

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 2 年 6 月 22 日現在

機関番号：16102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K04795

研究課題名(和文) 自律的学習能力・創造的問題解決能力を育成する数学授業モデルの開発

研究課題名(英文) A Study on Improve the Ability for Self-learning and Ability for Creative Problem Solving to Mathematics.

研究代表者

秋田 美代 (AKITA, Miyo)

鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・教授

研究者番号：80359918

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、児童生徒の算数・数学に対する自律的学習能力の向上を図り、創造的問題解決能力を育成する新しい教授・学習モデルを開発することである。学校教育において、算数・数学の活用力を十分に高められていないことは、日本及び世界の数学教育の積年の課題である。

本研究では、新しい数学授業構成原理、及び教育・学習モデルを開発するために、「算数・数学の学習内容の共通概念の抽出とモデルの可塑性のための学習内容の構造化」、「数学特有の知識観に基づく授業構成原理の構築」、「本質的な関係を見抜く力を高める数学複合教材の開発」、「自律学習能力と創造的問題解決能力を育成する数学教育・学習モデルの開発」を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

学校現場に、算数・数学に対する自律的学習能力を持ち、数学を活用して創造的に問題解決ができる児童生徒を育成するための具体的な手法を提供できることが、最も大きな研究の意義である。本研究では、算数・数学の指導と学習を困難にする要因と考えられている系統性の強さを、指導や学習の柔軟性を生むための強みにして、新しい数学授業構成原理を構築しており、そこに本研究の特色・独創性がある。一般的に児童生徒が持っている数学は堅くて複雑な教科であるという意識が、数学は自由度が高く単純な教科であるという意識に変わる授業の実現を可能にするものであり、数学教育に大きな変化をもたらすことができることから、学術的価値は高い。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to improve the ability to self-learning and ability for creative problem solving to mathematics. It is a long-standing issue that the students cannot fully utilize the mathematics what they had learned in school mathematics education not only in Japan but around the world.

In this research, in order to develop a new teaching and learning model, the following things were done. 1) Concepts extraction of common from learning contents of mathematics text books. And structuring of learning contents for plasticize the model. 2) Creation of the construction principle for mathematics education based on a view of knowledge peculiar to mathematics. 3) Development of a mathematics compound teaching material to develop the ability to perceive essential relationships and properties from things. 4) Development of mathematics teaching and learning model to improve the ability to self-learning and ability for creative problem solving to mathematics.

研究分野：数学科教育学

キーワード：算数科教育 数学科教育 自律的学習能力 創造的問題解決能力 数学固有の知識観

様式 C-19、F-19-1、Z-19（共通）

1. 研究開始当初の背景

(1) 数学教育の現状と課題

日本の数学教育においては、学習者が柔軟に発想して、独創的なアイデアを生み出すことに課題が見られ、獲得した知識や技能を実際の場面で活用する力が弱いことが報告されている。一方、国外に目を向けても、国の経済規模や教育発展の度合いに関わらず、児童生徒に数学の活用力を十分に身に付けさせることができていない国はない。諸科学の共通言語である数学の持つ力を十分に活用し、新たな価値を生み出したり、科学・技術を進歩させたりすることは、持続可能で豊かな生活・社会の形成に不可欠である。数学を活用して創造的に問題解決する力を育成することは、国内・国外ともに数学教育の重要な課題である。

数学教育における授業構成の原理として、行動主義的アプローチ、構造主義的アプローチ、生命論的アプローチ等がある。これらは、学校現場の算数・数学の授業で実践され、学習内容の定着という点からの成果は報告されている。一方で、算数・数学を発展的・創造的に活用するという点、学習者の自律的学習能力を高めるといった点から効果が高い授業構成原理の開発・提案が望まれている。

(2) これまでの研究成果を踏まえて着想に至った経緯

研究代表者及び研究分担者は、創造性の育成について研究する中で、児童生徒には公式のような定式化された解決方法への固着があり、その原因が問題や解決方法の背景にある数学を理解できていないことにあること、学習者が数学の学問的特性に沿った認知過程を辿ることで問題解決力が高まること、数学の学問的構成原理から導かれる数学固有の知識観を児童生徒に認識させる教育が欠けていることを明らかにした。これらの研究成果から、数学の学問的構成原理に基づいて学習内容を構造化すると、現在と過去の学習内容に共通する数学概念を軸に、数学の系統性の強さを、指導や学習の柔軟性を生むための強みにできるとの着想に至った。

