

令和 2 年 6 月 30 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17H02849

研究課題名(和文)空間の構造と解析の関わり—フラクタルを出発点として—

研究課題名(英文)Relation between structure of spaces and analysis

研究代表者

木上 淳(KIGAMI, JUN)

京都大学・情報学研究科・教授

研究者番号：90202035

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,700,000円

研究成果の概要(和文)：空間の性質を理解するための基礎理論の研究を行った。具体的にはコンパクトな距離空間の分割とその上の重み関数という概念を導入し、距離や測度に対応する自然な重み関数を定義した。この観点から、分割上の重み関数は距離や測度を包括する概念と考える事ができることを示し、更に重み関数が距離に対応するための必要十分条件が、分割と重み関数から決まる無限グラフがグロモフの意味で双曲的であること、重み関数の世界では、距離と距離が疑対称的であることと、測度が距離に対して2倍である事が同じ概念であること、更に距離空間のアールフォース正則等角次元がエネルギーの臨界指数に一致することを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

この研究はフラクタルなどに代表される複雑な構造を持つ空間の幾何学的構造と其上での解析学の関わりを明らかにする事を目的としてきた。この研究で取り扱われているような複雑な構造を持つ空間は、不均質な媒質・複雑な境界をもつ物体、分岐構造をもつ神経や血管などのモデルとして身近に存在し応用上も重要である。本研究ではそれらの上での様々な現象の解明のための数学的基礎理論の構築を目指して、特に、複雑な空間上の距離と測度の構成方法、空間の次元の特徴づけ、複雑なグラフ上でのランダムウォークの性質の解明、複雑な空間上の確率過程の漸近挙動の解明などにおいて成果をあげた。

研究成果の概要(英文)：We have conducted a research on the basic notions regarding metric spaces. More concretely, we have introduced the notions of a partition of a compact metric spaces and its weight functions. We have shown that metrics and measures naturally induce associated weight functions. In this respect, metrics and measures are shown to be included in the notion of weight functions. Moreover, we have shown the following three results. First, a weight function is induced by a metric if and only if the infinite graph associated with the partition and the weight function is hyperbolic in the sense of Gromov. Second, in the regime of weight functions, the relation of a metric being quasisymmetric with respect to another metric is the same relation as a measure being volume doubling with respect to a metric. Thirdly, the Ahffors regular conformal dimension is equal to the critical index of p -energies.

研究分野：解析学

キーワード：フラクタル 熱核 距離空間 力学系 Harnack 不等式 等角次元

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

フラクタル上の解析は、Sierpinski gasket 上へのブラウン運動・ラブラシアンを契機として、その後 Sierpinski carpet, random self-similar set などに対象が拡大されていった。その過程で、熱核や固有値分布の漸近挙動に表れるスペクトル次元と呼ばれる指数が、空間のハウスドルフ次元と異なること、漸近挙動に振動現象が見られることなど、これらの複雑な構造を持つ空間上の解析では従来のユークリッド空間・多様体上の解析では見られない現象が発生することが見いだされてきた。このような現象を理解するための研究を通じて、これらの現象はフラクタルの見かけの形(幾何)と解析学的構造に適合した幾何構造が乖離していることが原因であることが理解されていった。この理解から、解析的構造に適合した距離の構成とその距離のもとでの空間の幾何構造の研究が進展し、特に、Sierpinski gasket については、harmonic Sierpinski gasket とその上の測度論的リーマン構造の発見へとつながった。この研究はさらに、強局所的な Dirichlet 形式に付随する測度論的リーマン構造の発見へと進展してきていた。一方、平面上のガウス自由場の研究においても、その解析的性質、例えば熱核の漸近挙動、を記述するのに適切な距離として(ユークリッドの距離の代わりに)ガウス自由場から決まる距離の存在とその性質の解明が、進められてきていた。さらに、Julia 集合やクライン群の不変集合などに対しても、その力学系の不変集合としての構造から拡散過程・ラブラシアンなどの解析学的構造を構成する試みが続けられてきていた。これらの研究を広い見地からみることで、空間の幾何学的な構造と空間上の解析学の構成の間の相互的な関わりを解明することが複雑な複雑な空間上の現象を理解するためには不可欠であることが認識され、そのための基礎理論の構築が必要となってきたのである。

