

令和 3 年 6 月 14 日現在

機関番号：14303

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2020

課題番号：17K03656

研究課題名(和文) モーメントの存在の検定方法の開発

研究課題名(英文) Test for the existence of moments

研究代表者

人見 光太郎 (Hitomi, Kohtaro)

京都工芸繊維大学・基盤科学系・教授

研究者番号：00283680

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文)：対立仮説が非平滑関数の集合に含まれる場合の関数型の検定の minimax rate について研究した。未知の誤差分散構造を持つ操作変数回帰の設定では、最適な minimax rate は n をサンプルサイズとして n の $(-1/4)$ 乗であることを発見し、これを達成するノンパラメトリック分散推定量とパラメトリック分散推定量の違いに基づいた簡単な検定を開発した。モンテカルロシミュレーションにより、この検定が様々な非平滑な対立仮説に対して妥当な力を持つことが示された。またこの検定をエンゲル曲線へ適応した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

既存の研究では、関数型の検定の minimax rate は対立仮説が滑らかな関数の集合に含まれる場合のみしかわかっていなかった。しかし、経済学の場合には流動性制約などによって需要関数やエンゲル曲線が微分不可能な点が存在することがあることが知られている。

未知の誤差分散構造を持つ操作変数回帰の設定では、対立仮説が滑らかでない関数である場合の最適な minimax rate は n をサンプルサイズとして n の $(-1/4)$ 乗であることを発見し、簡単な検定を開発した。

研究成果の概要(英文)：This study investigates optimal minimax rates for specification testing when the alternative hypothesis is built on a set of non-smooth functions. The set consists of bounded functions that are not necessarily differentiable with no smoothness constraints imposed on their derivatives. In the instrumental variable regression set up with an unknown error variance structure, we find that the optimal minimax rate is $-1/4$ power of n , where n is the sample size. The rate is achieved by a simple test based on the difference between non-parametric and parametric variance estimators. Simulation studies illustrate that the test has reasonable power against various non-smooth alternatives. The empirical application to Engel curves specification emphasizes the good applicability of the test.

研究分野：計量経済学

キーワード：optimal minimax rate nearest neighbour method instrumental variables

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

多くの計量経済モデルでは高次モーメントの存在、mixing 条件、定常性等の様々な正則条件が仮定されているが、それらの正則条件が満たされているかどうかを検定する方法はあまり研究されていなかった。その中で、この研究では今までほとんどの場合、線形関係のみが検証されてきたグレンジャーの因果性の検定を非線形な関係まで拡張しようというアイデアがあり、まあそのように拡張されたグレンジャーの因果性の検定が求められていた。

また、計量経済学では説明変数の内生性があるために、操作変数モデルがよく使われるが、回帰関数の形が正しいかどうかの利用しやすい検定方法が存在していなかった。

2. 研究の目的

この研究ではいままでもあまり想定されていなかったモーメントの存在に関するノンパラメトリック検定と操作変数モデルの回帰関数の関数型に関わる minimax 検定等の計量経済モデルの正則性に関する検定を研究、開発する。

3. 研究の方法

操作変数モデルにおける回帰関数の関数型の検定の研究方法について説明する。一般にノンパラメトリック検定を構築するには平滑化アプローチが必要だが、操作変数モデルの場合には回帰関数を直接ノンパラメトリック回帰することは難しい。なぜなら、操作変数を識別条件に使った回帰関数のノンパラメトリック推定量の収束速度が極端に遅いからである。本研究では、それを避けるために避けるために関数を操作変数にて条件付けた条件付き期待値の空間で考えることにする。

被説明変数を y 、パラメトリックな回帰関数を $g(x, \cdot)$ 、操作変数を z として、帰無仮説をパラメトリックな回帰関数が正しい、つまり $H_0: E[y-g(x, \cdot)|z]=0$ とする。帰無仮説が間違っている場合にはこの条件付き期待値は一般にはゼロにならない。(ゼロになる場合も存在するがその場合は帰無仮説からの乖離が操作変数と直交しているので、その乖離は操作変数を識別条件にしている限り検出できないので無視しても問題ない。)したがって帰無仮説が間違っている場合には残差の条件付き期待値は操作変数の関数になる。つまり

$$E[y-g(x, \cdot)|z]=h(z), E[h(z)^2]>0$$

となる関数 $h(z)$ が存在することになる。この関数 $h(z)$ をノンパラメトリックに回帰することによって操作変数モデルの minimax rate optimal test を構築することが可能であると予想できる。本研究ではこのアイデアを使って今まで既存の研究では行われていなかった操作変数モデルの回帰関数の関数型に関する minimax rate optimal test を開発する方針とした。