算数・数学は非常に系統性の強い教科であり、学習者が関連する既習の内容を理解できていないことは、学習や指導を難しくする。しかし、系統性の強さゆえに、学年、領域、単元を超えて同じ概念が学習の過程で繰り返し表れるという特徴がある。この特徴を利用して、算数・数学に対する自律的学習能力の向上を図り、創造的問題解決能力を育成する、新しい教授・学習モデルの開発ができるようになるようになった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、児童生徒の算数・数学に対する自律的学習能力の向上を図り、創造的問題解決能力を育成する、新しい教授・学習モデルを開発することである。学校教育において、算数・数学の活用力を十分に高められていないことは、日本及び世界の数学教育の積年の課題である。本研究では、数学の学問的構成原理から導かれる数学固有の知識観を基にして、学習内容を構造化することによって、算数・数学の指導と学習を困難にする要因と考えられている系統性の強さを、指導や学習の柔軟性を生むための強みにして、新しい数学授業構成原理を構築する。本研究は、科学研究費助成事業「基盤研究(C)」(平成24年度～平成26年度)及び「挑戦的萌芽研究」(平成27年度～平成28年度)と直接連動し、基盤研究(C)で行った「問題解決における思考の一時的滞留」を打開する教材の開発、挑戦的萌芽研究で行った自律的学習能力向上のための学習モデルの開発を予備的研究として、それらの研究内容・成果をさらに発展させるものである。

3. 研究の方法

(1) 予備的研究において準備をしている、学年、領域、単元を超えた数学の共通概念の明確化による学習内容の構造化を基に、「小・中学校の教師が日々の算数・数学授業で簡単に利用できる授業構成原理」と「児童生徒が既習の知識を活用して新しい知を創り出すことができる数学複合教材」へと発展させる。

(2) 数学固有の知識観に沿って児童生徒の認知における関係の表象に着目して構築した数学授業構成原理を基に、自律的学習能力・創造的問題解決力を育成する教授・学習モデルの開発とその効果の検証を行う。

4. 研究成果

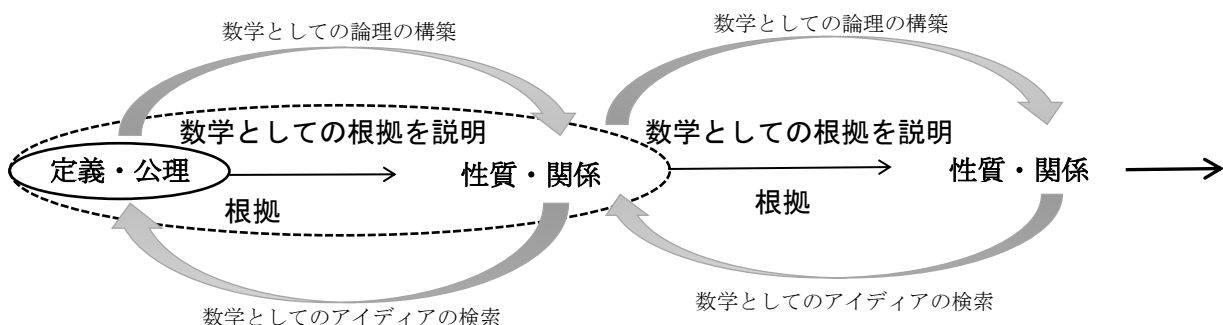
(1) 学習内容の構造化及び数学固有の知識観を基にした数学教育の授業構成原理の構築

学習内容の構造化及び授業構成原理の構築においては、まず、数学固有の知識観に沿った児童生徒の認識の過程を分析した。数学は定義・公理を基にして築かれる数量・図形についての性質や関係についての体系を扱う学問であり、既習の内容をモデルにして新たな性質や関係を解釈し、説明することができなければ、真に理解したとはいえないという原則に則り、小学校算数・中学校数学の学習内容の繋がりを児童生徒の認識という観点で教科書を使った分析を行い、構造化を図った。その結果、例えば、正負の数の減法において、生徒が小学校で学習した四則演算