2. 研究の目的

フラクタル上の解析の研究の進展に伴い、ユークリッド空間や多様体では隠されていた「空間の構造とそのうえの解析の相互的な関わり」が顕在化してきた。例えば、Sierpinski gasket(GS) の同相写像の全体が離散群であることは、SG 上のブラウン運動の熱核や、ラブラシアン固有値分布の漸近挙動に振動現象を引き起こしている。さらに最近の複素平面上のガウス自由場に付随する Liouville ブラウン運動の研究は、複素平面のような“簡単”な構造の空間上の“通常の”解析(ブラウン運動)に於てさえ、ランダムな測度が介在すると空間の構造と解析の関わりが自明でなくなることを示している。本研究は、フラクタルを起点として空間の構造と解析の相互的な関わりを諸相を明らかにすることを目的とする。

3. 研究の方法

数学の分野における基礎研究であるので、関係分野の文献を読み込むこと、研究集会に参加し、最近の研究動向を調査し、また他の研究者と議論を行うことなどが中心となる。本研究において特筆すべきこととしては、本研究は国際的な共同研究が大きな位置を占めており、国際研究集会への参加、共同研究者の所属する海外の大学への長期滞在、海外からの共同研究者の招聘などに研究費の多くの部分が割かれている。このことは、研究成果(国際共著論文、国際研究集会での招待講演)などに反映されている。

4. 研究成果

本研究は、空間の幾何構造と解析の関わりに関して多角的な視野からアプローチを試みている。ここでは、その成果のうち代表的なものについて特に研究代表者の研究成果について述べる。

- (1) 研究代表者木上は、本研究の最も基礎の部分を支える距離空間の測度と距離とそれに付随する距離空間の次元について研究を行った。コンパクトな距離空間の分割を繰り返して空間を小さな空間に分けていくことは、 $[0, 1]$ 区間の binary division や双曲的な力学系に付随するマルコフ分割、自己相似集合の縮小写像による構成、調和解析における dyadic cubes など数学の至る所に、出現してきた。本研究では、このような距離空間の分割の繰り返しを、tree 構造(ループの無い無限グラフ)から空間のコンパクトな部分集合への写像として定式化した。すなわち、基礎となる距離空間を X とおくと、 X を有限個のコンパクトな部分集合の合併として表し、更にその部分集合のそれぞれを有限個のコンパクトな部分集合の合併として表すという過程を無限に繰り返してとき、1つ1つのコンパクト部分集合を頂点、コンパクトな部分集合とそれを分割するコンパクト部分集合の組を辺とするグラフを構成するとき、このグラフは無限 Tree となる。この tree の頂点から、コンパクト部分集合への対応を、空間の分割(partition)と呼ぶのである。本研究ではまずこのような partition の基本的性質として、同じレベル(Tree の root からのグラフ距離が同じ)での partition に属するコンパクト集合の間の交わりが少ないことに相当する minimal partition という概念を導入し、任意の partition は minimal な partition に取り直せることを示した。さらに minimal な partition に於てはそれぞれのコンパクト集合の内部は空でなく、内部は同じレベルの partition を構成するコンパクト集合とは交わらないことを示した。次に、距離や測度に対応する概念として、partition を構成するコンパクト集合の重みを weight function という形で定式化し、測度の場合には partition を構成するコンパクト集合の測度、距離の場合にはその直径が、この意味での weight function となることを示した。さらに weight function の値がだいたい同じサイズである partition を構成する

