

令和 6 年 6 月 15 日現在

機関番号：32641

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2023

課題番号：17K00038

研究課題名（和文）配置アルゴリズムを核とした実用的最適化手法の開発

研究課題名（英文）Practical algorithms for packing problems and related problems with packing constraints

研究代表者

今堀 慎治 (Imahori, Shinji)

中央大学・理工学部・教授

研究者番号：90396789

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：配置問題とは、2次元や3次元の形状を持ついくつかの対象物を、互いに重なることがないように、与えられた領域内に配置する組合せ最適化問題である。この問題は実社会に多くの応用を持つが、汎用的な数理最適化ソルバー（混合整数計画問題に対する汎用ソルバーなど）での解決は非常に困難であり、専用の解法を設計することが必要というのが専門家間で一致した認識である。本研究課題では、配置問題に対する新たなアルゴリズムの設計と、配置問題に対する既存のアルゴリズムを、異なる目的や制約条件を持つ配置問題や、配置制約を持つ組合せ最適化問題に活用する研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

実社会に現れる問題の多くが組合せ最適化問題として定式化されることが知られている。汎用的な解法（汎用数理最適化ソルバーなど）によって課題の解決ができる場合は良いが、そうでない場合も多い。本研究において、汎用解法での解決が難しい配置問題に対する専用解法を開発したことで、この問題に対する良質の解を現実的な時間で得られるようになった。また、そのような専用アルゴリズムやその考え方を他の課題でも利用できることを示し、専用アルゴリズムの活用できる範囲を拡げられる可能性を示した。

研究成果の概要（英文）：The packing problem is a combinatorial optimization problem in which several objects with 2D or 3D shapes are placed in a given region so that they do not overlap each other. Although this problem has many real-world applications, experts agree that it is very difficult to solve the problem with general-purpose mathematical optimization solvers (e.g., general-purpose solvers for mixed integer programming problems) and that it is necessary to design dedicated algorithms.

In this research project, we studied the design of new algorithms for packing problems and the use of existing algorithms for basic packing problems to packing problems with different objectives and constraints, and optimization problems with packing constraints such as delivery planning and scheduling.

研究分野：数理情報学

キーワード：数理情報 アルゴリズム 数理工学 組合せ最適化 配置問題

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

配置問題とは、いくつかの対象物を互いに重ならないように、与えられた領域内に配置する問題であり、多くの分野に応用を持つ代表的な生産計画問題の1つである。この問題は NP 困難問題に分類されており、問題の規模が大きい場合、厳密な最適解を求めることが極めて困難なため、近似解法の設計が重要な課題として認知されている。

近年、様々な組合せ最適化問題に対して、汎用的な最適化ツール(例えば、混合整数計画問題ソルバー)を用いた解決が試みられ、このアプローチが成功を収める問題が増えている。しかし、配置問題に関しては、配置する対象物の数が 20 程度の小規模な問題例であっても、汎用的な最適化ツールでは実用的な解を得られないのが現状である。このため、問題の特性を活用した専用の配置アルゴリズムが、現時点で、また今後も有力であると考えられる。

配置問題に関連する現時点および今後の課題として、

(1) 基本的な配置アルゴリズムの開発と改良(基礎)、

(2) 現実社会に現れる配置問題に対する解決策の提示(応用 実践)、

(3) 配置制約を含む最適化問題に対する実用的最適化手法の開発(基礎 応用)、

が挙げられる。

### 2. 研究の目的

本研究の最終的な目標は、配置問題や配置制約を含む組合せ最適化問題に対する高性能アルゴリズムを、多くの人々が容易に利用できる状況を確立することである。上述の通り、現時点でよく使われている汎用ソルバーを用いた解決は見込めないことから、配置問題に特化した専用解法が必要となるが、問題の性質を利用した高性能な専用解法を設計・実装することは容易ではない。このため、本研究では、標準的な配置問題に対する基本的なアルゴリズム開発とその改良を行い、これを広く公開することで、多くの配置問題や配置制約を含む組合せ最適化問題を解決することを可能とする。この際に、数理モデルやアルゴリズムの汎用性や頑健性も意識することで、適用範囲を拡大する。