具体的には

$$e(i)=y(i)-g(x(i), \cdot)$$

をパラメトリックな操作変数モデルを使って推定した残差とする。

i 番目の操作変数 $z(i)$ の最近傍を $z(i^*)$ とする、つまりすべての i 以外の j に対して

$$||z(i)-z(i^*)||<||z(i)-z(j)||$$

である。ここで i 番目の残差と i^* 番目の残差の積を考えると、 $e(i)e(i^*)$ 、帰無仮説が正しい場合の操作変数に条件付けた条件付き期待値はゼロとなる。また対立仮説が正しい場合の条件付き期待値は $h(z(i))h(z(i^*))$ となりこれはほぼ $h(z(i))^2$ となる。また、 $e(i)e(i^*)$ はマルチンゲール差分で近似できることを使うと

$$T_n = \sum_{i=1}^n e(i)e(i^*)/n^{1/2}$$

という検定統計量を作ると帰無仮説のもとでは期待値ゼロの正規分布に収束し、局所対立仮説のもとでは期待値 $E[h(z)^2]$ の正規分布に従う。 $h(z)$ がなめらかな関数のクラスに入っていないなくても $h(z)$ に対して power の下限を設定できる。これを使うことで rate optimal な minimax 検定になることを証明できる。操作変数モデルの回帰関数の関数系の検定で rate optimal な minimax 検定は今まで存在していなかったため、これは新しい成果であるといえる。また滑らかでない対立仮説のもとでの rate optimal な検定も今まで存在していなかったので新しい成果である。

4. 研究成果

対立仮説が非平滑関数の集合に含まれる場合の関数型の検定の minimax rate について研究した。未知の誤差分散構造を持つ操作変数回帰の設定では、最適な minimax rate は n をサンプルサイズとして n の $(-1/4)$ 乗であることを発見し、これを達成するノンパラメトリック分散

推定量とパラメトリック分散推定量の違いに基づいた簡単な検定を開発した。モンテカルロシミュレーションにより、この検定が様々な非平滑な対立仮説に対して妥当な力を持つことが示された。またこの検定をエンゲル曲線へ適応した。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 4件）

1 . 発表者名 Nagai K., K. Hitomi, Y. Nishiyama and J. Tao
2 . 発表標題 Joint Asymptotic Normality of Stopping Times and Sequential Estimators for Monitoring Autoregressive Processes
3 . 学会等名 62nd ISI World Statistics Congress (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 K.Nagai, Y.Nishiyama, K. Hitomi, and J. Tao
2 . 発表標題 Monitoring Unit Root in Sequentially Observed Autoregressive Processes against Local-to-unity hypotheses
3 . 学会等名 62nd ISI World Statistics Congress (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 K. Nagai, K. Hitomi, Y. Nishiyama, J. Tao
2 . 発表標題 The relationship between Dickey-Fuller test and Sequential unit root test for first-order autoregressive model
3 . 学会等名 Japanese joint statistical meeting 2019
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 K. Nagai, K. Hitomi, Y. Nishiyama, J. Tao
2 . 発表標題 Sequential detection of the order of integration for pth-order autoregressive model
3 . 学会等名 Japanese joint statistical meeting 2019
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 K. Nagai, K Hitomi, Y. Nishiyama, J. Tao
2 . 発表標題 Sequential Unit Root Test in AR(p) Model
3 . 学会等名 統計関連学会連合大会
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 K. Nagai, Y. Nishiyama, K Hitomi, J. Tao
2 . 発表標題 Sequential estimation for strongly stationary AR (p) process
3 . 学会等名 統計関連学会連合大会
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 K. Nagai, Y. Nishiyama, K Hitomi, J. Tao
2 . 発表標題 Monitoring Unit Root in Sequentially Observed Autoregressive Processes against Local-to-unity hypotheses
3 . 学会等名 ISI World Statistics Congress (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 J. Tao, K. Nagai, Y. Nishiyama, K Hitomi,
2 . 発表標題 Joint Asymptotic Normality of Stopping Time and Sequential Estimators for Monitoring Autoregressive Processes
3 . 学会等名 ISI World Statistics Congress (国際学会)
4 . 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

"Optimal Minimax Rates against Non-smooth Alternatives" という表題で The Econometrics Journal に投稿し掲載を受諾された。また京都大学経済研究所のディスカッションペーパーとして公表している。

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------