コンパクト集合を集めて、オリジナルな tree を再構成し、同じサイズのコンパクト集合から近傍を構成することで、空間上に weight function から決まる visual pre-metric という概念を定義した。この、visual pre-metric は Gromov による hyperbolic なグラフの理論に表れる visual metric の類似物となっている。ここでの問題意識は、「距離からは weight function が決まる」がその逆はいつ成り立つかということである。すなわち与えられた weight function に適合する距離がいつ存在するかという問題である。この問題に対して、weight function から決まる visual pre-metric (のある幕が) weight function (のある幕)と適合する距離と bi-Lipschitz 同値になるための必要十分条件は weight function の定める tree の再構成に、同じレベルの partition を構成するコンパクト集合同士の交わりを辺として加えた無限グラフが Gromov の意味で hyperbolic であること、さらにその時には visual pre-metric は Gromov の意味の visual metric となっていることを示した。この結果は、ユークリッド空間の場合の Elek の先行結果や、自己相似集合の場合の Lau-Wang の先行結果を包含している。次の問題として、測度や距離の間の bi-Lipschitz 同値、絶対連続性、Ahlfors regularity、volume doubling、quasisymmetry などの様々な関係を weight function の言葉で記述することに取り組んだ。まず weight function の間の bi-Lipschitz 同値という概念を導入し、「2つの距離から定義された weight functions が weight function として bi-Lipschitz 同値であるための必要十分条件はもとの距離が距離の意味で bi-Lipschitz 同値であること」「2つの測度から定義された weight functions が bi-Lipschitz 同値であるための必要十分条件は測度が互いに絶対連続でありその Radon-Nykodim 微分が上下から定数で一樣に評価が出来ること」「距離から定義された weight function の幕と測度から定義された weight function が bi-Lipschitz 同値であるための必要十分条件は測度が距離に関して Ahlfors regular であること」を示した。さらに、weight function の間の gentle 同値という概念を導入し、「2つの距離から定義された weight functions が gentle 同値であるための必要十分条件はそれらの距離が quasisymmetric であること」「距離から決まる weight function と測度から決まる weight function が gentle 同値であるための必要十分条件は、測度が距離に関して volume doubling となっていること」を証明した。以上のことから、weight function の世界は測度と距離の双方を自然に含み、距離や測度の間の関係は、weight function の世界での同値関係に帰着することがわかった。さらに、これらの結果の応用として、partition と weight function を用いた空間の Ahlfors regular conformal 次元 (ARC 次元) の特徴づけをおこなった。すなわち partition を構成する tree の同じレベル(つまり 'tree の root からのグラフ距離が同じ)の頂点の集合に対応する partition を構成するコンパクト集合の間に交わりが在るときは辺を加えたグラフを考え、その上の関数に対してその辺の両端の値の差の絶対値の p 上の和で定義される p -energy を定義し、レベルを上げたときの p -energy の漸近挙動からきまる index を定義し、その index が空間の ARC 次元に等しいことを示した。この結果は、Kleiner や Piaggio による曲線族の modulus の漸近挙動による ARC 次元の特徴付けの partition 版とも言えるものであり、もともとの Kleiner が ARC 次元を研究した動機である conformal geometry における Cannon の予想「hyperbolic な群の Gromov 境界が球面と同相ならば、その境界に visual metric を入れた距離空間は球面に自然なユークリッドの距離を入れた距離空間と quasisymmetric である。」とも深い関係がある。これらの結果については、140 頁からなる Research monograph “Geometry and Analysis of metric spaces via weighted partitions”として Springer より Lecture notes in Mathematics の 1 巻として刊行される予定である。今後の研究の展開としては、 p -energy による ARC 次元の特徴づけを用いて、ARC 次元の到達可能性の問題の解決を目指している。

- (2) 分担者熊谷は、広い範疇の subordination から作られる一般の分数量時間微分熱方程式の弱解の存在と一意性、さらに解の確率論的表現について解析し、熱核の精密な上下からの評価を得た。また、X. Chen 氏、Z.Q. Chen 氏、J. Wang 氏との共同研究で一般の対称確率過程について、対応する熱方程式の解が parabolic Harnack 不等式や精密な熱核評価を持つための必要十分条件を導き出した。
- (3) 分担者白石は一様全域木やパーコレーションといった統計物理学に背景をもつマルコフ性持たない確率モデルが、漸近的な意味で独立性を持つという性質を、カップリングの手法を用いて証明した。さらに、3次元一様全域木のスケール極限の存在および極限の諸性質を明らかにした。
- (4) 分担者相川は、半径一定の容量密度平均の下限を考え、半径が大きくなったときの極限が 0 か 1 しかないことを距離測度空間に対して示した。また、Intrinsic ultracontractivity の研究を応用して、Lipschitz 領域や John 領域をベースとするシリンダー上の熱方程式の可積分性を与えた。これは正值優調和関数の可積分性に関する対応する結果の放物型への拡張となっている。
- (5) 分担者梶野は、University of British Columbia の Murugan 氏との共同研究で、elliptic Harnack 不等式を満たす拡散過程に対して「適当な時間変更過程が距離の適切な擬対称変形のもので上と下からの walk 次元 b の sub-Gaussian 型の熱核評価をみたとす」ような b の全体の下限が 2 であることを証明した。

