

令和 2 年 6 月 10 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2019

課題番号：17K01255

研究課題名（和文）ファイナンス・金融工学における現代的諸課題に対する先端確率制御理論の革新的応用

研究課題名（英文）Innovative Applications of Advanced Stochastic Control Theory to Contemporary Issues in Finance and Financial Engineering

研究代表者

大西 匡光（OHNISHI, Masamitsu）

大阪大学・経済学研究科・教授

研究者番号：10160566

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,600,000円

研究成果の概要（和文）：金融市場における売買取引執行問題に関して、離散時間、および連続時間のいずれに対しても、一般化された市場価格インパクト・モデルを新たに提案した上で、単一の大きなトレーダーによる取引執行の最適化問題、および複数の大きなトレーダーによってなされる取引執行ゲームのそれぞれに対して、確率動的計画法 [Markov 決定過程、離散時間確率制御理論]、確率ゲーム理論 [Markov ゲーム理論] を適用して、問題を定式化して分析を進め、それぞれ最適取引執行戦略、均衡取引執行戦略を特徴付け、導出した。さらに数値計算実験を重ねて、これまでには得られていなかった興味深い比較静学の計算結果を得ることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

金融市場における売買取引執行問題に関して、一般化された市場価格インパクト・モデルを新たに提案したこと。さらに、複数の大きなトレーダーによってなされる取引執行ゲームの定式化と均衡分析に成功したこと。

研究成果の概要（英文）：Concerning with the issues of trade execution in financial markets, we propose a new generalized market price impact model for both discrete time and continuous time trader settings, and then we study optimization problems of the trade execution for a single large trader by applying stochastic dynamic programming [Markov decision process, discrete-time stochastic control theory], and trade execution games played for multiple large traders by applying stochastic game theory [Markov game theory], respectively. Their problems were formulated and analyzed, and the optimal trading execution strategy and equilibrium trading execution strategy were characterized and derived. By conducting further numerical computation experiments, we were able to obtain interesting numerical comparative statics results that had not previously been obtained.

研究分野：ファイナンス，金融工学

キーワード：売買取引執行問題 市場価格インパクト・モデル 確率動的計画法 確率ゲーム理論 確率制御理論

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

## 1. 研究開始当初の背景

我が国ではリーマン・ショックと呼ばれる、先の国際金融危機では、金融市場の流動性 (Liquidity) が著しく枯渇し、その本来の機能が麻痺する事態に陥った。その深い反省から、金融市場を通じた資産運用における流動性リスク・マネジメント (Liquidity Risk Management) を目的とした諸問題の解決が、ファイナンス・金融工学の研究者/実務家にとっての緊急の研究課題となった。とりわけ、金融資産の売買取引執行問題 (Trade Execution Problem) は最重要課題であり、多くの研究者が活発な研究を開始し、展開してきた。

## 2. 研究の目的

自らの取引が市場価格に影響を及ぼす機関投資家のような投資家を大きなトレーダー (Large Trader) と呼び、その価格変動を (市場) 価格インパクト (Price Impact) と呼ぶ。例えば、年金基金の運用機関や保険会社、あるいはそれらから資産の売買のブローカー業務を請け負う証券会社が代表的な例である。そのような大きなトレーダーは、自らの取引の際の価格インパクトを流動性リスクとして正しく認識し、価格 (変動) リスク (Price Risk) をも同時に踏まえて、適切に (取引) 執行のリスク・マネジメントを行わなければならない。こうした価格インパクトを考慮した執行戦略 (Execution Strategy) の研究が、近年、アルゴリズム・トレーディングや高頻度トレーディングへの関心と相まって、盛んに行われている。これら執行問題では、大きなトレーダーによる大量・巨額の注文が市場価格に即座に与える瞬間インパクトとその一部の永久に残る部分 (永久コンパクト) とついでには消え去る部分 (一時的インパクト)、そして後者が徐々に消え去る様子 (過渡的インパクト) を描写する確率モデル (価格インパクト・モデル) と取引執行の際の執行費用構造が基本的な枠組を構成する。

申請者らも、近年、価格インパクト・モデルを用いた取引執行問題の研究を開始し、離散時間の設定で、単一の大きなトレーダーによる最適取引執行問題について、一定の研究成果を得ていて、すでに数編の関連論文を公表している (Kunou and Ohnishi (2010), Kuno and Ohnishi (2015), Kuno, Ohnishi, and Shimizu (2017))。本研究事業の目的は、それらでの価格インパクト・モデルを離散時間においては、より一般化し、また連続時間においては対応する価格インパクト・モデルを新たに提案し、いずれにおいても単一の大きなトレーダーの最適取引執行戦略を特徴付け、さらには、複数の大きなトレーダーによって為される取引執行ゲームの均衡取引執行戦略を特徴付け、導出することである。

