

令和 6 年 6 月 20 日現在

機関番号：14403

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2023

課題番号：17K05202

研究課題名(和文) アルチン環の研究

研究課題名(英文) Study of artinian rings

研究代表者

馬場 良始 (Baba, Yoshitomo)

大阪教育大学・教育学部・教授

研究者番号：10201724

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)： 原田環の研究は実質的に1979年頃から盛んに行われ、研究代表者と大城紀代市山口大学名誉教授との共著のレクチャー・ノート"Classical artinian rings and related topics", World Scientific Publishing (2009) にその成果が収められている。しかし、その殆どが片側原田環の研究であり、両側原田環の構造研究は、実質的には本研究で初めて行われたと言える。新しい概念を用いて片側原田環の定義をし直すことから始め、その特徴づけと、中山環ではない一般両側原田環の、あるQF環からの作成手順を見つけ出すことに成功した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

原田環の40年以上に渡るこれまでの研究で、この環が古典的アルチン環である中山環やQF環にらぶ優れた性質をもったアルチン環であることが明らかになっている。そして本研究で、両側原田環が初めて本格的に研究され、その右原田性と左原田性の結びつきが明らかになり、中山環ではない一般的な両側原田環の構造が明らかになったことにより、今後それを用いての両側原田環の研究が本格化すると同時に、中山環やQF環等の古典的アルチン環を、片側原田環より精緻に、両側原田環の構造論の視点で研究し直すことが可能になった。

研究成果の概要(英文)： Research on Harada rings has been actively conducted since around 1979, and the results are included in the lecture notes "Classical artinian rings and related topics", World Scientific Publishing (2009), co-authored by the principal investigator and Professor Emeritus Kiyochi Oshiro of Yamaguchi University. However, most of the research has focused on one-sided Harada rings, and this research is the first to study the structure of two-sided Harada rings. We began by redefining one-sided Harada rings using new concepts, and succeeded in characterizing them and finding a procedure for constructing a general two-sided Harada ring that is not a Nakayama ring from a certain QF ring.

研究分野：代数学 アルチン環

キーワード：代数学 環論 原田環 中山環 QF環

1. 研究開始当初の背景

アルチン環とは、イデアルに関する降鎖条件を満たす環であり、中山環・ QF 環がその代表的なものとして知られている。原田環は、今やそれらの古典的アルチン環と並ぶ重要なアルチン環である。

片側原田環の研究は、実質的には1979年頃から盛んに行われ、多くの研究の主な部分は、研究代表者と大城紀代市山口大学名誉教授との共著のレクチャー・ノート "Classical artinian rings and related topics", World Scientific Publishing (2009) に纏められている。原田環は、古典的アルチン環である中山環や QF 環の一般化になっており、 QF -3環より強い条件をもっている。このため、中山環や QF 環が、原田環の視点から再考察されるという重要性をあわせ持っている。しかし、片側原田環のめざましい研究成果に比べ、両側原田環の研究は、その複雑さのため、長らく手つかずのままであり、研究開始が待ち望まれていた。

2. 研究の目的

片側原田環の研究には、 QF 環を用いた構造研究の定理が有用で、その研究を推進させる原動力となっていた。両側原田環に対しても、同様の表現法を見つけ出し、それを用いてさらに両側原田環の研究を推進させたい。

3. 研究の方法

片側原田環の研究成果はレクチャー・ノート1冊以上のものが蓄積されている。それらを用いて、両側原田環の右側構造と左側構造の関係を見つけていく作業を地道に行った。その後、得られた右側構造と左側構造に注目しながら、直既約基本的 QF 環から両側原田環を構成する方法を模索し、さらに一般の原田環がそのような構成方法で再現できることを目指した。

4. 研究成果

まず、両側原田環の構造を表現するため、右原田環と左原田環の構造の連結に有用な新たな概念である H -epimorphism と co - H -sequence を導入し、これにより片側原田環を特徴づけて、原始べき等元の完全集合を右原田環で表現したとき、左原田環の構造がどのように表されるかに注目して研究を行った。その成果は

Yoshitomo BABA, On H -epimorphisms and co - H -sequences in two-sided Harada rings, Math.J.Okayama Univ. 63, 183-199, 2021

で述べられている。

さらに、新たな概念である weak co - H -sequence の導入により、右 weak co - H -sequences の集合と左 weak co - H -sequences の集合の間に2種類の1対1対応があり、1つ目の1対1対応により、左側構造のべき等元が右側構造によるべき等元の逆順になることが、そして2つ目の1対1対応により、 i -pair の位置が表現されるという画期的な定理の発見があった。これは、この分野の研究の1つのブレイク・スルーであると考えている。この成果は

Yoshitomo BABA, On weak co - H -sequences in two-sided Harada rings, Hokkaido Math. J. 51 (3), 361-387, 2022

に述べられている。

そして、得られた結果を元に、直既約基本的 QF 環から両側原田環を構成する方法を生み出した。この成果は

Yoshitomo BABA, On two-sided Harada rings constructed from QF rings, Ring Theory 2019, 151-167, 2021

で述べられている。

さらに、これが一般の両側原田環についても適用できるか、つまり、一般の両側原田環からある直既約基本的 QF 環を導き出し、これを用いて、上記の両側原田環の構成法で元の両側原田環が再現できるのか、という研究を行った。その結果、中山環ではない一般の両側原田環に対して肯定的であることが解明できた。この事実は日本数学会2021年度会や第53回環論および表現論シンポジウムで発表を行った。