また、複雑な工業的制約をもつ配置問題や、配置制約を含む組合せ最適化問題に対するアルゴリズムを実際に設計することで、基本的なアルゴリズムを実際に利用する方法や、どの程度の性能(計算時間、得られる解の質)が得られるかを示し、アルゴリズムがより広く利用されることを目指す。

### 3. 研究の方法

上述の研究目的を実現するために、以下の具体的な課題に取り組む。

(1) 基本的な配置アルゴリズムの開発と改良

これまでに提案されてきた配置問題に対する実用的な近似アルゴリズムは、構築型解法、配置改善型解法、組合せ表現探索型解法に分類することができる。研究代表者は、これらすべてのタイプのアルゴリズムを設計してきたが、それぞれに長所と短所があり、実社会で生じる課題を高い水準で解決するためには、これらの手法の状況に応じた使い分けが重要となる。このため、それぞれのタイプの標準的かつ高性能なアルゴリズムを設計し、様々な状況における性能比較を行う。ただし、これらのアルゴリズムを次の段階でも利用するため、汎用性・頑健性の確保も重要であり、この点でメタ戦略に基づくアルゴリズム設計が有望であると考えられる。開発したアルゴリズムを広く利用可能な状態にすることで、実社会に現れる様々な配置問題の解決に役立てる。

(2) 工業的な制約を含む配置問題に対する実用的アルゴリズムの設計

実社会に現れる問題の中には、標準的な配置問題では考慮しない制約条件を加味した配置を求める問題や、配置制約を含む組合せ最適化問題として記述できる問題が多くある。前者の例として、素材産業での製品配置を考える場合は、素材の特性や加工機械の特徴に応じた配置を求める必要がある。後者の例として、集積所から顧客へ荷物を配達する問題では、担当車両と経路の決定(配送計画)と車両への荷物の積み込み(配置)を同時に考慮する必要がある。このような配置アルゴリズムと関連する複雑な組合せ最適化問題に対して、実用的な解決策を提示する。

(3) 配置問題と関連する問題に対するアルゴリズム開発

タイリング問題は、配置問題と類似の制約条件をもちながら、異なる数学的な特徴もあわせもつ幾何的な問題である。タイリング問題(特に、エッシャー風タイリング問題)に対して、数理構造の理解やアルゴリズム設計、プログラム実装と数値実験を行い、配置問題と関連する問題への理解を深める。

#### 4. 研究成果

(1) レクトリニア図形とは、縦と横の線分のみからなる図形である。長方形を組み合わせることによって得られる図形のため、一般の多角形と比べて扱いやすく、長方形詰込み問題に対して得られてきた知見や開発された技術を活かせる特徴をもつ。一方で、単純な長方形よりも表現力が高く、汎用性が高いことも特徴として挙げられる。研究代表者らは、この問題に対する発見的解法の開発と厳密解法の開発を行った。厳密解法を構築する際には、最適値の上界や下界を得ることが重要であるが、特に(最小化問題の場合)良質な下界を得ることは容易ではない。本研究において、図形をずらして配置することを許容する緩和問題を並列機械スケジューリング問題に定式化して解くという考えに基づく新たな下界を提案した。また、下界値計算で得た解を用いた上界計算法も提案した。これらの上下界を組み込んだ厳密解法により、小規模ではあるものの、検証した問題例に対する厳密な最適解を得ることができた。