## 3. 研究の方法

申請者らによって近年提案された価格インパクト・モデルを、離散時間においては、より一般化し、単一の大きなトレーダーの最適取引執行問題を、確率動的計画法 (Stochastic Dynamic Programming) [Markov 決定過程 (Markov Decision Process) 離散時間確率制御理論 (Discrete-Time Stochastic Control Theory)] を用いて定式化した上で、問題の最適性方程式 (Optimality Equation) [Bellman 方程式 (Bellman Equation), 動的計画方程式 (Dynamic Programming Equation)] を省察する。また連続時間においては対応する価格インパクト・モデルを新たに提案し、単一の大きなトレーダーの最適取引執行戦略を特徴付け、さらには、複数の大きなトレーダーによって為される取引執行ゲームの均衡取引執行戦略を特徴付け、導出する。

## 4. 研究成果

価格インパクトを考慮した取引執行問題に対して、当初予想していた以上の研究成果を得ることができた (Kuno, Ohnishi, Shimoshimizu (2018), Ohnishi and Shimoshimizu (2019a, 2019b), Fukasawa, Ohnishi, and Shimoshimizu (2019a, 2019b))。とりわけ、Ohnishi and Shimoshimizu (2019b) では [D] 離散時間 (Discrete-Time) の設定で、従来の価格インパクト・モデルを一般化・拡張した [S] 単一資産の価格変動モデルを提案し、[O] 単一の大きなトレーダーによる取引執行戦略の最適化問題 (Optimization Problem) を、確率動的計画法 (Stochastic Dynamic Programming) [Markov 決定過程 (Markov Decision Process), 離散時間確率制御理論 (Discrete-Time Stochastic Control Theory)] を用いて定式化した上で、問題

の最適性方程式 (Optimality Equation) [ Bellman 方程式 (Bellman Equation) , 動的計画方程式 (Dynamic Programming Equation) ] を省察し , 最適取引執行戦略が状態のアフィン [ 線形 ] 関数になることを示した . さらに , 従前には扱われたことの無かった新規性・独自性のある問題として , 複数の大きなトレーダーによって為される取引執行ゲーム (Execution Game) を確率ゲーム (Stochastic Game) [ Markov ゲーム (Markov Game) ] として定式化し , ( Nash 均衡を精緻化した均衡概念である ) Markov 完全均衡 (Markov Perfect Equilibrium) を構成する均衡取引執行戦略が状態のアフィン [ 線形 ] 関数であることを示した . 最適・均衡取引執行戦略が状態のアフィン関数であるとのこうした特徴付けは , 戦略の直感的解釈・説明を明白にするのみならず , それらの数値的導出を極めて容易にもすることから , 実際的にも有用である . 上記の研究成果は , 研究の途中段階から , 国内外の学会 , シンポジウム , ワークショップ , 研究集会 , セミナー , 等での機会を見つけて , 積極的に報告・発表し , 他の研究者 / 実務家からの貴重で有益なアドバイス・意見・示唆を積極的に取り入れて , 研究を進めて論文に纏め上げた結果 , すでに関連領域での国際的トップ・ジャーナルに掲載されている .

その後 , やはり研究集会での参加者からの貴重で有益なアドバイス・意見・示唆に基づいて , (I) 上記の離散時間モデルを , 一般化して , 1次元高い Markov 過程で描写し , (II) 対応する連続時間モデルを構築・提案して , (I) , (II) の両方に対して , 単一の大きなトレーダーによる取引執行戦略の最適化問題を , (I) に対しては確率動的計画法 [ Markov 決定過程 , 離散時間確率制御理論 ] を用いて定式化した上で問題の最適性方程式を導いて , その解となる最適値関数の構造を吟味することで , 他方 (II) に対しては確率連続制御理論 (Stochastic Continuous Control Theory) を用いて定式化した上で , 問題の Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式を導いて , その解となる最適値関数の構造を吟味することで , 最適取引執行戦略が (1次元高い) 状態のアフィン [ 線形 ] 関数になることを示すことに成功した .

