様　式　C－19、F－19－1、Z－19　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　５年　５月２３日現在

機関番号：１４４０１
研究種目：基盤研究(B)（一般）
研究期間：2017～2021
課題番号：１７Ｈ０２８５０

研究課題名（和文）力学系のエルゴード理論的挙動に付随する様々な極限定理とその応用に関する研究

研究課題名（英文）The study of various kinds of limit theorems arising from ergodic-theoretical behaviors of dynamical systems

研究代表者

盛田　健彦（Morita, Takehiko）

大阪大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：００１９２７８２

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　10,400,000円

研究成果の概要（和文）：　代表者による1次元力学系の中心極限定理から派生する局所極限定理と観測量の分解を「ひな形となる定理」と位置づけ、その拡張をいくつかの工程に分けて実施した。まず区分的に可逆拡大的な力学系に関する既存の解析的摂動論に根ざした種々の極限定理の導出を可能にするような力学系に付随する素朴なBanach代数を定義し、決定論的力学系のみならず、ランダム力学系をも視野に入れつつ、中心極限定理、局所極限定理、Poisson法則等の導出に関する幾つかの結果を例示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究において「ひな型の定理」としている1次元力学系の局所極限定理と観測量の分解は発表されてから四半世紀経過しているが、中心極限定理を極限分散の非退化性込みで示すことができるという重要性にもかかわらず、その後類似の結果を目にしたことがない。今回得られたBanach代数は、対象とする力学系と観測量の両面で「ひな型の定理」をより一般化しており、極限定理の形式的証明における利便性ばかりでなく、得られた結果の有効性を判定する際にも役立つという点で学術的な意義をもっている。

研究成果の概要（英文）：Following the results on the local central limit theorem for one dimensional piecewise invertible expanding maps, which are established by the principal investigator of this project, various kinds of limit theorems for piecewise invertible expanding systems with general state spaces are studied. First we define an expedient or ad hoc Banach algebra associated with given dynamical system, which enables us to make use of the method of analytic perturbation of transfer operators. The validity of Limit theorems like central limit theorem, local limit theorem, Poisson limit law and so on, are examined for extensive classes of piecewise invertible expanding systems taking application to random dynamical systems into consideration.

研究分野：エルゴード理論

キーワード：極限定理　エルゴード理論　力学系理論　転送作用素　熱力学形式

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

本研究課題の着想は、代表者が 20 年以上前に発表した力学系の中心極限定理とそれから派生する局所極限定理および周期軌道の分布に関する素数定理型定理を扱った２つの論文(引用文献①、②)にさかのぼる。発表当時、国内外で興味をもっていただいた方があり幾つかの研究集会で招待講演をさせていただいた。その後、代表者はこの方面から少し離れていたのだが、近年になって研究集会等で極限分散に関わる結果について質問を受けるようになって来たことを機に、分岐現象あるいは分岐現象が発生するパラメータ値の前後の状況での力学系の挙動と関連して、力学系の大数法則、中心極限定理、大偏差原理の研究が、国内、国外を問わず再び注目されていることを認識するようになった。

２．研究の目的

前項記載の背景をふまえ、この機会に代表者の先行研究における１次元力学系の局所極限定理を「ひな形となる定理」と位置づけ、より広い力学系のクラスに一般化するとともに、観測量（関数）の分解、極限分散の非退化性の見通しのよい判定法、周期軌道に関する素数定理型定理に加え、Poisson 法則や大偏差原理などについても新たな知見と応用例を得るべく体系的な研究を推進するというのが当初の目的の概要であった。

次に、研究期間中に目標とした事柄について述べる。以下、力学系というときは簡単のため適当な位相空間を状態空間として定義された写像の反復合成で与えられているものとし、状態空間上の実数値関数が観測量を表すものとする。われわれの興味はエルゴード理論との関わりから長時間にわたる観測値の和(以下、エルゴード和という)に関係する極限定理であり、本研究課題では主に次の２つのタイプを扱った。

