

令和 2 年 4 月 24 日現在

機関番号：10104

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2019

課題番号：17K00042

研究課題名（和文）モデル選択のための情報量規準の漸近的性質

研究課題名（英文）Asymptotic properties of some information criteria for model selection

研究代表者

小笠原 春彦（Ogasawara, Haruhiko）

小樽商科大学・その他部局等・客員研究員

研究者番号：70271731

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：情報量規準は自然や社会現象を対象とした統計科学のモデルの計量的な選択基準で様々なものがある。最もよく知られているもののひとつは赤池情報量規準(Akaike information criterion, AIC)であり、情報量規準は統計科学において日本人による貢献が大である分野である。AICを含む各種の情報量規準に関してデータにおける観測個体数が大になるときに成立する数学的な性質（漸近理論）を用いて、情報量規準の統計的性質を明らかにし、それらの改良に役立てた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

各種の情報量規準は統計的モデルの計量的な選択基準として有用であるが、その有用性はデータにおける情報量が現実には限られたものであるために確率的なものとしてのみ示される。すなわち、真のモデルが存在する場合でも類似のモデルが併存すれば正しいモデルを常に選択するとは限らない。しかし、情報量規準の性質を数学的な漸近理論を用いることにより明らかにすることで、正しいモデルをより多く確率的に選択するように改良することが可能であり、自然や社会現象の適切な理解と予測等に役立てることができる。

研究成果の概要（英文）：We have various information criteria for statistical model selection in the social and natural sciences. One of the well-known information criteria is the Akaike information criterion (AIC). The research area of information criteria is one of those to which Japanese researchers have much contributed. Using the mathematical properties based on asymptotic theory, which holds when the sample size becomes large, the asymptotic properties of information criteria including the AIC were derived. By these properties, the information criteria can be improved.

研究分野：統計科学

キーワード：モデル選択 情報量規準 漸近キミュラント 漸近バイアス MallowsのCp 漸近平均自乗誤差 漸近期待予測対数尤度

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

情報量規準のうち最も普及しているものは Akaike(1973)による赤池情報量規準(The Akaike information criterion, AIC)であろう。AIC はより好ましい未知の規準とのカルバック - ライブラーの距離を最小化するためのバイアス修正を漸近的に行ったもので、パラメータ数の2倍を加えるのみの極めて簡単な補正となっている。AIC はモデル(分布)が正しいことを前提しているがモデルに誤特定がある場合にも対応するものが竹内(1976)による情報量規準(The Takeuchi information criterion, TIC)である。TIC は AIC に対応するバイアスの補正項がやや複雑になり一般に確率変数である。また補正項は期待値をとって推定量で置き換えたものと、期待値が得られない場合にそのまま推定量で置き換えたものがある。AIC と TIC におけるバイアス補正はモデル選択で複雑なモデルにペナルティーを与え、多くの場合、適切にモデルを選ぶことが知られている。一方で、回帰モデル等では補正量が少なく、AIC 等では相対的に複雑なモデルを過度に選ぶ傾向があることが知られている。

2. 研究の目的

適切なモデル選択を目的とした情報量規準は40年以上前から提案されている。代表的な AIC や Mallows の C_p に関しては、一定の条件の下でバイアスを修正したものが提案されている。これらは特定のモデルに関するものであり、一般的な結果は利用が容易でない場合が多い。本研究では AIC 等に関して漸近キュミュラントについて透明性を持った表現を求め、これまでのようにバイアスの補正だけでなく予防をも考慮し、さらに非正規分布下の振る舞いを明らかにする。予測の観点からは AIC の導出と同様に、モデルのパラメータについても最尤推定量を未来のデータを考慮して漸的に補正した新たな推定量の導出を行う。

3. 研究の方法

(1) モデル選択のための情報量規準の漸近キュミュラントとその利用：キュミュラントはモーメントの非線形関数で漸近キュミュラントは漸近的方法による漸近モーメントに対応する。これらを用いて情報量規準の性質を求める。

(2) 因子分析・共分散構造分析における情報量規準と漸近バイアス：共分散構造分析は2次モーメントの構造分析で因子分析はその特殊な場合である。これらについて情報量規準の改良に係る漸近バイアスを求める。

(3) Mallows の C_p と漸近バイアス補正版の通常及びリッジ回帰における漸近キュミュラント：Mallows の C_p は回帰分析における情報量規準である。 C_p と同漸近バイアス補正版について漸近キュミュラントを求める。

(4) 漸近平均自乗誤差を最小化する情報量規準：平均自乗誤差は統計モデルの誤差の集約値の一種である。これを漸的に最小化する情報量規準を求め、情報量規準の改良を図る。

