

令和 5 年 6 月 11 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2022

課題番号：17K03622

研究課題名（和文）曖昧性回避の資産価格理論への応用：多因子モデルの導出と曖昧性因子の実証的検出

研究課題名（英文）An application of ambiguity aversion to asset pricing theory: derivation and estimation of an ambiguity-augmented factor pricing model

研究代表者

若井 克俊 (Wakai, Katsutoshi)

京都大学・経済学研究科・教授

研究者番号：80455708

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：客観的確率がわからないという曖昧な状況を回避する傾向（曖昧性回避）を客観的確率の下でのリスクを回避する傾向（リスク回避）から明確に分離する微分可能な効用関数（Klibanoff et al. (2005)）を用い、資産価格理論に関する応用研究を行った。均衡価格決定式に線形近似を複雑に应用することで、各資産の期待超過収益率が、従来の「多元的リスク因子」に加え、新たに「多元的曖昧性因子」にも依存する形式となるモデルを導出した。また、導出した多因子モデルの実証的検証手法を考察し、リスク回避のみに基づく多因子モデルの推計値を用いることで曖昧性因子の理論的整合性を検証する方法も導出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

資産価格において、客観的確率がわからないという曖昧な状況を回避する傾向（曖昧性回避）による影響を実証的にとらえる研究は黎明期にあり、特に、多数の資産価格を同時に分析する研究はほとんど存在しない。本研究は、実証研究や投資運用で頻りに用いられている「多因子モデル」を、「曖昧性回避をとらえる因子」を含む形式に拡張した。この結果、曖昧性回避の影響を実証的にとらえることが可能になり、資産価格理論の研究に大きく貢献するとともに、実際の投資運用に対して曖昧性回避にもとづく資産評価を導入する機会を提供した点に重要な社会的意義がある。

研究成果の概要（英文）：This project is an applied research on "ambiguity aversion", that is, a tendency that a decision maker dislikes a situation where a probability of state realization is unknown. In particular, I focus on the differentiable utility function as introduced by Klibanoff et al. (2005) that clearly separates the attitude toward ambiguity from the attitude toward risk. By adapting the linearization technique uniquely designed for Klibanoff et al.'s stochastic discount factor, I derive an ambiguity-augmented factor pricing model, which has newly identified factors that capture the variation of returns due to ambiguity aversion, as well as the conventional factors that captures the variation of returns due to risk aversion. In addition, I derive the conditions that can be used to test the empirical implication of this ambiguity-augmented factor pricing model by utilizing the information obtained from the conventional factor pricing model based only on the risk factors.

研究分野：ミクロ経済学

キーワード：理論経済学 意思決定論 資産価格理論 行動ファイナンス

## 1. 研究開始当初の背景

通常、不確実性のある経済問題を分析するときは客観的な確率を「リスク」として仮定し、それを避ける行動(「リスク回避」)を用いて経済現象を説明する。一方、客観的確率がわからない状況は「曖昧性」を含んだ状況と呼ばれ、それを回避する現象(「曖昧性回避」)が観察されている(Ellsberg, 1961)。

意思決定者が「曖昧性回避」という行動をとる背景に関しては近年多くの理論的研究がなされており、主要な研究では新たな効用関数を導き出す形がとられている。特に有名なものとしては Gilboa and Schmeidler (1989)によって提唱された「Maxmin 型期待効用」があるが、曖昧性回避度の定義が不明瞭であり、また、効用関数が微分できない等の欠点がある。これを補うものとして、Klibanoff et al. (2005)はリスク回避度と曖昧性回避度を明確に分離でき、かつ、微分可能な効用関数を導き出した。特に、Klibanoff 型効用関数に基づく資産価格や投資のシミュレーション分析では、「期待効用」では説明できなかったいくつかの現象(例えば、「ホーム・バイアス」- 国内証券投資が国外証券投資を大幅に上回っている状況)が「曖昧性回避」の視点から説明できることを示唆している(Ju and Miao, 2012)。

