

令和 2 年 6 月 29 日現在

機関番号：14201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K03802

研究課題名(和文) マイナスイールドカーブ環境に適した金利期間構造モデルの構築と応用

研究課題名(英文) Construction and application of an interest rate term structure model suitable for a negative yield curve environment

研究代表者

菊池 健太郎 (Kikuchi, Kentaro)

滋賀大学・経済学部・准教授

研究者番号：60738368

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,600,000円

研究成果の概要(和文)：中長期の年限の金利で負値を取るイールドカーブを捉える金利期間構造モデルを構築した。非伝統的金融政策の終了日に向けてゼロに近づいていく確率変動する下限金利を導入することによって、負の水準にある金利が政策終了とともに正金利に復する現実的なモデルを構築できた。また、日本国債金利データを用いてモデルの推定を行った結果、非伝統的金融政策終了までの期待年数は、2015年秋には約7年、一方、2016年2月以降は10年を超えていることが分かった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

イールドカーブには、景気・物価・金融政策に対する市場参加者の見通しが織り込まれており、これをデータからモデルに基づき抽出することは金融実務において有意義である。本研究で構築した金利期間構造モデルは、日欧の国債市場で近年みられる負の金利を含むイールドカーブへの当てはまりが良いことに加え、非伝統的金融政策の終了時期に関する市場の見通しを適切に抽出できる。非伝統的金融政策の終了が市場で強く意識される局面で、特に有用なモデルとなるだろう。

研究成果の概要(英文)：We constructed a term structure model that captures a yield curve taking negative values for the medium and long term interest rates. Introducing the stochastic lower bound of interest rates approaching zero towards the end of the unconventional monetary policy brought us a realistic model in which interest rates at negative values return to positive rates at the end of the policy. The results of model estimation using Japanese government bond interest rate data showed that the expected value of the duration until the end of the unconventional monetary policy is about seven years in the fall of 2015; on the other hand, it is beyond 10 years after February in 2016.

研究分野：金融工学

キーワード：金利期間構造モデル マイナス金利 正金利モデル 下限金利 ブラウン橋過程 ゼロクーポン金利
非伝統的金融政策

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

2008年に発生した世界的な金融危機以降、日本、米国、欧州では、緩和的な金融政策を背景に短期金利はゼロ近傍にまで低下した。それとともに、金利の実証分析において、従来広く使われてきた線形・ガウス型の金利期間構造モデルに代わり、シャドーレートモデル(Black (1995)、Gorovoi and Linetsky (2004))や2次ガウシアン期間構造モデル(Ahn, Dittmar and Gallant (2002)、Leippold and Wu (2003))といった下限金利をゼロとする正金利モデルが用いられるようになった。その後、日欧の国債市場ではマイナス金利が常態化するようになり、正金利モデルを分析にそのまま用いることができない状況となっている。確かに、正金利モデルにおいて、下限金利を負の一定値に変えることで、マイナス金利を持つイールドカーブ(本研究では、マイナスイールドカーブと呼ぶ)を表すことはできる。しかし、そのようなモデルでは、例えば「マイナス金利政策の深掘り」といった金融政策の変更に伴い下限金利が将来変動する可能性を捉えきれない。マイナスイールドカーブ環境にある金利期間構造モデルは、データへの当てはまりが良いだけでなく、将来の金融政策の変更などを反映する先行きの金利の確率分布(インプライド確率分布)を捉えるものである必要がある。

2. 研究の目的

本研究では、日欧の国債市場で近年みられるマイナスイールドカーブを捉える金利期間構造モデルを構築する。そのために、金利のボラティリティが確率変動し、先行きの金利水準のインプライド確率分布を適切に表現でき、マイナス金利政策や量的緩和政策といった非伝統的金融政策の終了とともに任意の年限の金利がゼロ以上の値を持つイールドカーブに復する、という点を全て満足するモデルを構築する。また、構築したモデルに基づき、日本国債のゼロクーポン金利のデータを用いて推定を行い、市場データへの適合度を確認するだけでなく、日本銀行の非伝統的金融政策に対する市場参加者の見通しの変化を分析する。

