

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 4 年 6 月 8 日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K05220

研究課題名(和文) 薄滑解析の崩壊理論と異種構造への応用

研究課題名(英文) The application of nonsmooth analysis to the collapsing theory and exotic structure

研究代表者

近藤 慶 (KONDO, Kei)

岡山大学・自然科学学域・教授

研究者番号：70736123

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は薄滑解析の観点からリーマン多様体上のリプシッツ写像の特異点論を確立し発展させることであった。本研究で得られた成果は、リーマン多様体上で薄滑解析における諸概念を内在的に定式化し整備できた点(Clarkeの逆関数定理の一般化も含む)、リーマン多様体間のリプシッツ写像の「一般化された微分」の随伴概念を定義できた点、局所自明ファイブレーションによるリーマン多様体間のリプシッツ写像の近似定理を証明できた点、およびその応用としてReebの球面定理を一般のリプシッツ関数へ真に一般化できた点である。また、異種構造に関連し、放射曲率の幾何の立場から新たな微分異種球面を得ることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

研究成果の学術的意義は、薄滑解析の概念を適用したリプシッツ写像の特異点論が一般のリプシッツ関数に対するモース理論の体系を導く可能性を示唆する点にある。また、補助期間中に得た知見により、リーマン多様体上で内在的に定式化された薄滑解析の概念を適用し、伸び縮みの性質を持つ素材に対する折り紙の数学的定式化の可能性を見出すことができた。このことは、折り紙を用いたSTEMの技術、工学への応用及び再生医療への応用を想起するとき、薄滑解析を適用する応用研究が社会的意義を内包していることを示唆する。なお、伸び縮みの性質を持つ素材に対する折り紙の数学的定式化の研究は、令和4年度基盤研究(C)として採択されている。

研究成果の概要(英文)：The aim of this study was to establish and develop the singularity theory of Lipschitz maps on Riemannian manifolds from the viewpoint of nonsmooth analysis. The results obtained in this study were: the intrinsic formulation and maintenance of various concepts in nonsmooth analysis on Riemannian manifolds (including a generalization of Clarke's inverse function theorem); the definition of the adjoint of the generalized differential of Lipschitz maps between Riemannian manifolds; the establishment of an approximation theorem for Lipschitz maps between Riemannian manifolds by locally trivial fibrations; and the generalization of Reeb's sphere theorem to general Lipschitz functions as an application of the approximation theorem. In relation to exotic structures, a new differential exotic sphere theorem was obtained from the standpoint of radial curvature geometry.

研究分野：微分幾何

キーワード：大域リーマン幾何 薄滑解析(Nonsmooth Analysis) リプシッツ写像 異種球面 Reebの球面定理 Groveと塩濱の臨界点理論 最小跡

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

K.Grove と塩濱勝博による直径球面定理[Ann.of Math.(1977)]の微分版の研究において、異種構造(exotic structure)と最小跡(cut locus)の融合が研究の障害として必ず現れる。実際、S.Smale の h-コボルディズム定理により、5次元以上の任意のホモトピー球面は歪曲球面(twisted sphere)である。特に5次元以上の任意の異種球面(exotic sphere)も歪曲球面である。また、A.D.Weinsteinの計量変形技法により、任意の歪曲球面はある点の最小跡が一点となる計量を許容することがわかる。よって、もし  $\dim > 4$  ならば、任意の  $X$  はある点の最小跡が1点となる計量を許容するため、異種構造と最小跡の融合を観る。従って、このような計量を持つ  $X$  と標準球面との微妙な違いを指数写像から知ることは困難である。特に Grove・塩濱型の球面  $X$  は歪曲球面なので、上の議論より  $X$  のある点の単独最小点が  $X$  と標準球面の間の同相写像をはめ込みで近似する際の障害、すなわち特異点になっていることがわかる。従って、広く位相球面定理の微分版の研究を行うためには一般の可微分多様体上でそのような特異点の解析を行うことが重要であることがわかる。

Grove・塩濱型の球面と標準球面間の同相写像は双リプシッツ同相写像であることから、研究代表者は2013年から2015年にかけて、田中實氏との共同研究において薄滑解析(Nonsmooth Analysis)で用いられる概念を採用し、リーマン多様体間のリプシッツ写像の特異点論の確立およびその特異点論を適用する直径球面定理の微分版の研究を行っていた。この研究において申請時までには次の(1)から(3)の結果を得ていた：