と関連付けて、 $(+7) - (+5)$ の計算の仕方を $7 - 5$ から考え、数直線等で説明できたとしても、 $(+3) - (+5)$ の計算になるとつまづき数直線を使って説明できない生徒がいることについての原因等が明らかになった。数学固有の知識観に則って考察することにより、児童生徒の認識レベルでどのような改善が必要か明確になった。初学者である児童生徒が学習内容を捉える視点と指導者である教員が教材を捉える視点とは大きく異なり、教員は児童生徒が学習内容をどのような概念で捉えることができるか、その概念で捉えるためにはどのような見方・考え方が必要かという視点で教材分析を行わなければ、児童生徒の自律的な問題解決を支える適切なアドバイスを与えることは難しいことが分かった。

数学固有の知識観から、算数科・数学科の授業で児童生徒に必要な認識は、次の3つの認識であることが判明した。

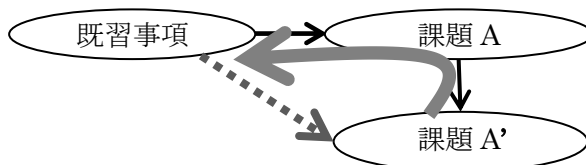
- ① 新たな性質や関係を既習の性質や関係として捉える。
 - ② 新たな性質や関係を既習の性質や関係を使って説明する。
 - ③ 新たな性質や関係と既習の性質や関係との関係から、新たな性質や関係を解釈し直す。
- これらの認識を実現するために、下の図のような数学教育の授業構成原理を構築した。



(2) 事物から本質的な関係・性質を見抜く目を育てる数学複合教材の開発

算数・数学の学習においては、児童生徒に算数・数学固有の知識観を身に付けさせながら、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深めさせることが必要である。算数・数学に対する自律的学習能力の育成を図るためには、児童生徒が既習事項をモデルとして新しい内容の理解のベースに置くというモデルベース学習を行う必要がある。モデルベース学習を行うためには、モデルにできる知識が必要であり、モデルをもたない場合にはモデルベース学習は行えない。小学校・中学校の算数科・数学科の授業においては、学習者が関連する既習の内容を十分に理解できておらずモデルを効果的に使う方法を獲得できていないことが、自律的な学習を難しくしている。

算数科・数学科の授業において教室にいるほぼ全ての児童・生徒が、本時の課題に対して関連付けられる知識を持ち、それを基に学習内容を考えられる状況ができると、自律的学習能力の育成のための指導の効果が高まることから、学校現場で自律的学習能力の育成を支援する半自律活動を取り入れた指導のシステムを提案した。下の図は、半自律活動を取り入れた指導のシステムを表す。

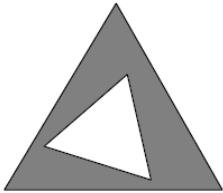


課題 A は、教科書における教材等の指導目標に直接関わる内容である。課題 A' は、課題 A と関わる内容で課題 A 解決方法を利用することで解決できるが、課題 A とは見方を変えることが要求される課題である。課題 A は、児童生徒と教員で、あるいは児童生徒がグループで協力して考え、課題 A の解決方法や解決のために使った既習の知識をモデルベース学習のモデルとすることで、課題 A' を自律的に解決するためのモデルを獲得させる。このような半自律活動を取り入れることによって、算数・数学の問題解決におけるモデルの役割を児童生徒に実感させることが可能になると考えられる。

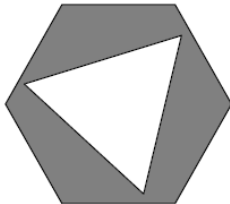
数学複合教材の開発においては、学校現場で使用しやすいように半自律活動を取り入れられる数学教材を開発した。次の問題は、作成した半自律活動を取り入れられる数学複合教材の例である。

【数学の複合問題】

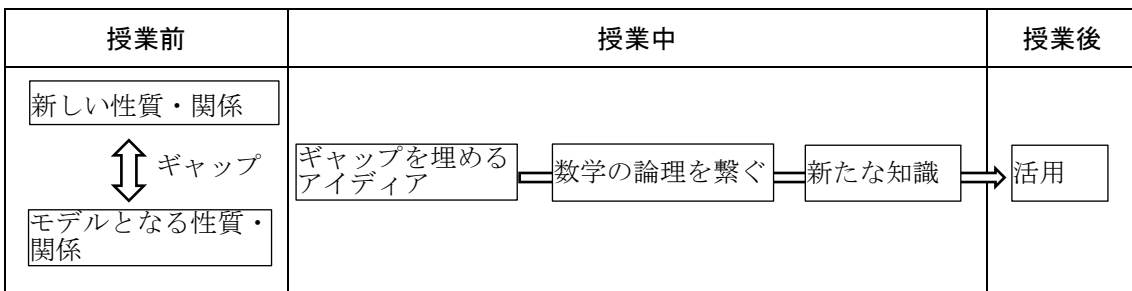
(1) 右の図のように一辺が4 cmの正三角形の中に、小さい正三角形をかきます。かげの部分の面積が小さい正三角形の3倍のとき、小さい正三角形の一辺の長さを求めなさい。