- (6) 分担者日野は、2次元 Sierpinski gasket において、楠岡測度を底測度とする熱核の局所スペクトル次元の定量評価を改良した。さらにマルチンゲール次元の定量評価の問題に取り組み、一般の測度距離空間の上に定義された強局所 Dirichlet 形式に付随する拡散過程について、マルチンゲール次元が1となるための十分条件を導いた。
- (7) 分担者宍倉は Eremenko-Lyubich 条件をみたす超越整関数の遊走領域の擬等角写像を用いた新しい構成法を与えた。さらに複素パラメータをもつ複素1次元力学系であるアーノルド族について D. Marti Pele 氏と共同研究を行い、放物型パラメータの近傍での分岐をその極限挙動を通じて解析し、Finger と呼ばれる分岐パラメータの集合の生成を説明し量的な評価を導いた。
- (8) 分担者角は、ランダム力学について、特に2次元多項式族の multiplicative noise 系の詳細を解析した。さらに、ランダム実・複素力学系および非自励系複素力学系などの決定論的力学系では起こりえない新しい現象の研究と、複素蓮分数展開に関する無限等角反復関数系の研究を行った。
- (9) 分担者秋山は、Bernoulli convolution の Garcia エントロピー、置換力学系について、研究を行った。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計14件（うち査読付論文 14件 / うち国際共著 7件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 A. Dembo, T. Kumagai and C. Nakamura	4. 巻 23
2. 論文標題 Cutoff for lamplighter chains on fractals	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Electron. J. Probab.	6. 最初と最後の頁 1-21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/18-EJP196	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 D.A. Croydon, B.M. Hambly and T. Kumagai	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Heat kernel estimates for FIN processes associated with resistance forms	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Stoch. Proc. Their Appl.	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 H. Aikawa	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Potential theoretic notions related to integrability of superharmonic functions and supertemperatures	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Analysis and Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 M. Shishikura	4. 巻 43
2. 論文標題 Conformality of quasiconformal mappings at a point, revisited.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Ann. Acad. Sci. Fenn. Math.	6. 最初と最後の頁 981-990.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5186/aasfm.2018.4359	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shigeki Akiyama, De-Jun Feng, Tom Kempton, Tomas Persson	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 On the Hausdorff Dimension of Bernoulli Convolutions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rny209	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 D. Shiraishi	4. 巻 370
2. 論文標題 A random walk on a non-intersecting two-sided random walk trace is subdiffusive in low dimensions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 4525-4558
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/5737	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 M. Hino and K. Matsuura	4. 巻 48
2. 論文標題 An integrated version of Varadhan's asymptotics for lower-order perturbations of strong local Dirichlet forms	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Potential Anal.	6. 最初と最後の頁 257-300
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11118-017-9634-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 R. Stankewitz, T. Sugawa and H. Sumi	4. 巻 12
2. 論文標題 Hereditarily non-uniformly perfect sets	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems Ser. S.	6. 最初と最後の頁 2391--2402
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcdss.2019150	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 D.A. Croydon, B.M. Hambly, T. Kumagai	4. 巻 22
2. 論文標題 Time-changes of stochastic processes associated with resistance forms	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Electron. J. Probab.	6. 最初と最後の頁 1-41
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/17-EJP99	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Jaerisch and H. Sumi	4. 巻 313
2. 論文標題 Pointwise Hoelder exponents of the complex analogues of the Takagi function in random complex dynamics	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Adv. Math.	6. 最初と最後の頁 839-874
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2017.04.021	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 D. Shiraishi	4. 巻 46
2. 論文標題 Growth exponent for loop-erased random walk in three dimensions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Ann. Prob.	6. 最初と最後の頁 687-774
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/16-AOP1165	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K.Kuwada and T. Matsumura	4. 巻 未定
2. 論文標題 Zero noise limit of a stochastic differential equation involving a local time	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Osaka Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H. Aikawa, A. Bjorn, J. Bjorn, N. Shanmugalingam	4. 巻 未定
2. 論文標題 Dichotomy of global capacity density in metric measure spaces	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Calculus of Variations	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/acv-2016-0066	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 S. Akiyama and J. Caalim	4. 巻 57
2. 論文標題 Invariant measure of rotational beta expansion and a problem of Tarski	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Discrete & Computational Geometry	6. 最初と最後の頁 357-370
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00454-016-9849-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計18件 (うち招待講演 18件 / うち国際学会 18件)

