することができた。この研究成果は現在投稿中である。

分担者太田は曲率次元条件をもつ測度距離空間の解析、特にフィンスラー多様体上の幾何解析を中心に研究の役割を担ってきた。またそれだけでなく、RCD 空間上の幾何解析においても顕著な研究成果をあげている。

- (1) 太田は分担者の桑田、Nicola Gigli 教授、Christian Ketterer 教授と共同で RCD 空間での固有値に関する剛性定理を得た。これは Amer. J. Math. 142 (2020), no. 5, 1559--1594 に掲載された。
- (2) 太田は距離空間上の凸関数の勾配流の研究を推し進め、準凸関数の勾配曲線の弧長の有限性に関する結果を得た。これは J. Geom. Anal. 30 (2020), no. 1, 936-967 に掲載された。
- (3) 太田は距離空間上の準凸関数の勾配曲線として現れる自己収縮曲線(self-contracted curve)の研究を継続し、N. Lebedeva 氏、V. Zolotov 氏と共同で、自己収縮曲線の弧長有限性を曲率が下に有界な距離空間(Alexandrov 空間)を含むより広いクラスへ拡張した。この研究成果は Int. Math. Res. Not. IMRN 2021, no. 11, 8623--8656 に掲載された。
- (4) 太田は東京都立大学准教授の高津飛鳥氏と共同で、重みつきリーマン多様体における次元に依らない対数ソボレフ不等式の等号成立条件を調べた。これは Manuscripta Math. 162 (2020), no. 1-2, 271-282 に掲載された。
- (5) 太田は京都大学の Cong Huang Mai 氏と共同で最適輸送理論により、Bakry-Ledoux 型等周不等式の定量的な評価(安定性)を与えた。この研究成果は Comment. Math. Helv. 96 (2021), no. 4, 693-739 に掲載された。

分担者の桑田は確率論の研究者であり、代表者の研究領域に近い観点から RCD 空間を確率論的観点から研究を推し進めた。

- (1) 桑田は桑江と共同で RCD 空間での胴径過程の半マルチンゲール表現の研究をおこなっただけでなく、Fabrice Baudoin、Erland Grong, Neel Robert, Anton Thalmaier 氏等と共同で劣リーマン多様体上の胴径過程の表現定理の研究を行なった。この研究成果は *Calc. Var. Partial Differential Equations* 58 (2019), no. 4, Paper No. 130, 38 pp. と *Electron. J. Probab.* 25 (2020), Paper No. 97, 17 pp. に分けて掲載された。
- (2) 桑田は中国科学院 Xiangdong Li 教授と共同で無限次元スペクトルギャップ不等式の剛性定理、W-エントロピーの熱分布に沿った単調性の剛性定理などを得た。この研究成果は *Manuscripta Math.* 164 (2021), no. 1-2, 119--149 に掲載された。

