

令和元年6月17日現在

機関番号：32639

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2017～2018

課題番号：17H07115

研究課題名（和文）凸計画法による最適量子逐次測定の解明

研究課題名（英文）Derivation of optimal quantum sequential measurement using convex programming

研究代表者

中平 健治（NAKAHIRA, Kenji）

玉川大学・量子情報科学研究所・教授

研究者番号：90804005

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,000,000円

研究成果の概要（和文）：量子測定を用いた実用的な光通信を考える際に必要となる、量子逐次測定の最適化を行うための汎用的な手法を開発した。具体的には、まず誤り率を最小とする逐次測定を求める問題を、凸計画法と呼ばれる解析が容易な形式で定式化した。また、最適逐次測定が満たすべき必要十分条件を導出するとともに、最適解を数値的に求める手法を開発した。さらに、開発した手法を誤り率規準以外の各種の最適化規準に適用できるように拡張した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

光通信において従来の古典的な測定を用いて光信号を受信する代わりに量子測定と呼ばれる量子雑音にロバストな測定を用いると、原理的にはより高い通信性能が得られることが知られている。ただし、現在のテクノロジーで実用的な量子測定を実現するためには逐次測定と呼ばれる種類の測定に限定して設計を行う必要がある。本研究では、最適な逐次測定を求めるための問題を定式化して性能評価を行うための汎用的な手法を開発した。本成果は、現在のテクノロジーで実現可能な量子測定の設計に活用できる。

研究成果の概要（英文）：Optimization of quantum sequential measurements is required for practical optical communications with quantum measurements. We have developed a widely applicable method to optimize sequential measurements. Specifically, we have first formulated the problem of obtaining a minimum-error sequential measurement as a convex programming problem, which enables an effective analysis. Next, we have derived a necessary and sufficient condition for optimality and have devised a numerical technique to compute an optimal solution. Moreover, these techniques have been extended to a large class of optimality criteria. We have obtained optimal sequential measurements for several sets of signals that had not been revealed by conventional methods.

研究分野：量子情報理論

キーワード：量子測定 量子情報 量子光学 最適逐次測定

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

現在の大容量情報化社会の根幹を担っている光通信技術では、種々の雑音が通信性能の阻害要因となる。特に、高速化・大容量化・長距離化に伴い受信機に到達する光信号の光量が少なくなってくると、量子力学的に不可避な雑音である量子雑音が支配的になり、雑音の抑制は従来以上に困難になってくる。特に深宇宙通信のような受信光量に厳しい制約がある通信では、量子雑音への対策は極めて重要である。

レーザ光に代表されるコヒーレント光信号に対してホモダイン受信機やヘテロダイン受信機等の古典的な受信機を用いた場合、ショット雑音限界と呼ばれる識別限界を超えられず、量子雑音が支配的であるほど通信性能の低下を招くことが知られている。これに対し、より量子雑音にロバストな測定を数理的に求めることが可能な理論である量子信号検出理論の研究が、多くの研究者達により推進されている。本理論により、ショット雑音限界を大幅に超える測定が原理的には実現可能であることが知られている。しかし、本理論により求められる量子測定がどのような物理デバイスで実現できるかは決して自明ではなく、現在までに開発されてきた光デバイスでは実現できない可能性さえある。このため、現在または近い将来のテクノロジーで比較的容易に実現できる量子測定に限定して解析を行うことが重要な課題である。

現在のテクノロジーでも実現が比較的容易な測定は、逐次測定と呼ばれる量子測定としてモデル化できる。逐次測定では、受信側に到達した光を光子検出器などにより逐次的に検出するようなタイプの測定を広く扱える。一方、逐次測定を数理的に扱いやすい形で定式化することは容易ではないため、その解析法は確立されていなかった。このため、2 値信号等の容易に解析できる信号を除き、最適逐次測定を求める方法は知られていなかった。