(5) 漸近期待予測対数尤度を最大化する推定量族：漸近期待予測対数尤度は情報量規準に対応する別の統計指標である。これらを最大化する推定量族は情報量規準を最小化することに対応する推定量のグループである。

4. 研究成果

以下の成果は前節の(1)から(5)に一对一ではなく重層的に対応している。

(1) 非負のリッジパラメータを用いた多変量重回帰においてモデルがアンダーフィットの場合、マロウスの C_p とその各種変形の漸近バイアスを非正規分布の下で $O(1)$ の次数まで導出した。モデルがアンダーフィットでない場合はそれらの漸近バイアスはより小さい次数となり、分布に依存しないことが示された。同様に後者の場合、それらの統計量の $O(1)$ の共通な漸近分散も分布に依存しない。正規及び非正規分布のシミュレーションも同様な結果を示した。漸的に分布に依存しない頑健な結果はリッジパラメータに依存しないことが分かった。

(2) 最尤推定量に高次の項を加えることにより、漸近平均期待対数尤度を最大化する推定量族をモデルの誤特定がありうる状況で求めた。負の期待対数尤度は調整した推定量と真の値との間のカルバック - ライブラーの距離に定数を加えたものとみなすことができる。調整した推定量のための係数ベクトルは二次形式を最大化する明示的な解として得られた。統計学で典型的な分布を用いた各種の例が示された。この方法と漸近期待平方誤差の和を最小化する方法による係数の相対的な大きさに関する条件を簡単な場合について求めた。

(3) 現在のデータによる予測の対象である将来のデータを用いた予測最小自乗(PLS)を共分散構造分析において定義した。期待予測最小自乗(EPLS)はPLSの二段階の期待値で適合指標の未知の量である。現在のデータを用いた加重最小自乗のEPLSの予測に関する漸近バイアスにより、竹内情報量規準に類似の方法で修正した最小自乗が任意の分布の下で漸的に不偏であることが示された。探索的因子分析におけるモデル選択のシミュレーションではRMSEA

や AIC のような典型的な適合指標を改善することが示された。

(4) 誤差が正規分布に従う多変量重回帰においてマロウスの C_p とその不偏推定量に対応する多変量版の統計量を扱った。モデルがアンダーフィットでない場合、それらの統計量の期待値と分散を与えた。単変量重回帰の特別な場合はモデルがアンダーフィットの有無に依らず統計量の分布は非心 F 分布の線形関数として得られた。これらの結果を用いて不偏性を満たす統計量に定数を乗じた場合その期待自乗誤差が最小化する値を導出した。モデルがアンダーフィットの場合は最適な定数は未知のパラメータに依存するが、アンダーフィットでない場合は既知の値のみから得られた。この定数を用いてモデル選択のシミュレーションを行った結果、従来の指標よりも真のモデルを選択する割合がかなり増大した。

(5) 平方歪度と尖度に関するピアソンの不等式を 3 つの異なる変量の場合に拡張した。Mardia (1970) によって定義された多変量版の集約した平方歪度についても同様の拡張を得た。尖度の下限と上限を標準化された変量の 4 次のキュミュラントに関する不等式とともに導出した。多変量版の個々の平方歪度の不等式をベクトル変量が無限分解可能な場合に改善した。

(6) 尤度において、現在と未来のデータを用いて制約のない共分散行列を推定する方法を導出した。この場合、現在のデータを用いた最尤推定量を調整する係数が用いられた。その最適化は未来と現在の双方のデータに関して対数尤度の期待値を最大化することによって得られた。ウィッシュарт分布と正規分布を用いて、最尤推定量の調整のための係数は既知の量のみによって得られた。共分散行列が構造化されている場合は最尤推定量を漸近的に調整する係数を得た。制約のない共分散行列を推定する場合は、平均自乗誤差を用いても同様の推定量が得られた。シミュレーションを含む数値例が因子分析モデルを用いて示された。最適な係数が未知の母集団値に依存する場合の問題の克服に関して議論を行った。

(7) 統計モデルのための ϕ ダイバージェンスのリスクをふたつの独立なデータ群を用いて定義した。現在のデータのみに基づく ϕ ダイバージェンスについて、リスクの推定量としての漸近バイアスは ϕ ダイバージェンスの種類に係らず赤池情報量規準の負のペナルティ項に等しいことを示した。高次漸近バイアスも導出したが、これは ϕ ダイバージェンスの種類及び ϕ ダイバージェンスにおけるパラメータの推定方法に依存する。浸透モデルの簡単な結果を用いて高次漸近バイアスの近似を構成し、これを用いた情報量規準の実験結果ではモデル選択において向上した結果が示された。 ϕ ダイバージェンス一種である冪ダイバージェンス族を用いた情報量規準の一部は赤池情報量規準に勝る結果を示した。