タイプ I　力学系の状態空間に自然な確率測度と考え、それに関するエルゴード和の分布の極限挙動を扱う中心極限定理、大偏差原理など。

タイプ II 特殊な性質をもつ軌道の分布、例えば、周期軌道の分布に関する素数定理型定理や数論的な密度定理の類似など。

タイプ I に関しては、通常は状態空間上の自然な測度(体積測度など)とそれに絶対連続な力学系の不変測度を見いだして、時間発展に伴った観測量の相関係数の減衰、中心極限定理の順で研究を進めることが多い。本研究において「ひな形」となる論文についてみると引用文献①においては単位区間上の区分的可逆な拡大的力学系に対する中心極限定理と局所極限定理が扱われておりタイプ I に類する。引用文献②においては①で扱った力学系の中で自然な無限生成分割が Markov 分割となっているようなものについて、タイプ I の精密化とタイプ II の問題を扱っている。注目すべきことは、タイプ I は状態空間の自然な測度(①の場合は Lebesgue 測度)で観測される現象であるのに対して、タイプ II は可算集合を対象とし、Lebesgue 測度では零集合となる事象に関する極限定理となることである。にもかかわらず、Lebesgue 測度に関する転送作用素の摂動を観測量に複素パラメータを乗じたポテンシャルで摂動したときの、虚軸方向の摂動を実行することでタイプ I の結果が、実軸方向と虚軸方向込みにして摂動することによってタイプ II の極限定理が導出されるという具合に、両者を統一的に扱うことができるのである。観測量について考察すると、引用文献①では有界変動関数が構成する Banach 代数に属するものを対象としているが、引用文献②ではモジュラー曲面の測地流への応用を念頭におき、有界変動とは限らないが転送作用素の作用を有限回施すことで有界変動関数の Banach 代数に吸引される観測量に対象が拡張されている。どちらの場合も、観測量を転送作用素の摂動がもつスペクトル理論的性質によって分解し、どのような極限定理が出現するか分類している。この分解はコンパクト Riemann 多様体上の de Rahm 分解を彷彿させるものがあり極めて興味深い。

以上で述べた「ひな形」となる結果をふまえて本研究では次の(1)，(2)，(3)を当初の目標に掲げた。

(1) 相空間に自然な測度があり、観測量が属する関数空間が転送作用素の作用で不変で、解析的摂動論を許容するような Banach 代数を有する力学系の例が少なからず知られている。「ひな形となる定理」の仮定を更に精査するとともに、そのような例について引用文献①、②に相当する結果を導く。もちろん、観測量の空間の分解定理を与え、その補助的結果として極限分散の非退化性に関する見通しの良い条件を求めることも含めてである。

(2) Poisson 法則や大偏差原理など他の極限定理に対しても「ひな形となる定理」に対応する結果を導く。

(3) 引用文献②における離散力学系に関する周期軌道の素数定理型定理の応用として、有限面積をもつ双曲 Riemann 面の測地流の素周期軌道定理を示すことができる。Teichmüller 測地流において本研究課題に以前から継続中のこれに類する定理の研究への応用を試みる。また、Jacobi-Perron アルゴリズムの類いの数論的変換への適用によって計量的数論への応用を例示する。

３．研究の方法

まず、当初の計画の概要を述べる。研究の目的で掲げた３つ目標(1)、(2)、(3)を６つの工程を通して達成することを目指した。(1) の優先度が最も高く、研究期間全体を通して推進することにしていた。(3) については応用的側面が強く研究期間の後半に重点的に扱うことを考えていた。研究対象とする極限定理の種類と研究組織構成員のこれまでの研究とを関連づけて、代表者が本質的に単独で研究を推進することとしていた。年１回程度研究組織構成員を世話人とした研究集会を企画し、研究組織内外の研究者の情報交換の場を提供する予定であった。(2)については当初から研究の進捗状況や、力学系と極限定理を取り巻く状況に柔軟に対応する部分であり、研究内容を適宜修正していくことを考えていた。

３年度に当初の想定以上に難しい技術的問題の遭遇したが、4 年度に繰り越す部分を設定したことでほぼ当初計画に復旧できた。ところが 4 年度(令和２年度)、最終年度(令和 3 年度)については COVID-19 の影響もあり、主要部に当初以上に重点をおいた計画への変更に舵を切った。