分担者の石渡はエンドをもつリーマン多様体の連結和の空間の熱核の漸近挙動や冪零リー群上の非対称な酔歩の漸近挙動を測度距離空間の観点から主に研究した。

- (1) 石渡は岡山大学の河備浩司氏、難波隆弥氏と共同で、冪零被覆グラフ上の非対称ランダム・ウォークの長時間漸近挙動の研究を行い、適切な条件のもとで半群の収束である中心極限定理を証明した。また、より精密な Invariance principle も証明した。この研究成果は *Electron. J. Probab.* 25 (2020), Paper No. 86, 46 pp. に掲載された。
- (2) 石渡は Bielefeld 大学の A. Grigor'yan 教授、Cornell 大学の L. Saloff-Coste 教授と共同で非コンパクトリーマン多様体の連結和上の熱核の長時間挙動の研究を行い、空間がパラボリック(ブラウン運動が再帰的)である場合には、連結部分の熱核の挙動は増大度がもっと大きいエンドがコントロールすることを明らかにした。また critically ordered end condition (COE) という条件のもとで熱核のシャープな評価を得た。更にこれを用いてポアンカレ定数の評価を得た。この研究成果は *J. Math. Pures Appl.* (9) 113 (2018), 155--194 に掲載された。
- (3) 石渡は慶應義塾大学の河備浩司教授、および立命館大学の難波龍弥助教とともに、冪零被覆グラフ上の非対称ランダムウォークについての中心極限定理を示し、極限作用素として冪零 Lie 群上のドリフト付きラブラシアンを生成作用素とする熱半群に収束させることができることを示した。この研究成果は *Potential Anal.* 55 (2021), no. 1, 127--166 に掲載された。
- (4) 石渡は多様体の連結和上のポアンカレ定数について研究を行い、最良の評価を得た。距離球上のポアンカレ定数は Ricci 曲率が非負の多様体においては半径 r の 2 乗のオーダーを持つことが知られ、熱核評価など様々な多様体構造とのつながりが知られていた。今年度の研究の結果、連結和上のポアンカレ定数は、エンドの体積増大度が 2 番目に大きいエンドによりのみ決定されるという結果を得た。この結果は論文としてまとめ現在投稿準備中である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計19件（うち査読付論文 19件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Koji, Fujiwara and Takashi Shioya	4. 巻 24
2. 論文標題 Graph manifolds as ends of negatively curved Riemannian manifolds	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Geometry and Topology	6. 最初と最後の頁 2035--2074
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/gt.2020.24.2035	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yufeng Lu, Ettore Minguzzi, Shin-ichi Ohta	4. 巻 104
2. 論文標題 Geometry of weighted Lorentz-Finsler manifolds I singularity theorems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. London Math. Soc	6. 最初と最後の頁 362--393
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/jlms.12434	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Shin-ichi, Ohta	4. 巻 30
2. 論文標題 Self-contracted curves in CAT(0)-spaces and their rectifiability	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Geometric Analysis	6. 最初と最後の頁 936--967
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-018-00126-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Nicola, Gigli, Christian Ketterer, Kazumasa Kuwada, and Shin-ichi, Ohta	4. 巻 142
2. 論文標題 Rigidity for the spectral gap on RCD(K,)-spaces	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 American J. Math.	6. 最初と最後の頁 1559--1594
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1353/ajm.2020.0039	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Alexander Grigor'yan, Satoshi Ishiwata, and Laurent Saloff-Coste	4. 巻 3
2. 論文標題 Geometric analysis on manifolds with ends	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Analysis and Geometry	6. 最初と最後の頁 325--344
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/9783110700763-011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Satoshi Ishiwata, Hiroshi Kawabi and Ryuya Namba	4. 巻 25
2. 論文標題 Central limit theorems for non-symmetric random walks on nilpotent covering graphs: Part I	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Electronic Journal of Probability	6. 最初と最後の頁 1--46
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/20-EJP486	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Satoshi Ishiwata, Hiroshi Kawabi and Ryuya Namba	4. 巻 55
2. 論文標題 Central limit theorems for non-symmetric random walks on nilpotent covering graphs: Part II	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Potential Analysis	6. 最初と最後の頁 127--166
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11118-020-09851-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazumasa Kuwada and Kazuhiro Kuwae	4. 巻 126
2. 論文標題 Radial processes on $RCD^*(K, N)$ -spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Math. Pures Appl.	6. 最初と最後の頁 72-108
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.matpur.2018.12.008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Z.-Q. Chen, D. Kim and K. Kuwae	4. 巻 374
2. 論文標題 Lp-independence of spectral bounds of generalized Feynman-Kac semigroups for symmetric Markov processes	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Math. Ann.	6. 最初と最後の頁 601-652
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-018-1746-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Nakajima and T. Shioya	4. 巻 349
2. 論文標題 Isoperimetric rigidity and distributions of 1-Lipschitz functions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Adv. Math.	6. 最初と最後の頁 1198-1233
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2019.04.043	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 S. Ohta and A. Takatsu	4. 巻 162
2. 論文標題 Equality in the logarithmic Sobolev inequality	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Manuscripta Math.	6. 最初と最後の頁 271-282
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00229-019-01134-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 A. Grigor'yan, S. Ishiwata and L. Saloff-Coste	4. 巻 113
2. 論文標題 Heat kernel estimates on connected sums of parabolic manifolds	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal de Mathématiques Pures et Appliquées	6. 最初と最後の頁 155-194
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-018-00126-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 石渡 聡	4. 巻 71
2. 論文標題 非コンパクトリーマン多様体上の熱核評価～最近の発展～	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数学	6. 最初と最後の頁 77-92
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae	4. 巻 369
2. 論文標題 Analytic characterizations of gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Transactions of American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 4545-4596
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/6702	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mila Kurniawaty, Kaneharu Tsuchida and Kazuhiro Kuwae	4. 巻 57
2. 論文標題 On the doubly Feller property of resolvent	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Kyoto Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 637-654
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1215/21562261-2017-0009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae	4. 巻 370
2. 論文標題 General analytic characterization of gaugeability for Feynman-Kac functionals	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 1-37
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-017-1516-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takashi Shioya and Takatsu Asuka	4. 巻 288
2. 論文標題 High-dimensional metric-measure limit of Stiefel and flag manifolds	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Math. Z.	6. 最初と最後の頁 1-35
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-018-2044-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazumasa Kuwada and Taro Matsumura	4. 巻 55
2. 論文標題 Zero noise limit of a stochastic differential equation involving a local time	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Osaka Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 777-794
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shin-ichi Ohta	4. 巻 70
2. 論文標題 Needle decompositions and isoperimetric inequalities in Finsler geometry	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 651-693
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/07027604	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計47件 (うち招待講演 37件 / うち国際学会 32件)