## 引用文献

Fukasawa, M., Ohnishi, M., and Shimoshimizu, M. (2019a), "Optimal Execution Strategies with Generalized Price Impacts in a Discrete-Time Setting," Paper presented at KAFE-JAFEE International Conference, Pusan, Korea, July 2019. [査読無]

Fukasawa, M., Ohnishi, M., and Shimoshimizu, M. (2019b), "Optimal Execution Strategies with Generalized Price Impacts in a Continuous-Time Setting," Paper presented at JAFEE Summer Meeting, August 2019. [査読無]

Ohnishi, M., and Shimoshimizu, M. (2019a), "Equilibrium Execution Strategy with Generalized Price Impacts," 「ファイナンスの数理解析とその応用」, 『**京都大学数理解析研究所講究録**』, No. 2111, pp. 84-106, 2019. [査読無]

Ohnishi, M., and Shimoshimizu, M. (2019b), Optimal and Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impact. SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3323335>, 2019. [査読無]

Kuno, S., Ohnishi, M., and Shimoshimizu, M., "Optimal Execution Strategies with Generalized Price Impact Models," 「不確実性の下での意思決定理論とその応用: 計画数学の展開」, 『**京都大学数理解析研究所講究録**』, No. 2078, pp. 77-83, 2018. [査読無]

Kuno, S., Ohnishi, M., and Shimizu, P., “Optimal Execution with Off-Exchange Trading,” *Journal of Mathematical Finance*, Vol. 7, No. 1, pp. 54-64, 2017. [査読有]

Kuno, S. and Ohnishi, M. (2015), “Optimal Execution in Illiquid Market with the Absence of Price Manipulation,” *Journal of Mathematical Finance*, Vol. 5, No. 1, pp. 1-14. [査読有]

Kunou, S. and Ohnishi, M. (2010), “Optimal Execution Strategies with Price Impact,” 「ファイナンスの数理解析とその応用」, 『**京都大学数理解析研究所講究録**』, No. 1675, 2010年2月, pp. 234-247. [査読無]

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 9件）

1. 著者名 大西匡光, 森田 浩, 滝根哲也, 乾口雅弘	4. 巻 64
2. 論文標題 大阪大学におけるOR教育の系譜と現在	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 オペレーションズ・リサーチ	6. 最初と最後の頁 40-42
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masamitsu OHNISHI and Makoto SHIMOSHIMIZU	4. 巻 3323335
2. 論文標題 Optimal and Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impact	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 SSRN	6. 最初と最後の頁 1-35
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3323335">http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3323335</a>	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shingo NAKANISHI and Masamitsu OHNISHI	4. 巻 2078
2. 論文標題 Geometric Characterizations of Standard Normal Distribution - Two Types of Differential Equations, Relationships with Square and Circle, and Their Similar Characterizations -	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS) RIMS Kokyuroku, Kyoto University	6. 最初と最後の頁 58-64
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Seiya KUNO, Masamitsu OHNISHI, and Makoto SHIMOSHIMIZU	4. 巻 2078
2. 論文標題 Optimal Execution Strategies with Generalized Price Impact Models	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Research Institute for Mathematical Sciences (RIMS) RIMS Kokyuroku, Kyoto University	6. 最初と最後の頁 77-83
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 大西匡光	4. 巻 63
2. 論文標題 2017年秋季シンポジウムルポ(第77回)	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 オペレーションズ・リサーチ	6. 最初と最後の頁 100-101
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 蛭名安希, 落合夏海, 大西匡光	4. 巻 2044
2. 論文標題 一般化Ho-Leeモデルに基づくゲーム・フォワード・スワップションの価格評価	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録 RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 90-100
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ochiai, N. and Ohnishi, M.	4. 巻 2016
2. 論文標題 An Empirical Examination of Volatility on Intraday Nikkei 225 Futures: A Bayesian Approach	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 117-125
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ohnishi, M. and Shimoshimizu, M.	4. 巻 20
2. 論文標題 Optimal and Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impact	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Quantitative Finance	6. 最初と最後の頁 1-20
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 大西匡光, 下清水慎	4. 巻 65
2. 論文標題 金融市場における価格インパクトを考慮した取引執行ゲーム	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 オペレーションズ・リサーチ	6. 最初と最後の頁 271-278
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ohnishi, M. and Shimoshimizu, M.	4. 巻 2011
2. 論文標題 Optimal and Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impact	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 84-106
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計29件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 Masamitsu OHNISHI and Makoto SHIMOSHIMIZU
2. 発表標題 Optimal and Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impact
3. 学会等名 日本ファイナンス学会, 第26回大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masamitsu OHNISHI and Makoto SHIMOSHIMIZU
2. 発表標題 Optimal Execution Strategies with Generalized Price Impact Models
3. 学会等名 EURO2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masamitsu OHNISHI and Makoto SHIMOSHIMIZU
2. 発表標題 Optimal and Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impact
3. 学会等名 JAFEE 2018 夏季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大西匡光, 下清水慎
2. 発表標題 一般化された価格インパクト・モデルのもとでの均衡執行戦略
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2018年秋季研究発表会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masamitsu OHNISHI and Makoto SHIMOSHIMIZU
2. 発表標題 Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impacts
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所, 研究集会「ファイナンスの数理解析とその応用」
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中西真悟, 大西匡光
2. 発表標題 リスクとリターンが語る標準正規分布, 円, 正方形の幾何学的関係
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 危機管理と防衛のOR研究部会第15回研究会(招待講演)
4. 発表年 2018年



