

令和 3 年 5 月 28 日現在

機関番号：12301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2020

課題番号：17K01244

研究課題名（和文）途中退去のある複数サーバ待ち行列の基礎研究

研究課題名（英文）Basic research of multi-server queues with abandonment

研究代表者

河西 憲一（Kawanishi, Ken'ichi）

群馬大学・情報学部・准教授

研究者番号：50334131

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では途中退去が伴う複数窓口をもつ待ち行列モデルの基礎的な研究を進めた。客の途中退去時間が一般分布に従う場合を考察対象とした。客はポアソン過程に従って到着し、サービス時間は相型分布に従うとした。本モデルを解析するために、途中退去時間が一定値で与えられるモデルの厳密解析を応用し、客の到達待ち時間の確率密度関数を解析した。到達待ち時間の確率密度関数から、客が途中退去する確率、客が待ちに遭遇する確率などの性能指標を導出し、それらの上下界を定量化した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

待ち行列理論におけるM/G/cモデルの厳密な解析は困難であることが知られており、サービス時間を相型分布で近似する方法がこれまでに検討されてきた。同じことが本研究で扱った途中退去が伴う場合にも当てはまる。解決策として、途中退去時間も相型分布で近似する方法が考えられるが、状態空間が指数関数的に増大するため数値計算には不向きである。本研究では途中退去時間を階段関数で近似する方法を検討し、数値計算に適した途中退去が伴う複数窓口をもつ待ち行列モデルが解析できることを示した。M/G/cモデルの厳密解が困難であることを鑑みれば、本研究成果はそれと同程度の困難な問題に対して、一つの解決策を与えたと言える。

研究成果の概要（英文）：In this research, we analyzed multi-server queues with customer abandonment. Customers arrive according to Poisson process, and service times of customers are distributed according to phase-type distribution. We assume that the time to abandon of waiting customers is generally distributed. Exploiting the results of exact analysis of multi-server queues where the time to abandon is constant, we obtained an algorithm to compute the probability density function of attained waiting time of the queues. We also obtained performance measures of the queues and obtained upper and lower bounds of customer abandonment probability, delay probability.

研究分野：待ち行列理論

キーワード：待ち行列理論 応用確率過程論 モデル化 性能評価

1 . 研究開始当初の背景

(1) サービスを受けるために客が列に並ぶことは日常的に見られる光景である。さらに、サービスの開始を待ちきれず、客がサービスを受けずに途中で列から退去することも見受けられる。待ち行列理論においては、客が途中で列から離脱する状況を途中退去が伴う待ち行列として捉え、今日までに多くの理論的な研究成果を蓄積してきた。ただし、その成果の大半は単一窓口を前提とする。複数の窓口を扱った成果もあるが、理論的に扱いやすくするために客のサービス時間として指数分布を仮定することが主であった。翻って現実の待ち行列システムを眺めてみると、その前提が常に妥当であるとは言いえない。例えばクラウドコンピューティングの要となるデータセンターでは多数のサーバが幾種類もの異なるサービスを提供するので、ジョブの処理時間を指数分布に限定せず、より自由度のある分布で扱えることが望ましい。

(2) コンピュータシステムでは一般的である一定の時間内に処理が開始されなければジョブの処理を放棄するタイムアウト方式はデータセンターでも想定され、これは途中退去そのものである。途中退去が伴う複数窓口のある待ち行列システムとしては、その他にもコールセンターが考えられ、世界的に見てもコールセンターへの応用を想定した研究成果が本研究開始当初において多数発表されていた。以上を踏まえると、複数窓口を前提とした途中退去のある待ち行列システムの解析が、理論的のみならず産業上の視点からも求められていたと言える。

2 . 研究の目的

(1) 本研究の目的は複数の窓口から構成される待ち行列モデルで、客がサービスを受ける前に途中退去することがある場合を解析することにある。より具体的には同待ち行列モデルにおける客の待ち時間分布などの性能評価指標を算出する数値計算アルゴリズムを構築することにある。同待ち行列モデルを特徴付ける客の到着過程、サービス時間、途中退去時間を、数値計算アルゴリズムが構築できる範囲で一般的に扱えることを目標とする。とりわけ、途中退去時間については一般分布に従うモデルを扱えることを目指す。