(1) 初年度(平成 29 年度)：研究目的の目標(1)に重点をおきつつ、目標(2)についても並行して初年度に開始する。目標(3)については次年度以降に向けて研究組織構成員と情報交換をして準備を始める。６つの工程のうち次の 2 工程に力点をおいた。

工程 1:「ひな形の局所極限定理」は、Lasota-Yorke 変換と呼ばれる単位区間上の力学系の中でも混合的成分が単位区間全体になっているという「混合性条件(M)」を満たすものを扱った。まず、条件(M) をはずした形に局所極限定理を正確に書き直す作業を行う。
本工程は当初計画通り初年度(平成 29 年度)に重点を置いて実施した。

工程 2: Lasota-Yorke 変換に限らず混合型中心極限定理が証明されている例の共通点を考察すると、力学系の状態空間に非特異な参照測度として自然な測度と、その Perron-Frobenius 作用素が擬コンパクトとなるようなノルムを備えた可積分関数の空間の稠密部分空間で、そのノルムに関して Banach 代数となっているものが存在している。そこで、工程 2 では、以上の抽象的な枠組みで「ひな形の局所極限定理」を拡張する。本工程は抽象的な問題設定さえすれば、その後は有界線形作用素の摂動論がどれくらい有効に使えるかということが重要となる。本工程についても初年度、2 年度等の研究期間の早期の研究として計画しほぼ予定通り実施された。

(2) 2 年度(平成 30 年度)：2 年度以降も当面は目標(1)に重点を置くが、研究期間中盤(令和元年度以降)からは、力学系の軌道に関する素数定理型定理や密度定理の類似を示した上で応用を主とする目標(3)に重点を移して行く計画であった。以下に述べる工程 3 は研究課題で最も重要と思われる部分で、可能ならば 2 年度中に着手したいところであった。工程 1，工程 2 が順調であったことによりそれについては実現できた。ただ、工程 3 については計画当初から難航が予想されており、場合によっては目標(2)の内容を縮小する等の対応で、長期化に備えることとしていたが、その危惧は３年度以降現実のものとなってしまった。

工程 3: 観測量を上述のような Banach 代数に限定すると応用の観点から不十分であることがわかっている。例えば、引用文献①の結果はコンパクト Riemann 面の閉測地線定理を導くには十分であったが、モジュラー曲面の閉測地線定理の場合にそのままでは使えないという難点があったが、引用文献②では連分数変換が定める力学系に対して、有界変動ではないが転送作用の有限回の作用で有界変動化される観測量を扱う手法を導入してこの難点か解消している。この意味で、応用を見据えて有効な Banach 代数を定義し、その上で転送作用の有限回の作用でそれに落ち込むような観測量のクラスを設定する工程が必要となる。

(3) 3 年度(令和元年度)　最も重要で難航が予想される工程 3 については早め着手し、3 年度中に終了とはいかないまでも目処をつけるというのが当初の計画であった。3 年度終盤において想定以上の困難が生じ研究を 4 年度に繰り越しせねばならない状況になり、工程 3 の完成を最優先とし、当初より時間的余裕がある場合に実施することにしていた以下の工程 4、工程 5、工程 6 については、着手時期を繰り下げての実施する方向となった。

工程 4: 工程 3 までの研究はすべて離散時間の力学系に関するものであるが、連続時間の力学系のクラスで、工程 3 までに相当する研究も機会を見て行っておく。

工程 5: 工程 4 までで扱う力学系は一様双曲力学系である。力学系の統計力学的手法による研究の一般的な流れとしては双曲性が一様でない力学系に対して既存の理論を拡張することは必要であり応用面でも重要である。

工程 6: 工程 3 までの議論はすべて、最初から力学系を非特異変換にするような参照測度の存在を仮定したものである。熱力学形式とよばれる理論を非平衡現象で出現する散逸的な力学系に応用することを念頭に置くと、将来的には非平衡定常状態を利用した枠組みで、工程 3 までを再構築する作業も余裕があれば進めておく。

(4) ４年度(令和２年度):工程４から工程６については繰り下げて実施する方針としたことで、研究計画全体でみると令和２年度以降の軌道修正後の研究計画については予定通り研究が推進できるものと見込んでいた。令和２年度までの研究の遅れについては上述のような対応によって令和３年度に新たな研究方式を採用して研究を継続した結果、工程３の目標はほぼ完了したが、COVID-19 の影響による支障のため工程４以降については再度期間延長して最終年度に繰り越すなどの新たな計画変更を余儀なくされた。