(8) カルバック - ライブラーの距離に基づく交差妥当検証規準に関し、パラメータの加重スコア法による推定時に k 個の観測個体を削除する方法を用いた場合の漸近展開を与えた。この展開により、交差妥当検証規準及び竹内情報量規準の漸近バイアスが得られた。指数分布族において自然パラメータの最尤推定量を用いた場合、赤池情報量規準と交差妥当検証規準の漸近バイアスは竹内情報量規準の同絶対値より小さいことが示された。顕在変数が無限分解可能な場合はこれらの不等式がピアソンの不等式が多変量版を用いて改善された。典型的な統計の分布における例が示された。

(9) カテゴリーデータの統計モデルにおけるパラメータの最小 ϕ ダイバージェンス推定量の漸近キュミュラントをモデルの誤特定がありうる条件の下で、4 次までと高次漸近分散を導出した。また、対応するステューデント化した推定量の漸近キュミュラントを 3 次まで求めた。これらの漸近キュミュラントはモデルが誤特定された場合、ステューデント化した推定量のモデルの誤特定に頑健な常に 1 となる 2 次の漸近キュミュラントを除いて ϕ の関数型に依存する。シミュレーションを含む数値例が ϕ ダイバージェンスのいくつかの典型的な場合の推定量について示されたが、最尤推定量は必ずしも良い結果をもたらさなかった。