上記のシミュレーション分析では複雑な均衡資産価格式を用いており、「曖昧性回避」が資産価格に与える影響を「リスク回避」が与える影響から明示的に分離できない。この問題点を念頭に、Maccheroni et al. (2013)は Klibanoff 型「効用関数」を近似することで、伝統的な「リスク回避」に基づく平均分散モデルに「曖昧性回避」を表す項を加えるという、新たな平均分散モデルを導出した。このモデルを応用し、Ruffino (2014)と Wakai (2015)は、「資産市場全体の収益変動」という単一要因が各資産の収益率変動に与える影響に注目し、曖昧性回避とリスク回避の影響を明確に分離できる CAPM 型の均衡資産収益率決定式を導出した。

他方、リスク回避のみを用いた資産価格理論には、多元的要因が収益率変動を説明する「多因子モデル」というものがあり、実証研究はこの「多因子モデル」を支持している。したがって、Ruffino・Wakai による曖昧性回避に基づく調整を加えた CAPM 型均衡資産収益率決定式は現実データとの整合性が低いことが予想され、資産収益率における多面的な不確実性の影響をとらえるには限界がある。

以上を踏まえると、単一要因ではなく、多元的な収益率決定要因に基づいて、「曖昧性回避」の影響を「リスク回避」の影響から明示的に分離できる「多因子モデル」を導出することは曖昧性回避の応用研究上極めて有益であり、その導出および実証的検証が強く期待されている。

## 2. 研究の目的

本研究では、Klibanoff 型の効用関数に基づく「均衡資産価格式」を近似することで、「曖昧性回避」の影響を「リスク回避」の影響から明示的に分離できる「多因子モデル」を導出するとともに、導出された多因子モデルと資産収益率データとの整合性を検証することで、「曖昧性回避」の影響を定量化することを目的とした。特に、以下の3点に関して研究を行うことを企画した。

(1) 曖昧性回避の影響を加味した多因子モデルの導出

(2) 曖昧性回避の影響を加味した多因子モデルと資産収益率データとの整合性の検証

(3) Klibanoff 型効用関数を応用した多期間モデルを用いて(1)を動的に拡張し時系列的現象との整合性を検証

## 3. 研究の方法

(1) 曖昧性回避の影響を加味した多因子モデルの導出

Klibanoff 型効用関数における均衡資産価格式を線形近似することで、均衡資産収益率が多元的リスク要因および多元的曖昧性要因とどのように関連しているか分析する。特に、通常の期待効用を用いた一期間モデルでは、均衡資産価格は「配当に『確率的割引率』を乗じたものの期待値」として表現される。本研究では、リスク回避に関する変数には通常の期待効用で用いられる近似を適用し、曖昧性回避に関する変数には主観的確率上での近似を用いることで、多元的リスク因子と多元的曖昧性因子との線形となる確率的割引率の近似式を求める。

## (2) 曖昧性回避の影響を加味した多因子モデルと資産収益率データとの整合性の検証

上記(1)で導出する曖昧性因子を含む多因子モデルを、リスクのみの仮定で用いられるFama-French多因子モデル等をもとに定式化し、「曖昧性回避」の経済学的影響度を推計する。特に、Klibanoff型効用関数における曖昧性は異なる経済レジームの主観的生起確率であらわされるため、レジームの推計が重要となる。本研究では、アメリカ株式市場のデータなどを用い、Klibanoff型効用関数における曖昧性と整合性が取れるレジームの設定に関しても詳細な分析を行う。