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Laplacian comparison theorem on Riemannian manifolds with modified m -Bakry-Emery Ricci lower bounds for $m \geq 1$
3. 学会等名 Geometric Measure Theory and Geometric Analysis in Moscow (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Ellipsoids converge to Gaussian spaces
3. 学会等名 Geometric Measure Theory and Geometric Analysis in Moscow (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 太田慎一
2. 発表標題 Comparison theorems with epsilon-range
3. 学会等名 リーマン幾何と幾何解析
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 太田慎一
2. 発表標題 最適輸送理論と発展方程式
3. 学会等名 機能性液晶の探索に向けたトポロジー手法
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Satoshi Ishiwata
2. 発表標題 Geometric Analysis on manifolds with ends
3. 学会等名 Himeji Conference on Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Laplacian comparison theorem on Riemannian manifolds with $CD(K, m)$ -condition for $m > 1$
3. 学会等名 New trends in Hamilton-Jacobi: PDE, Control, Dynamical Systems and Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 桑江一洋
2. 発表標題 Laplacian comparison theorem under modified λ -Bakry-Emery Ricci lower bound with $m < 1$
3. 学会等名 福岡大学微分幾何研究集会(福岡大学セミナーハウス)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 New Laplacian comparison theorem and its applications to diffusion processes on Riemannian manifolds
3. 学会等名 Northwestern Probability Seminar (Northwestern University)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Graph manifolds as ends of negatively curved Riemannian manifolds Curvature and Topology of Spaces
3. 学会等名 BICMR, 北京大学 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 塩谷隆
2. 発表標題 Graph manifolds as ends of negatively curved Riemannian manifolds
3. 学会等名 リーマン幾何と幾何解析 筑波大学 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 Geometry of weighted Lorentz-Finsler manifolds.
3. 学会等名 The 5th Japan-China Geometry Conference (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 Geometry of weighted Lorentz-Finsler manifolds
3. 学会等名 The second Taiwan-Japan Joint Conference on Differential Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 最適輸送理論の基礎と応用
3. 学会等名 IPA Math Seminar Series (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Satoshi Ishiwata
2. 発表標題 Poincare constant on manifolds with ends
3. 学会等名 Analysis and PDEs on manifolds and factals (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 Stochastic Processes and its Applications (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 AIMS, National Taiwan University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Laplacian comparison theorem on Riemannian manifolds with $CD(K, m)$ -condition for $m < 1$
3. 学会等名 Workshop on barycenters, convexity on metric spaces and positive operators, Suwon, 韓国 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Green-tight measures of Kato class and compact embedding theorem for symmetric Markov processes
3. 学会等名 Workshop on Random Matrices, Stochastic Geometry and Related Topics (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Isoperimetric rigidity and distributions of 1-Lipschitz functions
3. 学会等名 第4回日中幾何学研究集会, University of Science and Technology of China, Hefei (中国) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 Rectifiability of self-contracted curves with applications
3. 学会等名 The Cut Locus 2018, 東海大学札幌キャンパス (北海道・札幌市) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 Rectifiability of self-contracted curves with applications
3. 学会等名 Workshop on barycenters, convexity on metric spaces and positive operators, Suwon, 韓国 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 Conference GeoProb 2017 at Luxembourg (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 Japanese-German Open Conference on Stochastic Analysis 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 Intense Activity Period Metric Measure Spaces and Ricci Curvature, Bonn (Germany) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 桑江一洋
2. 発表標題 Radical processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 2017年度福岡大学微分幾何研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 桑江一洋