(2) 画像の表現方法の一つにビットマップ表現がある。これは、小さな点の集まりによる画像の近似的な表現であるが、これを図形の表現に利用し、入力される図形をビットマップで与える詰込み問題をビットマップ図形詰込み問題という。ビットマップ図形における個々の点を正方形(もしくは長方形)とみなすと、ビットマップ図形をレクトリニア図形とみなすことができる。この関係を利用して、レクトリニア図形詰込み問題に対する発見的解法を用いることで、ビットマップ図形詰込み問題に対するアルゴリズムの開発を行った。ここで、一般の多角形をビットマップ表現すると、図形を高い精度で表現するために必要なビット数はかなり大きく、レクトリニア図形詰込み問題に対する発見的解法をそのまま適用しても効率的に動作しないという問題点がある。そこで、ビットマップ図形を配置する際に、既配置の図形と重なりを持たない座標を効率的に求められるよう、データ構造やアルゴリズムを工夫した。その結果、多角形詰込み問題の問題例を高い精度でビットマップ表現した問題例に対して効率的に動作する構築型解法を実現し、たとえば3000個の多角形を合計約1000万ピクセルで表現したデータに対して、1分程度の計算時間で良質のレイアウトが得られるようになった。

(3) 図形の詰込み問題の1つに、同一形状の図形を隙間も重なりもなく平面に敷き詰めるタイリング問題がある。この問題に関して、オランダの芸術家エッシャーの作品に着想を得たエッシャー風タイリング問題が2000年に提案された。これまでにいくつかのアルゴリズムが開発されてきたが、解の探索範囲が狭い場合は解の質が不十分であり、探索範囲を広げようとするとならざるを得ない探索を行うことが困難であった。本研究では組合せ最適化、数値線形代数、計算幾何学を組み合わせた手法を提案し、多くの解を効率的に生成・評価する手法を確立した。従来手法と比較して1000倍程度の高速な探索を実現し、3時間以上の計算を要していた問題例に対して10秒以内に高品質なタイルを得られるようになった。

(4) エッシャー風タイリング問題に関して、さらに、従来のもとは異なる評価指標に基づく定式化を行い、その解を効率的に求める手法を提案した。新たな定式化は図形の部分的な特徴を保持していることを評価でき、エッシャーの作品のようなタイリングを生成する観点で優位性がある。一方で、最適解を短時間で求めることは容易でないため、これを効率化する手法と、発見的手法によるさらなる高速化を実装し、数十時間程度の計算が必要であったデータ(入力図形)に対して10分以内で良質なタイルを得ることに成功した。

(5) ギア配置問題は、長方形形状のギアボックスの中に1つの動力源と複数のギア(歯車)が与えられたとき、すべてのギアを所与の方向に回すためのサブギア(追加で配置する歯車)の配置を求める問題である。ギアとサブギアの形状が円形であるため、複数の円を平面上に重なりなく配置する図形配置問題の一種といえるが、動力源から動力を伝えるという追加の制約条件を考慮する必要がある。本研究では、追加で配置するサブギアの数を最小化する問題がNP困難であることを示した。さらに、ギア配置問題におけるサブギア数最小化問題に対する上界を導出した。