2. 研究の目的

量子逐次測定の汎用的な最適化手法を開発する。具体的には、誤り率を最小とする逐次測定（以下、誤り最小逐次測定）を求めるための問題を数理的に扱いやすい形で定式化して、最適解を解析的に求める方法を見出す。また、最適解を求めるための数値解法を開発する。さらに、誤り率以外の最適化規準に対しても逐次測定を最適化できる手法を開発する。

3. 研究の方法

量子測定を逐次測定に限定せずに最適化する場合には、凸計画法と呼ばれる最適化問題として定式化できて比較的容易に解析を行える。逐次測定の適切な表現方法を見出せば逐次測定に限定した最適化問題も凸計画法として定式化できるのではないかとこの着想のもと、逐次測定の表現方法について研究を進める。

また、凸計画法として定式化できたとしても、具体的に与えられた問題に対して解析解や数値解がすぐに得られる訳ではない。そこで、逐次測定の最適化問題に特化して最適解を求める際に役立つ手法を開発する。さらに、開発した手法を応用することにより従来の手法では最適解が求められなかった信号に対して最適解を解析的または数値的に求め、最適逐次測定が持つ性質を調べる。

4. 研究成果

主に得られた成果を項目毎に述べる。

(1) 誤り最小逐次測定を求める問題の定式化

逐次測定は通常複数の量子測定を用いて表現されるが、本研究により1個の量子測定として表現する等価な表現法を見出した。また、本表現法により誤り最小逐次測定を求める問題を凸計画法として素直な形で定式化することに成功した。さらに、凸計画法の技法を用いて最適解が満たすべき必要十分条件を導出するとともに、最適解を数値的に求める手法を開発した。

応用として、3 値コヒーレント光信号に対する最適逐次測定を数値的に導出した。2 値信号の場合には逐次測定に限定しない場合の最適値（以下、量子限界）を逐次測定で達成できることが知られている。これに対し、少なくとも3 値位相偏移変調コヒーレント光信号の場合には図1に示すように逐次測定では量子限界を達成できないことを明らかにした。（雑誌論文）

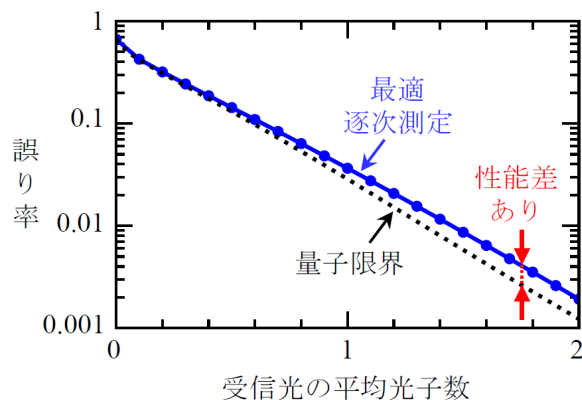


図1. 3値位相偏移変調信号に対する解析結果

(2) 各種最適化規準への一般化

誤り率規準に限定されないより一般的な最適化規準に基づいて逐次測定を最適化するための汎用的な手法を開発した。開発した手法は、Bayes 規準・Neyman-Pearson 規準・ミニマックス規準・Unambiguous 規準などの誤り率規準と同様に広く研究されている最適化規準に適用できる。与えられた最適化問題が満たすべき必要十分条件を導出し、特に信号がある種の対称性を有している場合には同種の対称性を持つ最適逐次測定が存在することを明らかにした。(雑誌論文)

(3)量子限界を達成できる逐次測定の解析

量子信号検出理論に携わる多くの研究者達からは、逐次測定で量子限界を達成できるケースは稀であろうと考えられているようである。実際、上記成果(1)で述べたように、3 値位相偏移変調コヒーレント光信号においては誤り率規準の場合には否定的な結果が得られた。これに対し、本信号において、Unambiguous 規準の場合には逐次測定が厳密に量子限界を達成する場合があることを証明した。また、ある種の対称性を持った 3 値信号について、逐次測定が量子限界を達成するために信号が満たすべき必要十分条件を明らかにした。本成果は、最適逐次測定の解析解が得られる非自明な例であるといえる。(雑誌論文)