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 2017年度確率論シンポジウム, 片平さくらホール 東北大学 (宮城県)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 桑江一洋
2. 発表標題 Irreducible decomposition for Markov processes
3. 学会等名 2017年度確率論シンポジウム, 片平さくらホール 東北大学 (宮城県)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 桑江一洋
2. 発表標題 L_p -independence of spectral radius for generalized Feynman-Kac semigroups
3. 学会等名 2017年度確率論シンポジウム, 片平さくらホール 東北大学 (宮城県)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 Conference on 'Metrics and Measures', 東北大学 (宮城県) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 桑江一洋
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 岡山 - 広島 解析・確率論セミナー 2017 岡山大学(岡山県) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K,N)$ -spaces
3. 学会等名 NYU Probability and Mathematical Physics Seminar, ニューヨーク大学 (ニューヨーク市)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 High-dimensional spaces in metric measure geometry Geometric Analysis on smooth and non-smooth spaces
3. 学会等名 Geometric analysis on smooth and nonsmooth spaces SISSA, Trieste, Italy (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Isoperimetric rigidity and distributions of 1-Lipschitz functions
3. 学会等名 Conference on "Metrics and Measures", サイエンスホール, 東北大学 (仙台市) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Isoperimetric rigidity and distributions of 1-Lipschitz functions
3. 学会等名 Global Differential Geometry Workshop, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, サンヤ(中国)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazumasa Kuwada
2. 発表標題 Monotonicity and rigidity of the W-entropy on RCD (0,N) spaces
3. 学会等名 23rd Nevanlinna Colloquium ETH Zurich, Zurich, Switzerland(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazumasa Kuwada
2. 発表標題 Radial processes on RCD*(K,N)-spaces
3. 学会等名 Geometric analysis on smooth and nonsmooth spaces SISSA, Trieste, Italy(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazumasa Kuwada
2. 発表標題 Monotonicity and rigidity of the W-entropy on RCD(0,N)-spaces
3. 学会等名 2017 IMS-China international conference on statistics and probability Mingyuan Xindu Hotel, Nanning, China(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazumasa Kuwada
2. 発表標題 Rigidity for the spectral gap on $RCD(K, \infty)$ spaces
3. 学会等名 39th conference on stochastic processes and their applications (invited special session) The Best Western Vega Hotel & Convention Center, Moscow, Russia (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazumasa Kuwada
2. 発表標題 Rigidity for the spectral gap on $RCD(K, \infty)$ spaces
3. 学会等名 Intense Activity Period Metric Measure Spaces and Ricci Curvature, Bonn (Germany) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K, N)$ -spaces
3. 学会等名 Analysis Seminar in Cornell University, Cornell大学 (ニューヨーク州イサカ市)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 Spectral gap and rigidity under positive Ricci curvature
3. 学会等名 23rd Rolf Nevanlinna Colloquium, Zurich (Switzerland) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 On weighted Ricci curvature of negative effective dimension
3. 学会等名 CMC conference: Optimal transport and related topics, Seoul (South Korea) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 On weighted Ricci curvature of negative effective dimension
3. 学会等名 Intense Activity Period Metric Measure Spaces and Ricci Curvature, Bonn (Germany) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shin-ichi Ohta
2. 発表標題 Self-contracted curves in CAT(0)-spaces and their recti
3. 学会等名 Conference on `Metrics and Measures', 東北大学 (宮城県) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Satoshi Ishiwata
2. 発表標題 Poincare inequality on manifolds with ends
3. 学会等名 Analysis and PDEs on Manifolds, 南開大学 (中国天津) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Satoshi Ishiwata
2. 発表標題 Poincare inequality on manifolds with ends
3. 学会等名 Global properties in potential theory of continuous and discrete spaces, 北海道大学(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Satoshi Ishiwata
2. 発表標題 Poincare inequality on manifolds with ends
3. 学会等名 Cornell University Probability Seminar, Cornell大学(ニューヨーク州イサカ市)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 桑江一洋 竹田雅好	4. 発行年 2020年
2. 出版社 朝倉書店	5. 総ページ数 230
3. 書名 ディリクレ形式入門	