(5) 最終年度(令和３年度)：工程 4、工程 5、工程 6 の研究を可能な限り実施することとしていた。しかし、CORV19 の影響による支障は令和３年度も続いた。代表者が単独で実施できる研究と、研究協力者の協力が不可欠な研究との線引きをより明確にするとともに、遠隔会議と遠隔研究集会に関する技能向上を図るとともに情報共有を進める必要が生じた。工程３までの主要な工程はほぼ終了していること、工程４から工程６に関わる研究については各工程の進行速度の低下も考慮し期間延長も視野に入れ、最終年度の研究についても繰り越しを実施し、確実に終了できるもの以外は別のプロジェクト等で継続すること検討することとした。

４．研究成果

(1) 参照測度に非特異な変換があり､参照測度に関する Perron-Frobenius 作用素が擬コンパクトとなるような Banach 代数で、本質的有界関数の空間に連続的に埋め込まれ、かつ可積分関数の空間で稠密となっているようなものが存在するという抽象的な仮定を満たす力学系の場合に引用文献①や②の「ひな形となる定理」を拡張することに関しては、例とアイデアも込めて途中経過を 2017 年 11 月に開催された研究集会「エルゴード理論とその周辺」での講演“Expedient Banach algebras for piecewise expanding fibred systems” において報告した。

(2) 転送作用の解析的摂動論を素朴な方法で見直すことによって、固定された１点のある自然な分割が定義する近傍への訪問回数の分布が、その近傍を１点に潰していくにしたがってどのような分布に近づいていくかを Poisson 法則を一般化した形式で述べることを転送作用素の摂動示すことについて、2018 年 3 月に岡山大学で開催された研究集会「岡山・広島 解析・確率論セミナー2018」の招待講演 “Some limit theorems for piecewise expanding dynamical systems via perturbed transfer operators” の中で紹介した。

以上の結果は令和元年まで本研究と同時に進めていた「ゆらぎの定理」と関係する他の研究課題とも連動しており、相互に一方が他の研究の駆動力となることが期待される。

(3) 本研究課題は転送作用の摂動によって中心極限定理を導出する方法をとっているが、マルチンゲール近似による方法においても観測量の分類や極限分散の非退化条件の特定に関連する結果を得ることができる。この方面では本研究の副産物として、狭義定常列におけるマルチンゲールコバウンダリー分解の一意性についてエルゴード分解によらない新しい証明を与え、論文 “An alternative proof of the uniqueness of martingale-coboundary decomposition of strictly stationary processes”にまとめ､既存の証明が掲載されている学術雑誌に発表した。関連して今回の研究手法で得られた結果をマルチンゲール近似の言葉で書き直すことができるかどうか吟味することも今後の課題と思われる。

(4) 「ひな形となる定理」における混合性条件を精査する工程の副産物として、ランダム力学系に関する標本毎中心極限定理に関する結果を得て、2018 年 11 月大阪大学で開催された研究集会「エルゴード理論とその周辺」での招待講演“Sample-wise central limit theorem with deterministic centering for non- singular random dynamical system”で発表した。今回の研究では力学系に付随した Banach 代数そのものに光を当てたが､力学系の背景にある幾何構造も加味した研究の必要性を感じている。

(5) 「ひな形となる定理」をモジュラー曲上の測地流の周期軌道分布の解析に応用した研究を Abel 微分のモジュライ空間上の Teichmüller 測地流の場合に拡張する試みについては、代表者による先行研究をさらに発展させるアイデアを得た。これに関しては過去の成果も含め 2019 年２月に早稲田大学で開催された 2018 年度「リーマン面・不連続群論」研究集会の招待講演において解説した。本研究の目標(2)と関連しており、高々１位の極をもつ２次微分の場合を扱う

ためにはさらなる精密化が必要である。

(6) 「ひな形となる定理」における混合性条件を精査する工程の副産物として平成30年度の研究で得ていたランダム力学系に関する標本毎中心極限定理に関する結果を精密化するとともに、関連して様々な具体例を構成した。これらの結果については2019年8月29日〜9月2日に京都大学で開催された国際研究集会「Research on the theory of random dynamical systems and fractal geometry」での招待講演“Sample-wise central limit theorem with deterministic centering for nonsingular random dynamical systems”で発表した。