- (1)  $F$  をコンパクト・リーマン多様体  $M$  からリーマン多様体  $N$  へのリプシッツ写像とし、 $\dim M \leq \dim N$  とする。このとき、もし  $F$  が  $M$  上に特異点を持たなければ、 $F$  を近似する滑らかなはめ込み族が存在することを示した(以下ではこの結果を「はめ込み近似定理」と呼ぶ。);
- (2) はめ込み近似定理の応用として、ある点の最小跡が1点となる計量を許容する位相球面の組(従って異種球面の組も含む)が微分同相となるための十分条件を与えた。
- (3) はめ込み近似定理の証明のために確立したリプシッツ写像の近似法を適用することにより、同次元の任意の歪曲球面と標準球面の間に、ある1点を除き微分同相写像となる双リプシッツ同相写像を具体的に構成した。従って、異種球面( $\dim > 4$ )と標準球面の間、および Grove・塩濱型の球面と標準球面の間にも同様な写像を構成することができる。もし4次元異種球面が存在するならば、その球面上の測地線の振る舞いに関するある2つの条件を同時に満たさないことを示した。

従って、上記の結果(1)から(3)の主張より、薄滑解析を適用したリプシッツ写像の特異点論の発展とその有用性を広めるために、次の問題に取り組むことは極めて重要であることがわかる：

**問題 1.** 沈め込み近似定理を得ることは可能か？可能であれば、応用はどこにあるのか？

**問題 2.** 4次元球面に同相な滑らかな多様体は4次元球面に双リプシッツ同相か？

問題1は、はめ込みと沈め込みの関係が随伴的であることから自然な問題意識である。問題2は唐突に映るがそうではない。なぜなら低次元トポロジーの専門家の間では、4次元においてリプシッツ同相類と微分同相類は近いものと考えられており、問題2の解決により、ポアンカレ予想の解決の延長線上に位置する「4次元異種球面の存在・非存在問題」の解決にも寄与することが予想される。また、4次元においてゲージ理論を適用してリプシッツ同相類と微分同相類の区別をつけることができないため、問題2の研究は薄滑解析を適用した写像の特異点解析と近似法という新しい手法を提案できるという点で学術的な意義がある。以上が申請時における背景と動機である。

### 2. 研究の目的

研究の目的は薄滑解析の観点からリーマン多様体上のリプシッツ写像の特異点論を確立し発展させることである。その促進のために、「研究開始当初の背景」における問題1と2に関連した次の研究課題(I)と(II)を設定した。

#### 研究課題 (I) :

薄滑解析の概念を適用し、沈め込み近似定理を確立する。

沈め込み近似定理の応用として次の問題の解決を目指す：断面曲率が-1以上かつ直径がある正の定数以下である多様体列  $\{M_i\}$  がアレクサンドロフ空間  $X$  に崩壊するとき、十分大きい  $i$  に対し  $M_i$  から  $X$  へのほとんどリプシッツ沈め込みとなるような写像が存在するか。

## 研究課題 (II) : 4次元球面に同相な滑らかな多様体は4次元標準球面に双リプシッツ同相か。

研究課題(I)の 解決を目指す意義は、Grove 予想「断面曲率が-1以上かつ直径がある正の定数以下である多様体列 $\{M_i\}$ がアレクサンドロフ空間 $X$ に崩壊するとき、連続全射な $M_i$ から $X$ への写像で、その任意のファイバーが殆ど非負曲率の多様体となるものが存在する」の解決への糸口が期待できるためである。研究課題(II)は「研究開始当初の背景」における問題2そのものであり、その解決を目指す意義は「研究開始当初の背景」で記載した通りである。