得られたや中山環ではない両側原田環の一般的な表現法は、今後、両側原田環の研究を進める

上での重要な「道具」になり、さらに様々な問題を生み出し、その解決を手助けするものと予想される。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計13件（うち査読付論文 11件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Yoshitomo BABA	4. 巻 51
2. 論文標題 On weak co- H -sequences in two-sided Harada rings	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Hokkaido Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 361-387
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14492/hokmj/2020-388	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Yoshitomo BABA	4. 巻 53
2. 論文標題 On two-sided Harada rings	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Proceedings of the 53rd Symposium on Ring Theory and Representation Theory	6. 最初と最後の頁 23-48
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Isao Kikumasa, Yosuke Kuratomi, Yoshiharu Shibata	4. 巻 49
2. 論文標題 Factor square full modules	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Algebra	6. 最初と最後の頁 2326-2336
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00927872.2020.1870997	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Yosuke Kuratomi	4. 巻 20
2. 論文標題 Lifting modules with finite internal exchange property and direct sum of hollow modules	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Algebra and Its Applications	6. 最初と最後の頁 2150189
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0219498821501899	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mauricio Medina-Barcnas, Derya Keskin Tutuncu, Yosuke Kuratomi	4. 巻 32
2. 論文標題 A study on dual square free modules	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Algebra and Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 267-279
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.12958/adm1512	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yoshitomo BABA	4. 巻 63
2. 論文標題 n \mathbb{H} -epimorphisms and co- \mathbb{H} -sequences in two-sided Harada rings	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Math. J. Okayama Univ.	6. 最初と最後の頁 183-199
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yoshitomo BABA	4. 巻 なし
2. 論文標題 On two-sided Harada ring constructed by QF rings	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Ring theory 2019, Proceedings of the Eighth China-Japan-Korea International Symposium on Ring Theory, World Scientific	6. 最初と最後の頁 151-167
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/12099	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yosuke KURATOMI	4. 巻 60 (3)
2. 論文標題 Decompositions of dual automorphism invariant modules over semiperfect rings,	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Siberian Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 490-496
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1134/S003744661903011X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Derya KESKIN TUTUNCH, Yosuke Kuratomi, Yoshiharu SHIBATA	4. 巻 43
2. 論文標題 On image summand coinvariant modules and kernel summand invariant modules	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Turkish Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 1456-1473
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3906/mat-1808-40	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 I.Kikumasa, Y. Kuratomi	4. 巻 45
2. 論文標題 On H-supplemented modules over a right perfect ring	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Communications in Algebra	6. 最初と最後の頁 2063-2072
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00927872.2017.1372451	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 D. Keskin Tutuncu, I.Kikumasa, Y. Kuratomi, Y.Shibata	4. 巻 46
2. 論文標題 On dual of square free modules	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Communications in Algebra	6. 最初と最後の頁 3365-3376
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00927872.2017.1412449	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kikumasa Isao, Kuratomi Yosuke	4. 巻 46
2. 論文標題 On H-supplemented modules over a right perfect ring	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Communications in Algebra	6. 最初と最後の頁 2063 ~ 2072
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/00927872.2017.1372451	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 I.Kikumasa, K.Koike, K.Oshiro	4. 巻 50
2. 論文標題 Complex rings, Quaternion rings and Octonion rings	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the 50th Symposium on Ring Theory and Representation Theory	6. 最初と最後の頁 74-53
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計10件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件)

1. 発表者名 馬場良始
2. 発表標題 On two-sided Harada rings
3. 学会等名 環論および表現論シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 柴田義大, 菊政勲, 倉富要輔
2. 発表標題 On almost N-projective modules and generalized N-projective modules
3. 学会等名 環論および表現論シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 柴田義大, 菊政勲, 倉富要輔
2. 発表標題 On relative almost projectivity and relative generalized projectivity
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 倉富要輔
2. 発表標題 On direct sums of hollow modules
3. 学会等名 日本数学会2021年度秋季総合分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 馬場良始
2. 発表標題 両側原田環の行列表現について
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 馬場良始
2. 発表標題 On two sided Harada rings and QF rings
3. 学会等名 The eighth China-Japan-Korea International symposium on ring theory (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 馬場良始
2. 発表標題 弱余原田列による両側原田環の特徴付けについて
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 菊政勲, 倉富要輔, 柴田義大
2. 発表標題 d-square free 加群で特徴づけられる環について
3. 学会等名 日本数学会中国・四国支部例会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 菊政勲, 小池寿俊, 大城紀代市
2. 発表標題 Complex rings, Quaternion rings and Octonion rings
3. 学会等名 環と表現論シンポジウム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 櫻井太郎
2. 発表標題 Central elements of the Jennings basis and certain Morita invariants
3. 学会等名 環と表現論シンポジウム
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	小池 寿俊 (KOIKE KAZUTOSHI) (20225337)	沖縄工業高等専門学校・総合科学科・教授 (58001)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	倉富 要輔 (KURATOMI YOSUKE) (60370045)	山口大学・大学院創成科学研究科 ・准教授 (15501)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 環論および表現論シンポジウム	開催年 2018年～2018年
--------------------------	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------