(2) 右の図のように一辺が2 cmの正六角形の中、小さい正三角形をかきます。かげの部分の面積が小さい正三角形の $\frac{5}{3}$ 倍のとき、小さい正三角形の一辺の長さを求めなさい。



(3) 創造的問題解決力を育成する数学教授・学習モデルの開発、及び効果の検証
 児童生徒の創造的問題解決力を育成するために、教員が児童生徒自身で知識を創造する過程をデザインして数学の深い理解である数学概念レベルでの理解を伴う知識の有機的なネットワークを形成する数学教授・学習モデルを開発した。算数科・数学科の授業でどの教員も使いやすいように、定型化して授業計画ができるようにした。下は、創造的問題解決力を育成する数学教授・学習モデルであり、このモデルを中学校での授業に使用した際の、教員の記述である。



教科書(22頁・23頁) 授業の目的 正負の数の減法の計算の仕方を考えることができる

時間	授業前	授業中	授業後	
認識	課題の発見	活動を通して説明できなかったものを説明できるものにしていく	新たな課題の発見	
生徒	(できないこと) 正負の数の減法の計算の仕方は知らない。 (できること) ・正負の数の加法の計算はできる。 ・小学校で学んだことから正負の数の減法の意味を、加法を基に理解できる(板書にあるポイントの部分)。(このことは、「何に」ある数を加えたから加法の結果になるかを考えて、「何に」当たる減法の結果を出すことができることを意味している)	解決のためのアイデア 減法を加法に変えて計算できないか。(解決のためのアイデア)	論理を組み立てる 正負の数の減法は引く数の符号を変えると加法にして計算できることを、数直線や式で加法を使って説明する。	知識・技能を獲得する 正の数、負の数を引くことは、その数の符号を変えて加えることと同じである。 【知識】 正負の数の減法ができる。 【技能】
教員	・正負の数の減法を既習事項である加法繋げて考えられるようにする。 ・ $\square + (+5) = +8$ の \square にあてはまる数を求める計算は $(+8) - (+5)$ という引き算であることを基に数直線や式を使って考えさせる。	加法を基に図や式を使って結果を求めたうえで、減法の計算方法について思考させることで、正負の数の減法は引く数の符号を変えると加法にして計算できそうだと認識させる。	小学校で学んだ引き算をもとにして生徒が考えやすいと考えられる①、②、③の順で論理を組み立てさせる。また、生徒自身での思考・表現がだんだんと増えるように活動させる。 ①大きい正の数から小さい正の数を引く減法。 (引く数の符号を変えて加法にしても結果が変わらないことの説明をする活動) ②小さい正の数から大きい正の数を引く減法。 (引く数の符号を変えて加法にできることの説明をする活動) ③負の数を引く減法。 Q $2 - (-5)$ はどう説明できるか? Q $(+2) - (-5) = \square$ を加法にするには? (計算の方法を考え、その方法が使えることの説明をする活動)	結果として、減法はどのようにして計算するとよいといえるか理解させる。 知っている加法にすると計算ができたことを意識させる。
			減法を加法に統合すること。	

教員が創造的問題解決力を育成する数学教授・学習モデルを活用して、授業デザインすることにより、児童生徒に新しく学ぶ性質・関係と既習の性質・関係の間にある共通した概念をはっきりと認識させることが容易になることが分かった。