### 3. 研究の方法

「研究開始当初の背景」で記載したように、研究課題(I)と(II)の解決のために薄滑解析をその研究方法として取り入れた。その理由は薄滑解析により、任意のリプシッツ写像の「微分」が定義でき、その特異点を詳細に調べることが可能となるためである。なお、薄滑解析は、R.T. Rockafellar [Princeton (1970)] が確立した凸解析をユークリッド空間の間のリプシッツ写像へ拡張したものであり、創始者はF.H. Clarke [Trans.AMS. (1975)], [Pacific J.Math. (1976)] である。(例えば、Clarkeは彼の意味で特異点を持たないユークリッド空間の間のリプシッツ写像に対して逆関数定理を一般化した。今日、薄滑解析は最適制御理論において重要な役割を果たしている。)申請時において計画方法を次のように立てた:(I)では、先ず沈め込み近似定理を確立する。その応用として崩壊先がリーマンである場合の山口のファイブレーション定理の別証明を考察し、次に沈め込み近似定理の値域がアレクサンドロフ空間である場合のバージョンを確立後、それら成果を問題解決のために適用する。(II)では、Cerfの結果より4次元の歪曲球面は標準球面であるので、最小跡が1点となる点を「許容しない」4次元位相球面の最小跡の構造を明らかにし、標準球面との間の双リプシッツ同相写像の具体的な構成を目指す。また、研究遂行のために、研究代表者を中心に、代表者をリー理論からサポートする分担者1名(内藤博夫)、幾何解析的側面からサポートする分担者1名(中内伸光)、そして4次元トポロジーの側面からサポートする分担者1名(安井弘一)の計4名の研究体制をとった。

### 4. 研究成果

(1) 研究課題(I)については、以下の学術論文の発表、学会発表および招待講演を行なった。

(学術論文) Kei Kondo, Minoru Tanaka, Approximations of Lipschitz maps via immersions and differentiable exotic sphere theorems [Nonlinear Analysis, 155 (2017), 219-249]

(学術論文) Kei Kondo, Approximations of Lipschitz maps via Ehresmann fibrations and Reeb's sphere theorem for Lipschitz functions [arXiv:1811.04340, v13]

(招待講演) 近藤 慶, リーマン幾何における薄滑解析とリプシッツ写像の近似定理 [岡山大学理学部談話会, 岡山大学, 2019年10月]

(招待講演) 近藤 慶, リーマン幾何における薄滑解析とリプシッツ写像の近似定理 [合宿セミナー 2019 in 倉敷, 倉敷山陽ハイツ, 岡山県倉敷市, 2019年12月]

**各成果の説明:** 学術論文 は、「研究開始当初の背景」で記載した結果(1)から(3)をまとめたものである。そのインパクトは、薄滑解析の諸概念がリーマン多様体の間のリプシッツ写像へ世界で初めて一般化された点および位相球面定理の微分版の研究に新たな手法として薄滑解析を適用したはめ込みによる近似法を提供した点にある。特に、これらの成果が、本課題全体の理論上の出発点となっていることは「研究開始当初の背景」に記載した通りである。学術論文 では、学術論文 において不満が残っていたリーマン幾何学における薄滑解析の定式化を内在的に整備し直し、更にリーマン多様体間のリプシッツ写像の「一般化された微分」の随伴概念を定義することにより、研究課題(I)の を解決した、すなわち「コンパクト・リーマン多様体 $M$ から連結コンパクト・リーマン多様体 $N$ ( $\dim M = \dim N$ )へのリプシッツ写像 $F$ が $M$ 上にClarkeの意味で特異点を持たなければ、 $F$ を近似する局所自明ファイブレーション族が存在する」ことを証明した。更にその応用および一次元空間への崩壊現象の考察の礎として、Reebの球面定理を一般のリプシッツ関数へ真に一般化した。そのインパクトは、直径球面定理を含むことおよび薄滑解析の概念を適用したリプシッツ写像の特異点論が一般のリプシッツ関数に対するモース理論的体系を導く可能性を示唆する点にある。なお、補助期間中に学術論文 の出版には至らなかったが、令和4年4月21日にJournal of the Mathematical Society of Japanより出版された。講演活動 とは、学術論文 に関する研究の段階的成果を発表したものであり、招待講演として評価されたものである。

**新たな知見と課題:** 学術論文 の構想を練っていた時期に、研究に関連する知見を得ようと手に取った『Notices of the AMS』のバックナンバー第57巻5号(2008)の特集ページにDacorogna-Marcellini-Paoliniの記事“Origami and Partial Differential Equation”が掲載されていた。記事より、Dacorogna等が工学への応用を持つ「剛体折り紙」を区分的1回連続偏微分可能なリプシッツ局所等長はめ込み(以下、剛体折り紙写像と呼ぶ)として数学的に定式化し、川崎条件