3. 研究の方法

モデルの構築と推定の2つの部分からなる。モデルの構築においては、短期金利を「正金利モデルにより表される部分」と「確率変動する下限金利」の和として表すショートレートモデルを考える。「確率変動する下限金利」のモデル化は、「2. 研究の目的」記載の と の実現にとって根幹をなすことから、適切な確率過程を模索する。ベースとなるショートレートモデルが定めれば、無裁定条件から割引債価格ならびに長期金利の解析(もしくは準解析)表現を導出する。モデルの推定は、マイナス金利付き量的・質的金融緩和政策(QQE)導入前、マイナス金利付きQQE実施期間中、長短金利操作付きQQE導入後における日本国債のゼロクーポンイールドカーブのそれぞれに対して行い、データへの適合度を検証する。また、日本銀行の非伝統的金融政策に対する市場参加者の見通しの変化をみるために、得られたパラメータから、非伝統的金融政策が終了するまでの期間に関するインプライド確率分布を計算する。

4. 研究成果

(1) モデルの構築

「3. 研究の方法」で記した通り、短期金利を「正金利モデルにより表される部分」と「確率変動する下限金利」の和として表すショートレートモデルを考えた。

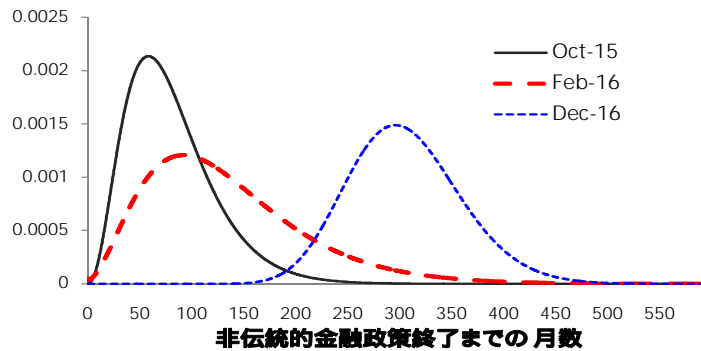
前者は、2次ガウシアン期間構造モデルに基づき、ガウシアン過程に従う状態変数の2次関数によって正金利を表現した。このモデル化により、確率変動する金利ボラティリティを考慮できるようになった(「2. 研究の目的」の の達成)。

「確率変動する下限金利」のモデル化について、当初はドリフト項を持たないブラウン運動に基づくモデル化を考えていた。しかし、そのようなモデリングでは、先行きの下限金利の期待値が、現時点における下限金利の水準から不変な設定となってしまう、例えば、いわゆる出口政策の実施に伴い下限金利が先行き縮小していくことになるという市場の見通しをモデルで考慮できない。そこで、開始時刻と終了時刻でゼロの値を取るブラウン運動(ブラウン橋過程と呼ばれる)により下限金利をモデル化した。このブラウン橋過程の開始時刻は、マイナス金利が金融市場で初めて観察された日、ブラウン橋過程の終了時刻は、マイナス金利政策などの非伝統的金融政策が終了する日と解釈できる。これにより、非伝統的金融政策の終了が近づくにつれて、負の水準にある金利がそのマイナス幅を徐々に縮めていき、政策終了とともにマイナスイールドカーブから正金利のイールドカーブに復する現実的な姿を表現できるようになった。また、非伝統的金融政策期間中、同政策の終了時刻を市場参加者は前もって知ることができないため、下限金利を表すブラウン橋過程の終了時刻を確率変数としてモデル化した。具体的には、ブラウン橋過程の終了時刻が従う事前分布を標準ガンマ分布と仮定した。このような下限金利のモデル化によって「2. 研究の目的」の と を実現した。

以上のモデルの設定から、割引債価格の解析表現を導出した。まずは、下限金利を定めるブラウン橋過程の終了時刻が確定的であるとして、債券の満期日が、ブラウン橋過程の終了時刻に対応する非伝統的金融政策期間中にあるか終了後にあるかで場合分けすることによって、割引債価格の解析表現を得た。ブラウン橋過程の終了時刻が確率変数の場合の債券価格は、終了時刻が確定的な場合に導出した債券価格を、終了時刻の事後確率密度関数で重み付けした積分形として表現できるという結果を得た。

