

令和 4 年 6 月 10 日現在

機関番号：17101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K01133

研究課題名(和文) 手書き数式・図形認識を用いたインテリジェント数学授業支援システムの研究

研究課題名(英文) Research on an intelligent support system for mathematics class using automatic recognition of handwritten mathematical expressions and geometric figures

研究代表者

藤本 光史 (Fujimoto, Mitsushi)

福岡教育大学・教育学部・教授

研究者番号：20270241

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は電子黒板やタブレット端末から教師や生徒がストレスなく利用できる数学用手書きインタフェースを開発すると共に、図形の証明問題の学習に利用可能な授業支援システムの実現を目指して実施された。その結果、数式だけでなく図形も入力可能な数学インタフェースを有し、C言語で実装された数式計算エンジンと連携する授業支援システムのプロトタイプをWebアプリケーションとして実現した。また、電子黒板やタブレット端末で利用可能な数学教材を複数開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

GIGAスクール構想の推進に伴い、タブレット端末の教育利用は今後拡大していくことが予想される。タブレット端末は指やペンによる入力が可能であり、これまで入力が困難だった数式・図形入力の改善が期待できる。本研究はこのタブレットの特性を生かして図形の証明問題の学習にコンピュータを活用することを提案し、その可能性を示すものである。また、本研究で使用した実装方法は既存のコマンドラインアプリをWebアプリ化して公開する際にも適用でき、応用範囲が広い。

研究成果の概要(英文)：This study was performed to develop a handwriting interface for mathematics which teachers and students can use without stress on interactive whiteboards and tablets, and to realize a learning support system which can be used for study of proof problems in elementary geometry. As a result, we developed a prototype of a learning support system which has a mathematics user interface for mathematical expressions and geometric figures, and communicates with a calculating engine implemented by C language, as a web application. Moreover, we developed some mathematics teaching materials for interactive whiteboards and tablets.

研究分野：数式処理・数学ソフトウェア

キーワード：ユーザインタフェース 置換パズル アクセシビリティ GeoGebra 数式処理システム 手書き図形入力 Webアプリケーション

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

近年の学習管理システム(LMS)の普及により、小・中・高等学校での e ラーニング活用事例が増えてきた。しかし、数学授業で e ラーニングは普及しているとは言えない。これは数式や図形という数学特有のコンテンツが現在の LMS ではサポートされていないためと考えられる。数式については、研究代表者らが手書き数式インタフェースを有した数式処理システム AsirPad を開発し (Fujimoto et al., 2005) 、それを用いて数学授業を小中学校で行い、手書き入力が普通教室での利用に有効であることを明らかにした (藤本 et al., 2006, 2007, 2010) 。図形については、Geometric Constructor や GeoGebra などの対話型作図ツールが開発され、幾何分野の授業で広く利用されている。ただし、図形の入力には通常の作図と異なるマウス操作が必要であり、簡単に入力できる新しい数学インタフェースの開発が望まれる。

また、数学 e ラーニングには解答の部分評価機能があるが、教師側の多大な準備にも関わらず対応可能なパターンは非常に限定的なものとなっている。現在は数式の木構造に対するパターンマッチングや部分木の完全一致数をカウントするという情報科学的手法で数式の類似度を測っている。しかし、有効な評価手法はまだ確立されていない。研究代表者らは独自の数式簡単化アルゴリズムを開発し、それを応用して積分計算問題の評価実験を行った (豊田・藤本, 2012) 。この実験から数式の類似度に代数的構造などを活用することによって、より適切な部分評価が可能になるのではという着想を得た。

さらに、既存の授業支援システムは証明問題に対応してない。証明問題については Mizar や Coq などのプルーフチェッカーや、初等幾何に特化した定理自動証明システム GeoProof などがあるが、これらの証明の記述は可読性が低く教育利用には不向きである。より高機能な知的システムに拡張するには教育的配慮が施されたインタフェースが必要と思われる。