3 . 研究の方法

(1) 途中退去時間が一般分布に従う場合を扱うため、途中退去時間の分布関数を階段状の関数（単関数）で近似する。単関数で近似することで、途中退去時間が一定値となる区間に応じて客のクラスを定義することができる。一般分布に従う途中退去時間の分布関数は、異なるクラスを混合した場合とみなす。クラスの数を増やす、あるいは一定値となる途中退去時間の幅を短くすることで近似精度を向上させることが可能になる。

(2) ある一つのクラスだけに着目すると、客の途中退去時間が一定値で与えられる場合に還元できる。そのような待ち行列モデルは、客がポアソン過程に従って到着し、サービス時間が相型分布に従うならば、文献 による厳密解析が可能である。そこで厳密な解析結果を活用して、途中退去時間が一般分布に従う場合を扱う。具体的には、途中退去時間の分布関数を近似する単関数を工夫し、性能評価指標の緊密な上下界を評価する。

(3) 本研究方法の観点からは、報告者等が検討した文献 の厳密解析は単一クラスの場合と位置づけられる。単一クラスの厳密解析に基づいた数値計算アルゴリズムを複数クラスでも扱えるようにするため、従前の厳密解析での手法の一部を見直し、複数クラスに適した数値計算アルゴリズムを構築する。アルゴリズムを実装し、数値実験により検証する。

4 . 研究成果

(1) 客がポアソン過程に従い、サービス時間が相型分布に従う場合の研究成果を述べる。まず、文献 の方法を複数クラスに拡張するために、到達待ち時間の確率密度関数が満たす積分微分方程式の境界条件の与え方を見直し、同確率密度関数を評価する漸化式を導出した。同漸化式はレベル依存型準出生死滅過程と呼ばれるマルコフ過程において、あるレベル以降はレベル依存しないモデルとの類推からも自然に理解できることを示した。同漸化式に基づいて到達時間の確率密度関数を数値評価するアルゴリズムを構築した。

(2) 到達待ち時間の確率密度関数から、考察対象の待ち行列モデルにおける性能評価指標を数値的に計算するアルゴリズムを構築した。数値計算結果の一例として、待ち率(客が待ちに遭遇する確率)の上下界を図1に示す。本例では途中退去時間がガンマ分布に従うとした。クラス数が多くなるにつれて上下界の差が小さくなり、実用上十分な精度で評価できることが確認できる。

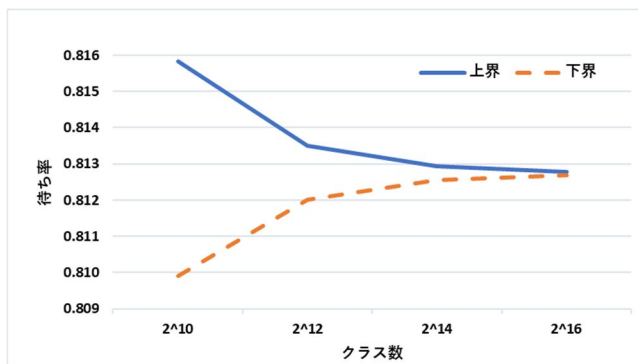


図1

本手法は分布関数を単関数で近似する手法であって、解析的に厳密な解を与えるわけではない。そこでモンテカルロ・シミュレーションとの比較も実施した。精度を検証したところ、クラス数をさほど多くせずとも十分な精度が得られることを確認した。これらの成果の一部を文献にて公表した。

(3) 本研究の応用例として、携帯電話網における通信負荷の軽減を目的とした技術である Wi-Fi 遅延オフロード技術の性能について、基礎的な知見を得ることができた。同技術は無線 LAN が利用可能な範囲では携帯電話網ではなく、Wi-Fi アクセスポイントを経由して通信を実現する技術である。Wi-Fi アクセスポイントが配置された 2 次元閉領域上を携帯ユーザが移動する状況をモデル化し、Wi-Fi アクセスポイントの配置方法が、携帯ユーザの負荷軽減が成功する確率、平均遅延時間などの性能評価指標に与える影響を定量的に評価することができた。その結果、Wi-Fi アクセスポイントの配置によっては、携帯ユーザの平均遅延時間が一定値に収まる傾向があることが明らかになり、Wi-Fi アクセスポイントの配置法に関する有益な知見を得ることができた。本研究成果を文献にて公表した。