(平坦折りの必要条件)の高次元化を行い、その逆として回復定理を証明し、応用としてハミルトン・ヤコビ方程式に関するディリクレ問題のあるクラスの解を具体的に構成したことが分かった。ところで、剛体折り紙写像  $F$  は区分的 1 回連続偏微分可能かつ局所等長であるため、 $F$  の属するリプシッツ写像のクラスは小さく、また  $F$  の像の断面曲率は 0 である。しかし、紙と言っても実際は微妙な伸び縮みがあり、現代の折り紙の作家達は濡れた紙や指の爪でしわをつけた紙で作品を折るなど、彼らが折る紙はガウス曲率 0 の平らな紙とは限らない。よって、微妙な伸び縮みが起こる紙の特性を考慮するならば、 $F$  が微分可能な領域で 1 回連続偏微分可能という仮定を除くことが必要である。薄滑解析はリプシッツ写像に対しあるがままの状態での「微分」を定義しているため、その仮定を除くことは可能である。この一連の考察が動機となり、リーマン幾何学と薄滑解析を適用し、伸び縮みの性質を持つ素材に対する折り紙を数学的に定式化し、更に Dacorogna 等による一般化された川崎条件と回復定理をリーマン多様体へ拡張するという研究の着想を得た。更に、折り紙を用いた STEM の技術や工学への応用(例えば NASA によるミウラ折りを応用した人工衛星の太陽電池パネルの運搬)や再生医療への応用(例えば豊富香織氏等による動脈瘤の治療に用いられる医療器具ステントグラフトの折りの研究)を想起したとき、本研究が当初の予想を超えた展望、すなわち社会的意義を持つことが予想される。なお、昨年度、上述の「大域リーマン幾何学および薄滑解析の概念を適用し、伸び縮みの性質を持つ素材に対する折り紙を数学的に定式化する」研究を課題とした内容で令和 4(2022)年度基盤研究(C)(一般)を申請し、採択された(課題番号 22K03288)。採択された課題に精力的に取り組み、今後も薄滑解析の観点からリーマン多様体上のリプシッツ写像の特異点論を進展させ、社会的意義も明確にしていきたい。

(2) 研究課題(II)については、以下の学術論文の発表、学会発表および招待講演を行なった。

(学術論文) Kei Kondo, Minoru Tanaka, Differentiable sphere theorems whose comparison spaces are standard sphere or exotic ones [Kodai Mathematical Journal, 43 (2020), 349-365]

(学術論文) Koich Yasui, Geometrically simply connected 4-manifolds and stable cohomotopy Seiberg-Witten invariants [Geometry & Topology, 23 (2019), 2685-2697]

(国際研究集会) The Cut Locus: A Bridge over Differentiable Geometry, Optimal Control, and Transport [東海大学札幌校舎, 北海道札幌市, 2018年9月3日~9月6日]

(招待講演) 近藤 慶, Hopf のピンチング予想から微分異種球面定理へ [4次元トポロジーセミナー, 大阪大学, 2017年11月10日]

(招待講演) 近藤 慶, Hopf のピンチング予想から微分異種球面定理へ [榎本一之教授退職直前ワークショップ, 東京工業大学, 2018年3月17日]

(一般講演) 近藤 慶, Hopf のピンチング予想から微分異種球面定理へ [日本数学会 2018年度年會春分科会, 東京大学, 2018年3月19日]

**各成果の説明:** 学術論文 では、学術論文 の微分異種球面定理の証明で確立した理論を適用し、最小跡が 1 点となる点を許容する二つの閉リーマン多様体の 2 つの最小点を結ぶ測地線に沿った互いの放射曲率が  $L^1$  ノルムに関して十分近いならば、それら球面は互いに微分同相であることを示した。この定理の位相球面は最小跡が 1 点となる点を許容するため、4 次元の場合は Cerf の結果より標準球面に微分同相であるが、この定理の証明の手法は最小跡が 1 点となる点を「許容しない」位相球面とそのような点を「許容する」閉リーマン多様体を放射曲率の立場から比較研究する礎を与えるのではないかと考えている。また、今後の展望として、この定理の射影空間版の確立が期待できる。招待講演 と および学会講演 は上述の学術論文 の主結果を発表したものであり、では分担者・安井からの批評と評価を、では微分幾何の専門家からの評価を、そしてでは広く幾何の専門家からの評価を受けたものである。国際研究集会 は、最小跡が 1 点となる点を「許容しない」4 次元位相球面の最小跡の構造が研究課題(II)の解決の鍵を握ると考えられるため、最小跡についての知見の情報収集を目的とし主催者の一人として開催した国際研究集会である。学術論文 は、4 次元トポロジーの懸案問題「全ての単連結閉 4 次元多様体は幾何学的単連結か？」に対して行われた分担者・安井の研究であり、4 次元異種球面の存在・非存在問題とも密接に関係している。このでは多くの重要な成果がもたらされているが、特筆すべきは、 $b_+ > 1$  の全ての正定値幾何学的単連結閉 4 次元多様体はその Bauer・古田不変量が自明であることが示されたこと、更に  $b_+$  と  $b_-$  に関するある仮定下のもとで、全ての幾何学的単連結閉 4 次元多様体が少なくとも一方の向きに関してシンプレクティック構造を許容しないことが示されたことである。そのインパクトは、(テクニカルが故に)扱い難い Bauer・古田不変量の斬新な適用法を提示しただけではなく、消失しない Bauer・古田不変量が多様体の微分構造に与える影響や障害を浮き彫りにした点にある。