(2) モデルの推定

マイナス金利付き QQE 導入前の 2015 年 10 月末、マイナス金利付き QQE 導入直後の 2016 年 2 月末、長短金利操作付き QQE 導入後の 2016 年 12 月末の 3 時点における日本国債のゼロクーポンイールドカーブのそれぞれに対してモデルの推定を行った。具体的には、まず、発行済みの固定利付国債の価格から、菊池(2019)において分析されたスプライン回帰法によって、それぞれの日におけるゼロクーポンイールドカーブを推定し、そのうちの 6 か月、1、2、3、5、7、10、20 年の年限のゼロクーポン金利の推定値を観測値とした。そして、「正金利部分」を定める状態変数、下限金利、下限金利の事前分布（標準ガンマ分布）を定めるパラメータを、観測値にフィットするように非線形最小二乗法で推定した。その結果、観測値と推定値の誤差が最大で約 0.2 ベーシスポイントにとどまるなど、市場データへの当てはまりの良さを示した。下限金利の推定値は、2015 年 10 月末に -0.110% 、2016 年 2 月末に -0.225% 、2016 年 12 月末に -0.580% となり、マイナス金利付き QQE や長短金利操作付き QQE の導入を背景に、マイナスイールドカーブが深化した状況が浮かび上がった。また、非伝統的金融政策終了までの月数に関するリスク中立確率の下でのインプライド事後確率分布をパラメータから計算すると、下図のとおり、マイナス金利付き QQE や長短金利操作付き QQE の導入とともに、確率分布が右側（非伝統的金融政策終了までの期間の長期化方向）にシフトしている結果を得た。



(3) 残った課題

本研究で構築した金利期間構造モデルは、リスク中立確率測度下のモデルである。今回の研究では、リスク中立確率測度下でのモデル構築と推定に想定以上に時間を要し、リスク中立確率測度と実確率測度を同時に扱うモデルを構築できなかった。実確率測度下のモデルを構築し、市場データを用いた推定が可能になれば、非伝統的金融政策終了までの期間に関する実確率測度におけるインプライド事後確率分布を計算できる。これが実現出来れば、非伝統的金融政策に対する市場参加者の期待形成をより鮮明に分析できるだろう。この点は今後の研究課題としたい。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 0件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kentaro Kikuchi	4. 巻 B19
2. 論文標題 A Term Structure Interest Rate Model with the Exit Time from the Negative Interest Rate Policy	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 CRR Discussion Paper Series, Shiga University	6. 最初と最後の頁 1-14
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kentaro Kikuchi	4. 巻 B18
2. 論文標題 A Global Joint Pricing Model of Stocks and Bonds Based on the Quadratic Gaussian Approach	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 CRR Discussion Paper Series, Shiga University	6. 最初と最後の頁 1-15
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 菊池健太郎	4. 巻 2106
2. 論文標題 ブラウン橋過程を用いた金利期間構造モデル	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 23-32
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 0件/うち国際学会 6件）

1. 発表者名 Kentaro Kikuchi
2. 発表標題 Estimating the Duration of the Quantitative Easing Policy using a Term Structure Model with a Stochastic Lower Bound
3. 学会等名 Quantitative Methods in Finance 2019 (QMF 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kentaro Kikuchi
2. 発表標題 A Term Structure Interest Rate Model with the Exit Time from the Quantitative Easing Policy
3. 学会等名 International Conference on Computational Finance 2019 (ICCF 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kentaro Kikuchi
2. 発表標題 A Term Structure Interest Rate Model with the Exit Time from the Quantitative Easing Policy
3. 学会等名 12th International Workshop on Stochastic Models and Control (SMC 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kentaro Kikuchi
2. 発表標題 A Term Structure Interest Rate Model with the Exit Time from the Quantitative Easing Policy
3. 学会等名 Quantitative Methods in Finance 2018 (QMF 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kentaro Kikuchi
2. 発表標題 A Quadratic Joint Pricing Model of Stocks and Bonds in a Negative Interest Rate Environment
3. 学会等名 Quantitative Methods in Finance 2017 (QMF 2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 菊池健太郎
2. 発表標題 ブラウン橋過程を用いた金利期間構造モデル
3. 学会等名 ファイナンスの数理解析とその応用 (京都大学数理解析研究所)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kentaro Kikuchi
2. 発表標題 A Quadratic Joint Pricing Model of Stocks and Bonds in a Negative Interest Rate Environment
3. 学会等名 International Conference on Computational Finance 2017 (ICCF 2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

滋賀大学 研究者情報総覧 https://researchers.shiga-u.ac.jp/html/100002441_ja.html 滋賀大学研究者情報総覧(菊池健太郎、研究活動) http://researchers.shiga-u.ac.jp/html/100002441_ja.html

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考