(4)多値信号に対する逐次測定の実現化

対称性を持った多値光信号に対する逐次測定として、現在のテクノロジーで実現可能な逐次測定の中で誤り率が小さい測定を提案し、その性能および実現法を示した。提案した測定は誤り最小逐次測定ではないものの、受信光が微弱な場合には量子限界に近い性能が得られることを数値的に示した。(雑誌論文)

以上の成果により、逐次測定を最適化する問題を凸計画法として素直な形で定式化し、最適解が満たすべき必要十分条件を導出したたり数値解を求める手法を開発したりすることができた。ただし、逐次測定に限定しない場合ですら最適解の解析解や数値解を求めることは一般に困難であり、逐次測定に限定した場合には問題がより複雑になるため解の導出はさらに困難である。量子測定を最適化するための手法が多く研究者により継続して開発されてきたのと同様に、量子逐次測定を最適化するための手法も本成果を基盤として継続して開発する必要があると考える。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計6件)

K. Nakahira, K. Kato, and T. S. Usuda, Local unambiguous discrimination of symmetric ternary states, *Physical Review A*, vol.99, no.2, 022316, 2019. (査読有)
DOI: 10.1103/PhysRevA.99.022316

K. Nakahira, Optimal discrimination of symmetric quantum pure states except one and its application to near-optimal optical receivers, *Tamagawa University Quantum ICT Research Institute Bulletin*, vol.8, no.1, pp.1-7, 2018. (査読有)
<https://www.tamagawa.jp/research/quantum/bulletin/2018.html>

K. Nakahira, K. Kato, and T. S. Usuda, Generalized bipartite quantum state discrimination problems with sequential measurements, *Physical Review A*, vol.97, no.2, 022340, 2018. (査読有)
DOI: 10.1103/PhysRevA.97.022340

K. Nakahira, K. Kato, and T. S. Usuda, Optimal discrimination of optical coherent states cannot always be realized by interfering with coherent light, photon counting, and feedback, *Physical Review A*, vol.97, no.2, 022320, 2018. (査読有)
DOI: 10.1103/PhysRevA.97.022320

K. Nakahira, T. S. Usuda, and K. Kato, Upper and lower bounds on optimal success probability of quantum state discrimination with and without inconclusive results, *Physical Review A*, vol.97, no.1, 012103, 2018. (査読有)
DOI: 10.1103/PhysRevA.97.012103

K. Nakahira and K. Kato, Examples of deriving sequential measurements maximizing average success probabilities, *Tamagawa University Quantum ICT Research Institute*

Bulletin, vol.7, no.1, pp.5-10, 2017. (査読有)
<https://www.tamagawa.jp/research/quantum/bulletin/2017.html>

〔学会発表〕(計6件)

佐藤圭介, 高比良宗一, 中平健治, 臼田毅, SIC情報源に対する 次のアクセシブルRenyi情報量を達成する von Neumann測定について, 第41回情報理論とその応用シンポジウム, 2018年.

T. Wang, K. Nakahira, and T. S. Usuda, Error performance and robustness of optimum quantum detection for MPSK signals in the presence of phase noise, International Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA2018), 2018.

T. Wang, K. Nakahira, and T. S. Usuda, Error performance of optimum quantum measurement in the presence of non-Gaussian noise and Gaussian noise, 18th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS2018), 2018.

K. Sato, S. Takahira, K. Nakahira, and T. S. Usuda, Maximizing α -order mutual Renyi information for group covariant SIC ensemble, 18th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS2018), 2018.

K. Nakahira, K. Kato, and T. S. Usuda, Optimal unambiguous state discrimination with sequential measurement, International Conference on Quantum Communication, Measurement and Computing (QCMC2018), 2018.

中平健治, 加藤研太郎, 臼田毅, 逐次測定による量子信号の識別, 第40回情報理論とその応用シンポジウム, 2017年.

6 . 研究組織

(1)研究分担者

なし

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。