(7) 上述の(6)の研究結果の中で出現したランダム力学系に対して、その直積系と思しき系を定義し、それぞれに対応する歪積変換のエルゴード理論的性質との関係を、直積系に対応する歪積変換の転送作用素が漸近安定であるという条件の下で考察した。ランダム力学系と、その直積系の標本毎の混合性に関するいくつかの結果を得て、2019年11月20日〜11月23日 まちなかキャンパス長岡 で開催された研究集会「エルゴード理論とその周辺」での講演“Direct product of nonsingular random dynamical systems”で発表した。これについては新規の研究課題として今後も継続して研究を進めていく必要を感じている。

(8) 研究成果の(3)と関連して、ランダム力学系の歪積変換に対す転送作用素が漸近安定性をもち、標本平均型(焼鈍型)中心極限定理がGordinの条件を満たす形で成立するという条件の下で、標本毎の中心極限定理(急冷型中心極限定理)が決定論的中心化によって得られるための必要十分条件をノイズ力学系の自然な可逆拡張の言葉で与えることに成功した。その条件の一つの表現を書くと、中心極限定理を考える観測量から適当な状態空間平均によって定まるノイズ空間上の観測量に対して、ノイズ空間における中心極限定理を考えたときの極限分散が退化することである。また、直積ランダム力学系に付随する歪積変換に関する転送作用素の漸近安定性の仮定の下で、ノイズ空間(標本空間)における平均収束の意味で標本毎の強混合性が成り立つことと、標本に依存せず、かつ、ほとんどすべての変換に共通の不変測度をもつことが同値であることを示した。
　これらの結果については、2021年9月1日にオンラインで開催された研究集会「ランダム力学系および多価写像力学系の総合的研究」における招待講演の中で報告した。

(9) 研究成果(1)では力学系に付随したBanach代数の例に関するものであったが、それらの例が共通に満たすような条件下で、個々の力学系に対応するBanach代数を定義するというのも重要な課題である。成果については2022年11月開催の国際研究集会「Recent Progress in Ergodic Theory」(於：京都大学数理解析研究所)の連続講演″Transfer operators on expedient Banach algebras for piecewise expanding fibred systems I、II、III″において報告した。Iは転送作用素の擬コンパクト性、II はIの結果が応用可能な区分拡大的力学系の様々な例、IIIは中心極限定理(局所型を含む)とPoisson 法則への応用に関するもので、本研究課題全般を網羅ししており、それぞれ論文として投稿準備中である。

(10) 2022年9月京都大学で開催された研究集会「ランダム力学系・非自励力学系の展望：理論と応用」の招待講演で行った概説″Stochastic analogues of ergodic theory of differentiable dynamical systems and related topics″の中でも本研究に関連する成果の一部に触れた。決定論的な力学系のみならずランダム力学系についても今回の研究課題で扱ったBanach代数の構成と転送作用素の解析的摂動が有効となる例を見つけることが望まれる。

＜引用文献＞

① T. Morita, A generalized local limit theorem for Lasota-Yorke transformations. Osaka J. Math. 26 (1989) 579--595
② T. Morita, Local limit theorem and distribution of periodic orbits of Lasota-Yorke transformations with infinite Markov partition. J. Math. Soc. Japan 46 (1994) 309--343
③ T. Morita, Generalizations of continued fraction transformation and the Selberg zeta functions, RIMS Kokyuroku {1777} (2012) 1--20

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕　計3件（うち査読付論文　1件／うち国際共著　0件／うちオープンアクセス　3件）

１．著者名 T. Morita	４．巻 2217
２．論文標題 Ergodic theory of random dynamical systems via natural extensions of noise transformations	５．発行年 2022年
３．雑誌名 RIMS Kokyuroku	６．最初と最後の頁 100--117
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 T. Morita	４．巻 2176
２．論文標題 Sample-wise central limit theorem with deterministic centering for nonsingular random dynamical systems	５．発行年 2021年
３．雑誌名 RIMS Kokyuroku	６．最初と最後の頁 144--152
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