(10) 交差検証において最尤推定量に対する乗算的チューニングパラメータを用いた推定量を当論文では交差データ推定量と呼ぶ。交差データ推定量の単一標本版は文献では予測推定量と呼ばれている。これは期待対数尤度を最大化して得られるが、未来と現在のデータに関する二重の期待値をとることにより現在のデータに基づく最尤推定量を用いて得られる。交差データ推定量と予測推定量の漸近的同等性が導出された。これにより予測推定量に含まれる未知の母集団値に対応する標本値で置き換えることの正当化が交差検証の文脈で得られた。典型的な統計分布を用いた例が示された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計18件（うち査読付論文 18件 / うち国際共著 3件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 48
2. 論文標題 Asymptotic biases of information and cross-validation criteria under canonical parametrization.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Statistics: Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 964-985
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2017.1422759	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 124
2. 論文標題 A family of the information criteria using the phi-divergence for categorical data.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Computational Statistics and Data Analysis	6. 最初と最後の頁 87-103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.csda.2018.03.001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 142
2. 論文標題 The inverse survival function for multivariate distributions and its application to the product moment.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Statistics and Probability Letters	6. 最初と最後の頁 71-76
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spl.2018.07.009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 49
2. 論文標題 The echelon Markov and Chebyshev inequalities.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Communications in Statistics: Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 1578-1591
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2018.1530359	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 44
2. 論文標題 Distribution-free properties of some asymptotic cumulants for the Mallows Cp and its modifications in usual and ridge regression.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Behaviormetrika	6. 最初と最後の頁 25-56
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s41237-016-0005-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 44
2. 論文標題 A family of the adjusted estimators maximizing the asymptotic predictive expected log-likelihood.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Behaviormetrika	6. 最初と最後の頁 57-95
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s41237-016-0004-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 155
2. 論文標題 Expected predictive least squares for model selection in covariance structures.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Multivariate Analysis	6. 最初と最後の頁 151-164
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmva.2016.12.007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 184
2. 論文標題 Accurate distributions of Mallows' Cp and its unbiased modifications with applications to shrinkage estimation.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Statistical Planning and Inference	6. 最初と最後の頁 105-116
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) doi.org/10.1016/j.jspi.2016.10.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 130
2. 論文標題 Extensions of Pearson's inequality between skewness and kurtosis to multivariate cases.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Statistics and Probability Letters	6. 最初と最後の頁 12-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) doi.org/10.1016/j.spl.2017.07.003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 44
2. 論文標題 Identified and unidentified cases of the three- and four-parameter models in item response theory.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Behaviormetrika	6. 最初と最後の頁 405-423
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s41237-017-0032-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 30
2. 論文標題 Predictive estimation of a covariance matrix and its structural parameters.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of the Japanese Society of Computational Statistics	6. 最初と最後の頁 45-63
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5183/jjscs.1706001_243	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 28
2. 論文標題 The multiple Cantelli inequalities.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Statistical Methods and Applications (Journal of the Italian Statistical Society)	6. 最初と最後の頁 495-506
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10260-019-00452-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 49
2. 論文標題 The multivariate Markov and multiple Chebyshev inequalities.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Statistics - Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 441-453
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2018.1543772	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 49
2. 論文標題 Alternative expectation formulas for real-valued random vectors.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Statistics - Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 454-470
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2018.1543773	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 -
2. 論文標題 Some improvements on Markov's theorem with extensions.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 The American Statistician (online published)	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00031305.2018.1497539	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 -
2. 論文標題 Improvements of the Markov and Chebyshev inequalities using the partial expectation.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Statistics - Theory and Methods (online published)	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2019.1630438	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 49
2. 論文標題 An asymptotic equivalence of the cross-data and predictive estimators.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Statistics - Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 755-768
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2018.1549258	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogasawara, H.	4. 巻 49
2. 論文標題 Asymptotic cumulants of the minimum phi-divergence estimator for categorical data under possible model misspecification.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Statistics - Theory and Methods	6. 最初と最後の頁 2448-2465
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610926.2019.1576888	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計19件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 リッジ回帰等における Mallows の C_p に関する漸近キュミュラントの分布非依存性
3. 学会等名 日本計算機統計学会第32回大会, 山口大学吉田キャンパス (山口市)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ogasawara, H.
2. 発表標題 A family of the adjusted estimators maximizing the asymptotic predictive expected log-likelihood.
3. 学会等名 The 23rd International Conference on Computational Statistics, Iasi, Romania (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 共分散構造のモデル選択における予測期待最小自乗規準
3. 学会等名 日本行動計量学会第46回大会, 慶應義塾大学三田キャンパス(東京都港区)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 自然パラメータを用いた情報量及び交差検証規準の漸近バイアスの導出
3. 学会等名 2018年度統計関連学会連合大会, 中央大学後楽園キャンパス(東京都文京区)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 共分散行列の予測推定
3. 学会等名 日本心理学会第82回大会, 仙台国際センター(仙台市青葉区)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 歪度と尖度に関するピアソンの不等式の多変量への拡張
3. 学会等名 日本計算機統計学会第32回シンポジウム, 滋賀大学彦根キャンパス(彦根市)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ogasawara, H.
2. 発表標題 Predictive estimation of a covariance matrix and its structural parameters.
3. 学会等名 The 61st World Statistics Congress, Marrakech, Morocco (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ogasawara, H.
2. 発表標題 Extensions of Pearson's inequality between skewness and kurtosis to multivariate cases.
3. 学会等名 The 2017 Conference of the International Federation of Classification Societies (IFCS), Takanawa Campus of Tokai University, Tokyo, Japan (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 因子分析におけるAICのバイアス修正
3. 学会等名 日本行動計量学会第45回大会, 静岡県立大学谷田キャンパス, 静岡市
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 漸近予測期待対数尤度を最大化する推定量族2017年度統計関連学会連合大会, 南山大学名古屋キャンパス
3. 学会等名 2017年度統計関連学会連合大会, 南山大学名古屋キャンパス
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 項目反応理論における3及び4パラメータモデルの一義性
3. 学会等名 日本心理学会第81回大会, 久留米シティープラザ(久留米市)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小笠原 春彦
2. 発表標題 MallowsのCpと同不偏版の正確な分布 - 縮小推定への応用
3. 学会等名 日本計算機統計学会第31回シンポジウム, 和歌山県立医科大学紀三井寺キャンパス(和歌山市)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ogasawara, H.
2. 発表標題 Accurate distributions of Mallows' Cp and its unbiased modifications with applications to shrinkage estimation.
3. 学会等名 10th Asian Regional Section of the International Association for Statistical Computing, Auckland, New Zealand (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小笠原春彦
2. 発表標題 交差データ推定量と予測推定量の漸近同一性
3. 学会等名 日本計算機統計学会第33回大会, 東北大学 星陵キャンパス(仙台市)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ogasawara, H.
2. 発表標題 Asymptotic cumulants of the minimum phi-divergence estimator for categorical data under possible model misspecification.
3. 学会等名 The 16th Conference of the International Federation of Classification Societies, Thessaloniki, Greece (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小笠原春彦
2. 発表標題 誤特定モデルにおける最小ファイ推定量の漸近キュミュラント
3. 学会等名 日本行動計量学会第47回大会, 大阪学豊中キャンパス (豊中市)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小笠原春彦
2. 発表標題 ファイIC (PIC) - ファイ乖離量を用いた情報量規準族
3. 学会等名 2019年度統計関連学会連合大会, 滋賀大学彦根キャンパス (彦根市)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小笠原春彦
2. 発表標題 期待平方誤差を用いた分散共分散の予測推定
3. 学会等名 日本心理学会第83回大会, 立命館大学大阪いばらきキャンパス (茨木市)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ogasawara, H.
2. 発表標題 A family of the information criteria using the phi-divergence for categorical data.
3. 学会等名 The 22nd International Symposium on Mathematical Methods Applied to Sciences (XXII SIMMAC), San Jose, Costa Rica (国際学会)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>Haruhiko Ogasawara http://www.res.otaru-uc.ac.jp/~emt-hogasa/</p>
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考