(3) Klibanoff型効用関数を応用した多期間モデルを用いて(1)を動学的に拡張し時系列的現象との整合性を検証

Klibanoff型効用関数を多期間に応用したモデル(Klibanoff et al. (2009), Hayashi and Miao (2011))では、リスクや曖昧性は来期の資産収益率の変動に対して定義されるが、リスク回避度や曖昧性回避度は一期間の効用関数ではなく将来全体の効用を表わす最適値関数の変動を通じて定義される。この結果、確率的割引率は最適値関数の変化に対応する変数が乗じられた形になるので、線形近似を用い、「曖昧性回避」にもとづく最適値関数の変動を捕らえる因子を特定化する。また、導出した「曖昧性回避にもとづく収益率の動学的変動要因」を用い、「モーメント効果」等の時系列的現象との整合性を検証する。

## 4. 研究成果

(1) 「曖昧性回避」の影響を「リスク回避」の影響から明示的に分離できる「多因子モデル」を導出した。

### ・一期間モデル

Klibanoff型効用関数を持つ意思決定者は、経済にはいくつかの客観的リスクを伴うレジームが存在すると考えており、それぞれのレジームに対する生起確率を主観的確率にて表記することで「曖昧性」を表現している。つまり、リスクを定義する空間がいくつかあり、その空間の上に曖昧性を表す空間が存在する。ここで、均衡資産価格を決定する「確率的割引率」をリスクを定義する空間において線形近似した後、その近似値をさらに曖昧性を表す空間において線形近似することにした。

リスクを定義する空間においては、Gollier(2011)が用いた手法を応用し、「曖昧性回避を示す意思決定者による均衡資産価格式」を「曖昧性回避を示さない意思決定者による均衡資産価格式」に変換することで、通常期待効用にて用いられる線形近似を適用した。この結果、リスク回避の影響は多元的要因を用いた「多因子モデル」にて記述される。

次に、上記のリスク回避要因のもとづく「多因子モデル」の近似誤差を各レジームにて評価した後、その変動を曖昧性回避を表す空間上にて評価する均衡式を導出し、それを線形近似することで、曖昧性回避の影響を多元的曖昧性因子を通じて抽出した。具体的には、「現実の経済における状態空間上の客観的確率」と「レジームに対する主観的確率を用いて導出した状態空間上の主観的確率」が一致するという合理的期待の下、上記の近似誤差が各レジーム固有のリスクと関連しない場合、曖昧性回避をとられるポートフォリオが特定でき、かつ、近似誤差の変動がこれらの曖昧性回避をとらえるポートフォリオの収益率の線形式として表記できることを証明した。

上記の分析の結果、各資産の期待超過収益率(期待収益率から金利を引いたもの)は、「多元的リスク因子の超過収益率に資産固有の係数を乗じたものの和」に「多元的曖昧性因子の超過収益率に資産固有の係数を乗じたものの和」を加えた形式になる。つまり、通常の実証分析で用いられる期待超過収益率決定式に、あたりに、曖昧性因子を追加した形式となり、実証研究に応用可能な均衡式を導出したことになる。

本研究の成果はA Factor Pricing Model Under Ambiguity(京都大学経済学研究科ディスカッションペーパー、2018)として公表した。

### ・多期間モデル

曖昧性因子を含む「多因子モデル」を推計する場合、レジームの特定が必要になる。実証研究においては、2つのレジーム(好況と不況)を仮定し、マルコフチェーンを用いたレジームスイッチングモデルを用いるのが主流であり、Klibanoff型効用関数を用いたシミュレーション分析として有名なJu et al. (2012)においても、同様の形式が用いられている。

本研究では、一期間モデルにて得た知見を、多期間モデルであるレジームスイッチングモデルに応用可能な形式に拡張した。具体的には、一期間モデルにおいては、どのレジームが存在す

るかということ自体、主観的に決定していたが、多期間モデルにおいては、2つのレジームが客観的に存在し、そのことを意思決定者が知っている、と仮定している。一方で、レジームの生起確率自体は曖昧で、主観的確率を用いて評価している。この結果、一期間モデルで用いた「合理的期待」は成立せず、曖昧性因子は「レジームの主観的確率の客観的確率からの乖離」と「曖昧性回避」両者の影響を同時に捉える因子として認識される。