1. 著者名 塩谷隆	4. 発行年 2019年
2. 出版社 岩波書店	5. 総ページ数 20
3. 書名 測度距離幾何学-高次元および無限次元空間へのアプローチ-, 日本数学会「数学」	

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>福岡大学研究者情報 桑江一洋 https://resweb2.jhk.adm.fukuoka-u.ac.jp/FukuokaUnivHtmI/info/6600/R110J.html?P=1620873559846 Shioya Takashi's Homepage http://www.math.tohoku.ac.jp/~takashioya/index.html Shin-ichi OHTA http://www4.math.sci.osaka-u.ac.jp/~sohta/ http://db.tohoku.ac.jp/whois/e_detail/0bef4adef8c479bcd249ab88ab6d6a6.html http://www4.math.sci.osaka-u.ac.jp/~sohta/ http://db.tohoku.ac.jp/whois/e_detail/7d7d7f43892cf6287784a7ef37021921.html http://yudb.kj.yamagata-u.ac.jp/html/100000516_ja.html</p>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	太田 慎一 (Ohta Shin-ichi) (00372558)	大阪大学・理学研究科・教授 (14401)	
研究分担者	石渡 聡 (Ishiwata Satoshi) (70375393)	山形大学・理学部・准教授 (11501)	
研究分担者	塩谷 隆 (Shioya Takashi) (90235507)	東北大学・理学研究科・教授 (11301)	
研究分担者	桑田 和正 (Kuwada Kazumasa) (30432032)	東北大学・理学研究科・教授 (11301)	削除：2019年1月28日

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	金 大弘 (Kim Daehong) (50336202)	熊本大学・大学院先端科学研究部・教授 (17401)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	李 向東 (Li Xiangdong)	中国科学院・数学及びシステム科学研究所・教授	
連携研究者	天羽 隆史 (Amaba Takafumi) (10737539)	福岡大学・理学部・准教授 (37111)	
連携研究者	厚地 淳 (Atsuji Atsushi) (00221044)	慶應義塾大学・理工学部・教授 (32612)	
連携研究者	河備 浩司 (Kawabi Hiroshi) (80432904)	慶應義塾大学・経済学部・教授 (32612)	
連携研究者	北別府 悠 (Kitabeppu Yu) (50728350)	熊本大学・大学院先端科学研究部・准教授 (17401)	
連携研究者	船野 敬 (Funano Kei) (40614144)	東北大学・情報科学研究科・准教授 (11301)	
連携研究者	本多 正平 (Honda Shouhei) (60574738)	東北大学・理学研究科・教授 (11301)	
連携研究者	高津 飛鳥 (Takatsu Asuka) (90623554)	都立大学・理学研究科・准教授 (22604)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計3件

国際研究集会 Japanese-German Open Conference on Stochastic Analysis 2019	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Maetrics and Measures	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Geometry and Probability	開催年 2018年～2018年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	コーネル大学			
ドイツ	ビーレフェルト大学	ケムニッツ工科大学		
中国	中国科学院数学およびシステム 科学研究所			