１．著者名 T. Morita	４．巻 60
２．論文標題 An alternative proof of the uniqueness of martingale-coboundary decomposition of strictly stationary processes	５．発行年 2019年
３．雑誌名 Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae	６．最初と最後の頁 415--419
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14712/1213-7243.2019.013	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 －

〔学会発表〕　計9件（うち招待講演　8件／うち国際学会　2件）

１．発表者名 T. Morita
２．発表標題 Transfer operators on expedient Banach algebras for piecewise expanding fibred systems I, II, III
３．学会等名 Recent Progress in Ergodic Theory（招待講演）（国際学会）
４．発表年 2022年

１．発表者名
盛田　健彦

２．発表標題
Stochastic analogues of ergodic theory of differentiable dynamical systems and related topics

３．学会等名
ランダム力学系・非自励力学系の展望：理論と応用（招待講演）

４．発表年
2022年

１．発表者名
盛田　健彦

２．発表標題
Ergodic properties of nonsingular random dynamical systems via natural extensions of noise transformations

３．学会等名
ランダム力学系と多価写像力学系理論の総合的研究（招待講演）

４．発表年
2021年

１．発表者名
盛田　健彦

２．発表標題
Direct product of nonsingular random dynamical systems

３．学会等名
エルゴード理論とその周辺

４．発表年
2019年

１．発表者名
T. Morita

２．発表標題
Sample-wise central limit theorem with deterministic centering for nonsingular random dynamical systems

３．学会等名
Research on the theory of random dynamical systems and fractal geometry（招待講演）（国際学会）

４．発表年
2019年

1．発表者名 盛田　健彦
2．発表標題 The metric theory of renormalized Rauzy-Veech-Zorich inductions
3．学会等名 2018年度「リーマン面・不連続群論」研究集会（招待講演）
4．発表年 2019年

1．発表者名 盛田　健彦
2．発表標題 Sample-wise central limit theorem with deterministic centering for non-singular random dynamical system
3．学会等名 エルゴード理論とその周辺（招待講演）
4．発表年 2018年

1．発表者名 盛田健彦
2．発表標題 Some limit theorems for piecewise expanding dynamical systems via perturbed transfer operators
3．学会等名 岡山・広島　解析・確率論セミナー　2018（招待講演）
4．発表年 2018年

1．発表者名 盛田健彦
2．発表標題 Expedient Banach algebras for piecewise expanding fibred systems
3．学会等名 エルゴード理論とその周辺（招待講演）
4．発表年 2017年

〔図書〕　計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

－

6．研究組織

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究分担者	杉田　洋 (Sugita Hiroshi) (50192125)	大阪大学・理学研究科・教授 (14401)	

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
研究協力者	中野　雄史 (Nakano Yushi)		令和2年(2020)度から参画
研究協力者	江居　宏美 (Ei Hiromi)		令和元年(2019)度から参画
研究協力者	山本　謙一郎 (Yamamoto Kenichiro)		令和元年(2019)度から参画
研究協力者	田中　晴善 (Tanaka Haruyoshi)		令和元年(2019)度から参画
連携研究者	辻井　正人 (Tsujii Masato) (20251598)	九州大学・数理学研究院・教授 (17102)	平成30年(2018)度以降研究協力者

６．研究組織（つづき）

	氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
連携研究者	鷲見　直哉 (Sumi Naoya) (50301411)	熊本大学・先端科学研究部・教授 (17401)	平成30年(2018)度以降研究協力者
連携研究者	鄭　容武 (Chung Yong Moo) (20314734)	広島大学・工学研究科・准教授 (15401)	平成30年(2018)度以降研究協力者
連携研究者	角　大輝 (Sumi Hiroki) (40313324)	大阪大学・理学研究科・教授 (14401)	平成30年(2018)度以降研究協力者
連携研究者	夏井　利恵 (Natsui Rie) (60398633)	日本女子大学・理学部・准教授 (32670)	平成30年(2018)度以降研究協力者
連携研究者	高橋　博樹 (Takahasi Hiroki) (00467440)	慶應義塾大学・理工学部・准教授 (32612)	平成30年(2018)度以降研究協力者

７．科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕　計0件

８．本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関