1. 発表者名 J. Kigami
2. 発表標題 Weakly exponential measures and time changes of the Brownian motion
3. 学会等名 IPAM Workshop, Analysis and Geometry of Random Shapes (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 H. Aikawa
2. 発表標題 Global integrability of supertemperatures
3. 学会等名 International Conference on Complex Analysis, Potential Theory and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Kumagai
2. 発表標題 Quenched invariance principle for random walks among random conductances with stable-like jumps
3. 学会等名 Interplay of Random Media and Stochastic Interface Models (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 J. Kigami
2. 発表標題 Weighted partition of a compact metric space, its hyperbolicity and Ahlfors regular conformal dimension
3. 学会等名 2018 Spring Probability Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 S. Akiyama
2. 発表標題 A criterion for almost periodicity of substitutive systems
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 D. Shiraishi
2. 発表標題 Geometry of Brownian motion
3. 学会等名 2nd Hong Kong/Kyoto Workshop on ``Fractal Geometry and Related Areas'' (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 M. Hino
2. 発表標題 Asymptotics of integrated Betti numbers for random simplicial complex processes
3. 学会等名 Fractal Geometry and Stochastics 6 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H. Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 Workshop on Random Dynamical Systems and Anomalous Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 木上 淳
2. 発表標題 Construction of metrics on a compact metric spaces
3. 学会等名 6th Cornell Conference on Analysis, Probability, and Mathematical Physics on Fractals (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 木上 淳
2. 発表標題 Ahlfors regular conformal dimension and critical value of p-energies of a compact metric space
3. 学会等名 1134th AMS Sectional Meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 日野 正訓
2. 発表標題 Asymptotic behavior of lifetime sums for random simplicial complex processes
3. 学会等名 Japanese-German Open Conference on Stochastic Analysis 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 熊谷 隆
2. 発表標題 Time changes of stochastic processes associated with resistance forms
3. 学会等名 6th Cornell Conference on Analysis, Probability, and Mathematical Physics on Fractals (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 角大 輝
2. 発表標題 Finding roots of any polynomial by random relaxed Newton's methods
3. 学会等名 AMS sectional meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 白石 大典
2. 発表標題 Geometry of Brownian motion
3. 学会等名 Japanese-German Open Conference on Stochastic Analysis 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 栗田 和正
2. 発表標題 Rigidity for the spectral gap on RCD (K, ∞) spaces
3. 学会等名 39th conference on stochastic processes and their applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 相川 弘明
2. 発表標題 Dichotomy of global capacity density
3. 学会等名 Probability and Analysis 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 秋山 茂樹
2. 発表標題 Around discretized rotation
3. 学会等名 Numeration 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Matings and Thurston obstruction
3. 学会等名 Complex dynamics and quasi-conformal geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	白石 大典 (Shiraishi Daisuke) (00647323)	京都大学・情報学研究科・講師 (14301)	
研究分担者	相川 弘明 (Aikawa Hiroaki) (20137889)	中部大学・工学部・教授 (33910)	
研究分担者	日野 正訓 (Hino Masanori) (40303888)	京都大学・理学研究科・教授 (14301)	
研究分担者	角 大輝 (Sumi Daiki) (40313324)	京都大学・人間・環境学研究科・教授 (14301)	
研究分担者	秋山 茂樹 (Akiyama Shigeki) (60212445)	筑波大学・数理物質系・教授 (12102)	
研究分担者	宍倉 光広 (Shishikura Mitsuhiro) (70192606)	京都大学・理学研究科・教授 (14301)	
研究分担者	熊谷 隆 (Kumagai Takashi) (90234509)	京都大学・数理解析研究所・教授 (14301)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	梶野 直孝 (Kajino Naotaka) (90700352)	神戸大学・理学研究科・准教授 (14501)	
研究分担者	桑田 和正 (Kuwada Kazumasa) (30432032)	東北大学・理学研究科・教授 (11301)	平成30年度途中で死亡したことにより、最終年度（平成31 - 令和元年度）は分担者からはずれた。