<引用文献>

- [1] M. Fujimoto, M. Suzuki: AsirPad - a computer algebra system with a Pen-based interface on PDA, Proceedings of the Seventh Asian Symposium on Computer Mathematics, (2005) 259 - 262.
- [2] 藤本光史, 鈴木昌和, 金堀利洋: PDA と手書き数式インターフェースを用いた実践授業について, SSS2006 情報教育シンポジウム論文集, (2006) 331 - 338.
- [3] 藤本光史: 無線 LAN とペンベース型端末を用いた算数授業の可能性について, 京都大学数理解析研究所講究録 1572, (2007) 66 - 71.
- [4] 藤本光史: ペンベース携帯情報端末の通常授業における活用の試み, コンピュータ&エデュケーション vol.28, (2010) 29 - 34.
- [5] 豊田晴一, 藤本光史: An implementation of simplification on Risa/Asir and its application, 数式処理 Vol.18, No.2, 29 - 32.

2. 研究の目的

本研究は小型デバイス向けの手書き数式入力インタフェースを有した数式処理システムをベースに、数式だけでなく図形も手書きで入力できるようにし、電子黒板やタブレット上で教師や生徒がストレスなく利用できる新しい数学用インタフェースを開発すると共に、数式の代数的構造を用いた助言機能、証明問題の真偽判定を有するインテリジェント数学授業支援システムの実現を目指したものである。このために以下の 4 つのステップを設定した。

- (1) 手書き入力したラフ図形を自動的に整形するアルゴリズムの開発
- (2) 手書き図形入力インタフェースの開発
- (3) 計算問題や証明問題を処理するための数式処理エンジンの作成
- (4) 数学授業支援システムのプロトタイプの開発

3. 研究の方法

(1) マルチタッチを利用した手書き図形認識手法の研究

GeoGebra のような作図ツールで作図を行うには最初に基点となる「点」を入力する必要がある。「点」の入力後、線分を描くなどの操作が可能となる。これは定規とコンパスで行う通常の作図とは異なる。本研究では電子黒板やタブレット上で通常の作図手順で作図が行う手法を研究する。

(2) 図形情報の抽出手法の研究

研究代表者らが開発した手書き数式インタフェースは任意の位置に手書き入力した文字と数式を認識できる。この手法を応用して、図形に書き加えた手書きの頂点記号や数式を認識し、図形から得られる情報を数式として抽出する。この時、オンライン手書き認識時の時系列情報を使用することで、辺の比を表す式も書いた順に生成することが可能となる。

(3) 代数構造を用いた数式類似度の策定

学校教育に現れる数式の構成要素を調査し、ガロア群、分解体、最小多項式などの計算が可能なものからどの代数的構造に着目すれば左図のように分類できるか検討を行い、新しい数式類似度を策定する。

(4) 計算問題や証明問題を処理するための数式処理エンジンの作成

入力された数式の代数構造を計算したり、初等幾何命題の真偽判定を行うためには数式処理エンジンが必要である。本研究で実現を目指す数学授業支援システムではクライアントにモバイルデバイスを利用することを想定しているため、既存の数式処理システム Risa/Asir をモバイルデバイスに移植して数式処理エンジンとして利用する。

(5) 数学授業支援システムのプロトタイプの開発

本研究で開発した手書き入力インタフェースと数式処理エンジンを統合して数学授業支援システムのプロトタイプを開発する。その際、教師は電子黒板から、生徒はタブレット端末から利用できるようにマルチプラットフォームのシステムとなるように配慮する。

4. 研究成果

(1) 数学ユーザインタフェースとアクセシビリティ

置換パズルの一種である 15 パズルとその拡張である $mn-1$ パズルに loop generators という回転型操作を導入し、それを用いた解法アルゴリズムを示した。そして、Loop generators を用いた $mn-1$ パズルのためのタブレット用アプリを開発した。また、ユーザインタフェースを工夫し、視覚に障害を持つ中高生がスクリーンリーダーを用いて利用できるようにアクセシビリティ機能を追加した。さらに、置換の概念を学習するための教材とするためにスライドパズルの可解性を問うモードを追加した。これらの研究成果のうち、数学に関する部分は日本数学会秋季総合分科会で、ユーザインタフェースの設計に関する部分は数学ソフトウェアに関する国際会議 MathUI で、アクセシビリティに関する部分は情報処理学会アクセシビリティ研究会などで発表した。