1. 発表者名 Masamitsu OHNISHI and Makoto SHIMOSHIMIZU
2. 発表標題 Optimal and Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impact
3. 学会等名 QMF2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 大西匡光, 下清水慎
2. 発表標題 一般化された価格インパクト・モデルのもとでの最適・均衡執行戦略
3. 学会等名 東北大学, 現代経済学研究会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masamitsu OHNISHI and Makoto SHIMOSHIMIZU
2. 発表標題 Optimal and Equilibrium Execution Strategies with Generalized Price Impact
3. 学会等名 大阪大学数理・データ科学教育研究センター「証券市場の諸問題」ワークショップ
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中西真悟, 大西匡光
2. 発表標題 一次元標準正規分布のBernoulli型と変数係数型二階線形微分方程式および二次元標準正規分布の確率楕円に関する数理と幾何学的考察
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2019年春季研究発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Natsumi OCHIAI and Masamitsu OHNISHI
2. 発表標題 An Empirical Examination of Intraday Volatility on Nikkei 225 Futures: A Bayesian Approach
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2019年春季研究発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 久納誠矢, 大西匡光, 下清水慎
2. 発表標題 価格インパクトを考慮した最適執行戦略 (続)
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2017年秋季研究発表会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 大西匡光, 下清水慎
2. 発表標題 一般化された価格インパクト・モデルのもとでの均衡執行戦略
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2018年春季研究発表会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 久納誠矢, 大西匡光, 下清水慎
2. 発表標題 市場価格インパクトを考慮した最適執行問題
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 4部会合同研究会~確率モデルの新展開~(招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 大西匡光, 佐藤直人
2. 発表標題 Pricing of derivatives on semi-tradable assets with stochastic volatility models
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所, 研究集会「ファイナンスの数理解析とその応用」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 落合夏海, 大西匡光
2. 発表標題 An empirical examination of volatility on intraday Nikkei 225 futures: A Bayesian approach
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所, 研究集会「ファイナンスの数理解析とその応用」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 中西真吾, 大西匡光
2. 発表標題 標準正規分布のある幾何学的特性の考察
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所, 研究集会「不確実性下の意思決定理論とその応用：計画数学の展開」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 久納誠矢, 大西匡光, 下清水慎
2. 発表標題 一般化された離散時間価格インパクト・モデルのもとでの最適執行戦略
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所, 研究集会「不確実性下の意思決定理論とその応用：計画数学の展開」
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 大西匡光, 下清水慎
2. 発表標題 一般化された価格インパクト・モデルのもとでの均衡執行戦略
3. 学会等名 ゲーム理論ワークショップ 2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ohnishi, M. and Shimoshimizu, M.
2. 発表標題 Optimal execution strategies with generalized price impacts in a continuous-time setting
3. 学会等名 QMF 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ohnishi, M. and Shimoshimizu, M.
2. 発表標題 Optimal execution strategies with generalized price impacts in a continuous-time setting
3. 学会等名 The Bachelier Colloquium 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ohnishi, M. and Shimoshimizu, M.
2. 発表標題 Optimal execution problem with generalized price impact in a continuous-time setting
3. 学会等名 第 51 回 (2019 年度夏季) ジャファイア大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ohnishi, M. and Shimoshimizu, M.
2. 発表標題 Optimal execution problem with generalized price impact in a continuous-time setting
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2019年秋季研究発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ohnishi, M. and Shimoshimizu, M.
2. 発表標題 Optimal execution strategies with generalized price impact in a discrete-time setting
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所, 研究集会「不確実・不確定性の下における数理的意思決定の理論と応用」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大西匡光・下清水慎
2. 発表標題 金融市場における一般化された市場価格インパクト・モデルのもとでの取引執行ゲーム
3. 学会等名 2019年度, 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 関西支部シンポジウム「ゲーム理論から学ぶ: 人類への知見」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大西匡光・下清水慎
2. 発表標題 金融市場における価格インパクト・モデルを考慮した取引執行問題
3. 学会等名 福井工業大学, 社会システムコロキウム(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Ohnishi, M. and Shimoshimizu, M.
2. 発表標題 Optimal execution strategies with generalized price impacts in a continuous-time setting
3. 学会等名 日本ファイナンス学会, 第1回秋期大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大西匡光, 下清水慎
2. 発表標題 一般化された価格インパクト・モデルの下でのペア・トレーディングに関する最適執行戦略
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2019年秋季研究発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 松本敏幸, 大西匡光, 田中寧々
2. 発表標題 連続時間モデルに基づく業績条件付ストック・オプションの価値評価
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2019年秋季研究発表会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----