上記の仮定の下では、各資産の期待超過収益率決定式は一期間モデルで導出した形式になる。特に、「曖昧性因子」は一般的に存在し、かつ、1つのみ導出されることから、「曖昧性因子」の実証的な推計が容易になる。

本研究の成果は A Factor Pricing Model Under Ambiguity: A Multi-Period Framework (京都大学経済学研究科ディスカッションペーパー、2023) として公表した。

(2) 曖昧性回避の影響を加味した多因子モデルと資産収益率データとの整合性の検証に関し、新たな推計手法の検討を開始した。

#### ・レジームスイッチングモデルを評価する際に用いる基準の策定

上記(1)の研究成果を実証的に検証する際にはレジームスイッチングモデルの推計が必要になる。その結果を評価する際には、リスク因子に対する感応度と曖昧性因子に関する感応度の関係性を別途評価できる基準があると有効である。本研究では、その基準を策定した。

具体的には、曖昧性因子による影響は、リスク因子のみを用いた回帰式における定数項として捉えられる。この定数項の数字が曖昧性因子による影響を捉えているケースを見分ける条件を、リスク因子の係数の和との関係から導出した。この結果、上記(1)の式より推計される曖昧性因子の影響が理論と整合的か検証することが可能になるため、上記(1)の実証結果の有効性の検証に活用できる。

本研究の成果は On Identification of Ambiguity Premium (京都大学経済学研究科ディスカッションペーパー、2019) として公表した。

#### ・レジームスイッチングモデルを用いた上記(1)に基づく曖昧性因子の推計

上記(1)において導出した曖昧性因子を含む多因子モデルを米国の株式データに応用し、リスク回避に由来する因子からの期待超過収益率に加え、曖昧性回避に由来する因子から追加的な期待超過収益率を捉えることができるか検証する作業を始めた。

この研究では、米国株式データへのアクセス、ならびに、推計モデル設定とコンピュータープログラミング等が必要なため、カナダのアルバータ大学ビジネススクール渡辺雅弘准教授の協力を得て行うこととした。

上記(1)のモデルにおいては、曖昧性を捉えるレジームスイッチングモデルの推計が必要になる。この部分に関し、リターンを外生とする標準的なレジームスイッチングモデルを用いて曖昧性因子の認識が可能か検証した結果、株式データを上記(1)と整合的に表記できる可能性を示すことが出来た。

一方で、曖昧性因子の影響を正確にとらえるためには、その影響を加味して株式の収益率が内生的に決定される形式のレジームスイッチングモデルの推計が必要になる。この形式にもとづくモデルの推計を実際に試みたが、既存の推計方法では係数が収束しないことが判明したため、現在、対応策を検討中である。

(3) Klibanoff 型効用関数を応用した多期間モデルを用いて(1)を動学的に拡張し時系列的現象との整合性を検証する研究は、検討段階にて終了した。

研究期間中、勤務校において経済学研究科副研究科長、大学本部理事補、附属図書館機構副機構長等の職務、ならびに、新型コロナウイルス感染症拡大に伴う追加的教務負担などが重なり、研究時間を十分にとることができなかった。このため、本課題に関しては初期検討段階のまま終了した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 若井克俊	4. 巻 E-17-012
2. 論文標題 A Factor Pricing Model under Ambiguity	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Kyoto University, Graduate School of Economics, Discussion Paper Series	6. 最初と最後の頁 1-31
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 若井克俊	4. 巻 E-18-009
2. 論文標題 On Identification of Ambiguity Premium	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Kyoto University, Graduate School of Economics, Discussion Paper Series	6. 最初と最後の頁 1-14
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 若井克俊	4. 巻 E-22-012
2. 論文標題 A Factor Pricing Model under Ambiguity: A Multi-Period Framework	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Kyoto University, Graduate School of Economics, Discussion Paper Series	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------