(2) スクリプトを利用した GeoGebra 教材の開発

図形問題に対するユーザインタフェース研究として、既存の動的幾何ソフトウェア GeoGebra を利用した教材作成方法について調査した。GeoGebra は通常のプログラミング言語と違い、分岐や反復といったプログラミング言語に必須の機能を利用する際に特殊な配慮が必要となる。そこで、GeoGebra スクリプトを用いて教材を作成する際の手助けになるように、スライドパズルの作成方法を通してその部分を解説するチュートリアルを作成した。また、GeoGebra は独自スクリプト言語の GeoGebra スクリプトだけでなく、より汎用性の高い JavaScript も利用可能である。そこでこれを利用して手書き図形入力インタフェースのプロトタイプを作成した。そして、その結果を応用して手書き入力対応一筆書きパズルアプリを作成した。このアプリは描いた図形が一筆書き可能かどうかを判定すると共に経路の自動生成も可能であり、用いたアルゴリズムを解説するための教材として利用可能である。これらの研究成果は統計数理研究所の研究集会で発表した。

(3) 電子ペーパータブレット上での手書き入力インタフェース

近年、新しいペン入力デバイスとしてデジタイザー搭載の電子ペーパータブレットが注目されている。これまでのタブレット端末と「書き味」が異なり、紙に近い感覚で利用できるという特徴を持つ。現在入手可能な電子ペーパータブレット 4 機種的设计仕様とソフトウェア開発環境 (SDK) の有無について調査を行ったところ、そのうちの 1 機種がこれまでに実装してきた手書き入力インタフェースと同じプラットフォームを利用していることが判明した。そこでその電子ペーパータブレット上に数式処理システム Risa/Asir を実装すると共に手書き入力インタフェースの移植を試みた。この研究成果は日本数式処理学会第 14 期第 1 回教育分科会及び Risa/Asir Conference 2019 で発表した。

(4) モバイルデバイス用数式処理エンジンの作成

初等幾何に関する命題の真偽判定を行うためにグレブナー基底計算を用いる。その数式処理エンジンとして Risa/Asir を採用し、Android と iOS に対して移植を行った。これらのバイナリのビルドには仮想化技術 Docker を用いた。使用した Sandbox 環境は Android では Termux、iOS では iSH Shell であり、作成した Risa/Asir バイナリは Web で公開した。この研究成果は日本

数式処理学会 2019 年度合同研究会及び京都大学数理解析研究所研究集会で発表した。

(5) 数学ソフトウェアの Web アプリ化

ユーザインタフェース作成のための JavaScript ライブラリ React を用いて GeoGebra を Web コンポーネントとして組み込み、Web ブラウザ上で図形を入力できるようにした。GeoGebra には入力された図形の状態を調べたり変形したりするための API が提供されており、それを活用して図形認識部の実装を行った。また、C 言語で実装された既存の数式処理システムを WebAssembly 化することにより Web ブラウザ上で多項式の加減乗算を実行できるようにした。そして、これらを統合した数学授業支援システムのプロトタイプを Web アプリケーションとして実現した。この成果の一部は、統計数理研究所の研究集会、九州大学マス・フォア・インダストリ研究所の研究集会、および Risa/Asir Conference 2022 で発表した。