(6) 二次元ビンパッキング問題は、与えられた長方形を定形の容器に詰込む問題であり、利用する容器の数を最小化する最適化問題である。本研究では、ある素材産業で現れる工業的な制約を考慮した詰込み問題に対する発見的解法を設計し、数値実験による評価を行った。具体的には、安定した切り出しを実施するための配置ルールや、素材に含まれる瑕疵を避けた図形の配置を得るための手法を提案し、これらを組み込んだアルゴリズムを設計した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Nagata Yuichi, Imahori Shinji	4. 巻 41
2. 論文標題 Escherization with Large Deformations Based on As-Rigid-As-Possible Shape Modeling	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 ACM Transactions on Graphics	6. 最初と最後の頁 1~16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3487017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 HAMA Vitor Mitsuo FUKUSHIGUE, KANAZAWA Shogo, HU Yannan, IMAHORI Shinji, ONO Hirotaka, YAGIURA Mutsunori	4. 巻 14
2. 論文標題 The computational complexity of the gear placement problem	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1299/jamdsm.2020jamdsm0069	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Y. Nagata, S. Imahori	4. 巻 -
2. 論文標題 An Efficient Exhaustive Search Algorithm for the Escherization Problem	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Algorithmica	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00453-020-00695-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 K. Matsushita, Y. Hu, H. Hashimoto, S. Imahori, M. Yagiura	4. 巻 12
2. 論文標題 Exact Algorithms for the Rectilinear Block Packing Problem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing 出版者	6. 最初と最後の頁 JAMDSM0074,1-19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1299/jamdsm.2018jamdsm0074	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yannan Hu, Sho Fukatsu, Hideki Hashimoto, Shinji Imahori, Mutsunori Yagiura	4. 巻 61
2. 論文標題 Efficient Overlap Detection and Construction Algorithms for the Bitmap Shape Packing Problem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of the Operations Research Society of Japan	6. 最初と最後の頁 132-150
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15807/jorsj.61.132	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計14件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 V.M. Fukushige Hama, S. Kanazawa, Y. Hu, S. Imahori, H. Ono, M. Yagiura
2. 発表標題 On the complexity of the gear placement problem
3. 学会等名 International Symposium on Scheduling 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 S. Imahori
2. 発表標題 Two-dimensional rectangular bin packing problem in glass industry
3. 学会等名 EURO 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 平野敬祐, 今堀慎治
2. 発表標題 統合可能な作業を含む調理スケジューリング問題に対する発見的解法
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 久武優一, 今堀慎治
2. 発表標題 工業的制約付き二次元ビンパッキング問題に対する最適化手法の提案
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 春田雅也, 今堀慎治
2. 発表標題 オンライン在線位置データを用いた列車遅延伝播の予測アルゴリズムの提案
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 今堀慎治
2. 発表標題 自動ヒッキングシステムの最適運用計画
3. 学会等名 スケジューリング学会 第11回最適化とアルゴリズム研究部会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 春田雅也, 今堀慎治
2. 発表標題 オンライン在線位置データを用いた列車遅延伝播の予測アルゴリズムの提案
3. 学会等名 都市のOR ウィンターセミナー2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 平野敬祐, 今堀慎治
2. 発表標題 統合可能な作業を含む調理スケジューリング問題に対する発見的解法
3. 学会等名 スケジューリングシンポジウム2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 今堀慎治
2. 発表標題 組合せ最適化問題に対する効率的アルゴリズムの設計
3. 学会等名 日本OR学会 中部支部 2019年第1回支部講演会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 今堀慎治
2. 発表標題 実社会で生じる図形配置問題に対するアルゴリズム設計
3. 学会等名 MIMS 現象数理学拠点 共同研究集会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 金澤将吾, 福重浜ピトル光生, 胡艶楠, 今堀慎治, 小野廣隆, 柳浦睦憲
2. 発表標題 ギア配置問題の計算複雑度
3. 学会等名 スケジューリング・シンポジウム2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 久武優一, 春田雅也, 今堀慎治
2. 発表標題 順序制約と3ステージカット制約のついた二次元ビンパッキング問題に対する構築型解法と解表現について
3. 学会等名 スケジューリング・シンポジウム2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 永田裕一, 今堀慎治
2. 発表標題 一般化距離尺度を用いたエッシャー風タイリング問題の網羅的解法
3. 学会等名 進化計算シンポジウム2017
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 永田裕一, 今堀慎治
2. 発表標題 エッシャー風タイリング問題に対する効率的な網羅探索アルゴリズムの提案
3. 学会等名 情報処理学会 第166回 アルゴリズム研究会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Teofilo F. Gonzalez (ed.); S. Imahori, M. Yagiura, H. Nagamochi (Chap 32), Y. Hu, H. Hashimoto, S. Imahori, M. Yagiura (Chap 33)	4. 発行年 2018年
2. 出版社 Chapman & Hall/CRC	5. 総ページ数 1578
3. 書名 Handbook of Approximation Algorithms and Metaheuristics, Second Edition; Chapter 32 and 33	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-



6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------