(4) 本研究の考察対象において、到着過程をマルコフ型到着過程に拡張することを検討した。考察対象の待ち行列モデルが満足する基礎方程式は積分微分方程式で与えられる。同方程式はポアソン過程を前提にすると解析的に扱いやすい。しかしながら、マルコフ型到着過程に拡張すると、ポアソン過程では成立する行列間の可換性が一般的には成立しないため解析が困難であるとの知見を得た。そこで、本研究では新たな解析手法を検討した。新たな解析方法では、順序付けられた行列指数関数を用いて到達待ち時間の確率密度関数を表現する。そのために、到達待ち時間に応じて決まる確率行列を導入し、同確率行列が満足すべき行列についての非線形微分方程式を導出した。さらに、同方程式の解の存在条件や解の一意性など、数理的な基本性質を明らかにした。これらの知見と統計物理学で用いられていた手法を活用して、到達待ち時間の確率密度関数を評価する数値計算アルゴリズムを構築した。数値実験の結果、十分な精度が得られることを確認した。本研究成果の一部を文献と文献にて公表した。

(5) 本研究の直接的な考察対象ではないが、関連する研究成果として、データセンターを想定した待ち行列モデルの性能評価と、有限マルコフ連鎖の定常分布を確率順序の意味で上界と下界を評価する新しいアルゴリズムを考案した。前者はマルコフ連鎖に基づくため、ジョブの途中退去時間として指数分布を仮定したが、本研究の考察対象に繋がる基礎となる。後者は一般的なマルコフ連鎖を対象としたアルゴリズムであることもあり、高い評価を得た。

< 引用文献 >

K. Kawanishi and T. Takine: MAP/M/c and M/PH/c queues with constant impatience times, Queueing Systems, vol. 82, no. 3, pp. 381-420 (2016)

河西 憲一: 途中退去を伴う複数窓口待ち行列モデルの近似解析, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2019 年春季研究発表会アブストラクト集, pp. 130-131 (2019).

K. Kawanishi and T. Takine: The M/PH/1+D queue with Markov-renewal service interruptions and its application to delayed mobile data offloading, Performance Evaluation, vol. 134, October 2019, 102002, DOI: 10.1016/j.peva.2019.102002.

河西 憲一: 客が途中退去する待ち行列モデルの定常分布の解形式, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2020 年春季研究発表会アブストラクト集, pp.104-105 (2020).

河西 憲一: 途中退去する待ち行列モデルの分解公式による評価, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2021 年春季研究発表会アブストラクト集 (電子版), 2-E-3 (2021).

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

| | |
|---|-----------------|
| 1. 著者名 K. Kawanishi and T. Takine | 4. 巻 134 |
| 2. 論文標題 The M/PH/1+D queue with Markov-renewal service interruptions and its application to delayed mobile data offloading | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Performance Evaluation | 6. 最初と最後の頁 - |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.peva.2019.102002 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

〔学会発表〕 計5件（うち招待講演 0件/うち国際学会 2件）

| |
|--|
| 1. 発表者名 河西 憲一 |
| 2. 発表標題 客が途中退去する待ち行列モデルの定常分布の解形式 |
| 3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2020年春季研究発表会 |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|------------------------------------|
| 1. 発表者名 河西憲一 |
| 2. 発表標題 途中退去がある待ち行列モデルの損失率の近似評価 |
| 3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会待ち行列部会 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 T. Phung-Duc and K. Kawanishi |
| 2. 発表標題 Delay performance of data center queue with staggered setup policy and abandonment |
| 3. 学会等名 13th International Conference on Queueing Theory and Network Applications 2018（国際学会） |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 河西憲一 |
| 2. 発表標題 途中退去を伴う複数窓口待ち行列モデルの近似解析 |
| 3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2019年春季研究発表会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 S. Ishikawa and K. Kawanishi |
| 2. 発表標題 On algorithms for computing stochastic bounds of Markov chains with irreducibility and lumpability |
| 3. 学会等名 The 12th International Conference on Queueing Theory and Network Applications (QTNA2017) (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|---------------------------|-----------------------|----|
| | | |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
| | |