本研究における Web アプリケーションの開発手法は、「ユーザインタフェースは JavaScript で、計算処理に負荷のかかる部分は WebAssembly で実装する」というものであり、C 言語や C++ 言語で開発されたコマンドラインアプリを Web アプリ化して公開する際に応用可能である。このノウハウは書籍化して公開する予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 藤本光史	4. 巻 2159
2. 論文標題 CAS in Sandbox on mobile devices	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 54-63
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 藤本光史	4. 巻 26
2. 論文標題 Sandbox環境を利用したモバイル端末上での数式処理システムについて	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 38-41
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 藤本光史	4. 巻 430
2. 論文標題 How to make an app using JavaScript on GeoGebra	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 統計数理研究所共同研究リポート	6. 最初と最後の頁 34-47
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 塚本 真人, 藤本 光史	4. 巻 25
2. 論文標題 Loop generatorsによる15パズルの最適アルゴリズムとGod's numberについて	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数式処理	6. 最初と最後の頁 59-62
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 藤本光史	4. 巻 2017-AAC-5
2. 論文標題 スライドパズルにおける回転型操作とアクセシビリティ	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 情報処理学会研究報告アクセシビリティ	6. 最初と最後の頁 1-6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 藤本光史	4. 巻 396
2. 論文標題 How to create sliding puzzles on GeoGebra - A tutorial of GeoGebra Script -	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 統計数理研究所共同研究リポート	6. 最初と最後の頁 33-42
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 藤本光史	4. 巻 452
2. 論文標題 How to embed GeoGebra into Web	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 統計数理研究所共同研究リポート	6. 最初と最後の頁 11-29
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計19件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件)

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 GeoGebraでのスクリプトの使い方
3. 学会等名 日本数学会ワークショップ「数学ソフトウェアとフリードキュメント31」
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 Dockerを使ったiOS/Android用asirビルド環境
3. 学会等名 Risa/Asir Conference 2021
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 Sandbox環境を利用したモバイル端末上での数式処理システムについて
3. 学会等名 日本数式処理学会2019年度理論分科会 & システム分科会合同研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 How to make an app using Javascript on GeoGebra
3. 学会等名 統計数理研究所共同研究「動的幾何学ソフトウェアGeoGebraの整備と普及」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 CAS in Sandbox on mobile devices
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所共同研究「Computer Algebra - Theory and its Applications」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 塚本 真人, 藤本 光史
2. 発表標題 Loop generatorsによる15パズルの最適アルゴリズムとGod's numberについて
3. 学会等名 第27回日本数式処理学会大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Mitsushi Fujimoto
2. 発表標題 On the factorization problem in 15 puzzle group by the loop generators
3. 学会等名 RIMS Symposium "Computer Algebra - Theory and its Applications"
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤本 光史
2. 発表標題 数学ソフトウェアで教育の何が変わるか
3. 学会等名 日本数式処理学会 第14期第1回 教育分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤本 光史
2. 発表標題 Risa/Asir on a digital paper tablet
3. 学会等名 Risa/Asir Conference 2019
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mitsushi Fujimoto
2. 発表標題 Loop Generators in the $mn-1$ Puzzle and Factorization Problem
3. 学会等名 The 12th Workshop on Mathematical User Interfaces (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 置換パズルのコンピュータによる解法と最短手数問題
3. 学会等名 日本数学会ワークショップ「数学ソフトウェアとフリードキュメント25」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 Loop generators and factorization problem in $mn-1$ puzzle groups
3. 学会等名 日本数学会2017年度秋季総合分科会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 How to create sliding puzzles on GeoGebra
3. 学会等名 統計数理研究所共同研究「動的幾何学ソフトウェアGeoGebraの整備と普及」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 スライドパズルにおける回転型操作とアクセシビリティ
3. 学会等名 情報処理学会 第5回アクセシビリティ研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 音声読み上げに対応したスライドパズルアプリの試作
3. 学会等名 平成29年度日本学術振興会科学研究費補助金等による研究集会 「情報アクセシビリティをめぐる諸問題に関する研究集会」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 アクセシビリティに配慮したスライドパズルアプリの開発
3. 学会等名 Risa/Asir Conference 2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 How to embed GeoGebra into Web
3. 学会等名 統計数理研究所共同研究「動的幾何学ソフトウェアGeoGebraの整備と普及」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 WebAssemblyによる数学ソフトウェアのWebアプリ化
3. 学会等名 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所短期共同研究「数式処理研究と産学連携の新たな発展」
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 藤本光史
2. 発表標題 Reactを用いたGeoGebraのWebへの埋め込み
3. 学会等名 Risa/Asir Conference 2022
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Asir on Android https://staff.fukuoka-edu.ac.jp/fujimoto/asiroid/index.html Asir on iSH/iOS https://staff.fukuoka-edu.ac.jp/fujimoto/ios/index.html
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------