本研究では、「算数・数学の学習内容の中の共通概念の抽出とモデルの可塑化による学習内容の構造化」、「数学固有の知識観を基にした数学教育の授業構成原理の構築」、「事物から本質的な関係・性質を見抜く目を育てる数学複合教材の開発」を一連の計とする、自律的学習能力と創造的問題解決力を育成する数学教授・学習モデルの開発を行った。今後、開発したモデルを 数学教師教育へ適用し数学教育の改善を図る。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Noboru Saito, Miyo Akita	4. 巻 Vol.7
2. 論文標題 Story Making Learning Method for Activating Structural and Systematic Thinking: For Arithmetic of Liberal Arts Faculty	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 International Journal of Research on Mathematics and Science Education	6. 最初と最後の頁 1~9
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Noboru Saito, Miyo Akita	4. 巻 Vol.6
2. 論文標題 Development of Mathematics Lesson Model to Create Mathematical Innovation	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 International Journal of Research on Mathematics and Science Education	6. 最初と最後の頁 1~10
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Noboru Saito, Miyo Akita	4. 巻 Vol.5
2. 論文標題 Development of Teaching Materials for Improving Creativity in Mathematics Education and Its Evaluation Method	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Journal of Research on Mathematics and Science Education	6. 最初と最後の頁 1~10
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Phailath Sythong, Noboru Saito, Miyo Akita	4. 巻 Vol.5
2. 論文標題 Study on Development of Creativity for Pre-service Teacher Program in Laos: A Focus on Geometry Area	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Journal of Research on Mathematics and Science Education	6. 最初と最後の頁 46~53
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計17件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 5件）

1. 発表者名 齋藤 昇, 秋田 美代
2. 発表標題 算数教育における創造性指導尺度の開発
3. 学会等名 2019年度数学教育学会秋季例会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 秋田 美代, 齋藤 昇
2. 発表標題 数学的な見方・考え方を育む指導についての研究
3. 学会等名 日本教育実践学会第22回研究大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大島 弘子, 秋田 美代
2. 発表標題 数学学習における知識創造型指導について - 連立方程式を題材として -
3. 学会等名 日本教育実践学会第22回研究大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 齋藤 昇, 秋田 美代
2. 発表標題 算数の創造性を伸ばすための創造性指導尺度の開発
3. 学会等名 日本教育実践学会第22回研究大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 宮田 慶一, 秋田 美代
2. 発表標題 数学に対する自立性を育む指導についての研究
3. 学会等名 2018年度第5回日本科学教育学会研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 生田 克実, 秋田 美代
2. 発表標題 数学の理解を深める言語活動についての研究
3. 学会等名 2018年度第5回日本科学教育学会研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Miyo Akita , Noboru Saito
2. 発表標題 A Study on Development of Autonomies Learning Ability to Mathematics
3. 学会等名 8th International Conference of Research on Mathematics and Science Education (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 齋藤昇, 秋田美代
2. 発表標題 構造的・体系的思考を活性化するアクティブラーニング - 教育福祉系大学「算数」を対象として -
3. 学会等名 2018年度数学教育学会秋季例会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 秋田 美代
2. 発表標題 教職大学院の課題
3. 学会等名 2018年度数学教育学会秋季例会（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 秋田美代, 榎並理子
2. 発表標題 数学科における学びに向かう力の育成に関する研究
3. 学会等名 日本教育実践学会第21回研究大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Miyo Akita, Noboru Saito
2. 発表標題 Development of Learning Principles according to the Intellectual Feature in Mathematics
3. 学会等名 7th International Conference of Research on Mathematics and Science Education (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroko Oshima, Miyo Akita
2. 発表標題 How to Improve Student's Creativity in Mathematics Education
3. 学会等名 7th International Conference of Research on Mathematics and Science Education (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 秋田 美代、齋藤 昇
2. 発表標題 算数・数学における学びに向かう力の評価についての研究
3. 学会等名 2018年度数学教育学会春季年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 齋藤 昇、秋田 美代
2. 発表標題 数学イノベーションを創出する数学授業モデルの開発 - 小学生を対象として -
3. 学会等名 日本教育実践学会第20回研究大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Miyo Akita , Noboru Saito
2. 発表標題 How to make Autonomous Learning in Mathematics
3. 学会等名 6th International Conference of Research on Mathematics and Science Education (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Noboru Saito , Miyo Akita
2. 発表標題 Development of Mathematics Teaching Model to Create Mathematical Innovation
3. 学会等名 6th International Conference of Research on Mathematics and Science Education (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 秋田 美代、齋藤 昇
2. 発表標題 自律的学習能力・創造的問題解決能力の育成に関する研究 - 教員を目指す学生の数学観を通じた教育課程の分析・考察 -
3. 学会等名 2017年度数学教育学会秋季例会
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	成川 公昭 (NRUKAWA Kimiaki) (60116639)	鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・特命教授 (16102)	
研究分担者	齋藤 昇 (SAITO Noboru) (60221256)	埼玉学園大学・人間学部・教授 (32421)	