**今後の展望:** 最小跡が 1 点となる点を「許容しない」4 次元位相球面の最小跡の構造の決定に取り組んだが難問のため(測地線の振る舞いが複雑であるため)、その解明には至らなかった。このため、微分構造の解明に強力な威力発揮する分担者・安井による研究手法を新たな手法として

最小跡の構造の決定に適用できないか否かの考察が、今後必要とされる課題であるとする。

(3) その他

**関連研究について:**本研究課題に関する直接の研究成果ではないが、「リーマン対称空間のリー理論を用いたグラスマン幾何的曲面論構築の研究」(内藤),「変分法を適用した各 stationary map の研究」(中内),「ハンドル分解を適用した4次元多様体の微分構造の研究」(安井)など、分担者による部分多様体論,リー理論,幾何解析,更には微分構造に関連する研究も活発に行われた。また,代表者とその指導学生である篠田裕佑君(岡山大学大学院・博士後期課程)との放射曲率と位相の関係に関する研究も行われた。

**その他:**令和元年度9月1日に山口大学から岡山大学へ転出し,それに伴う新天地での家族のケアおよび岡山大学での教育と研究のための環境整備,令和2年2月からの新型コロナウイルス感染拡大に対する対応,更に令和3年度は数学科長と専攻長を務めたために教室および学内運営業務に多忙となり,補助期間中に活発な研究活動ができなかった。特に,このために研究課題(1)の研究に着手することができなかったことが,悔やまれる。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 15件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Kei Kondo, Yusuke Shinoda	4. 巻 73
2. 論文標題 On sufficient conditions to extend Huber's finite connectivity theorem to higher dimensions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 The Tohoku Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 463-470
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Misawa Masashi, Nakauchi Nobumitsu	4. 巻 2
2. 論文標題 Regularity of the m-symphonic map	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Partial Differential Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 article no. 19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42985-021-00074-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Misawa Masashi, Nakauchi Nobumitsu	4. 巻 22
2. 論文標題 Two examples of harmonic maps into spheres	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Advances in Geometry	6. 最初と最後の頁 23 ~ 31
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/advgeom-2021-0008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kei KONDO and Minoru TANAKA	4. 巻 43
2. 論文標題 Differentiable sphere theorems whose comparison spaces are standard sphere or exotic ones	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Kodai Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 349-365
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masashi Misawa and Nobumitsu Nakauchi	4. 巻 68
2. 論文標題 Remarks on weakly stationary maps into spheres characterized by wedge product	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo	6. 最初と最後の頁 227-236
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12215-018-0350-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nobumitsu Nakauchi	4. 巻 12
2. 論文標題 Stress energy tensor for symphonic maps	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Bollettino dell'Unione Matematica Italiana	6. 最初と最後の頁 431-440
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40574-018-0168-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nobumitsu Nakauchi	4. 巻 137
2. 論文標題 Stress energy tensor of C-stationary maps	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Geometry and Physics	6. 最初と最後の頁 217-227
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.geomphys.2018.12.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shigeo Kawai and Nobumitsu Nakauchi	4. 巻 65
2. 論文標題 Liouville type theorem for symphonic maps	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Differential Geometry and its Applications	6. 最初と最後の頁 147-159
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.difgeo.2019.03.009	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Masashi Misawa, Nobumitsu Nakauchi	4. 巻 23
2. 論文標題 Global existence for the heat flow of symphonic maps into spheres	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Advances in Differential Equations	6. 最初と最後の頁 693-724
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nobumitsu Nakauchi, Hajime Urakawa	4. 巻 38
2. 論文標題 Polyharmonic maps into the Euclidean space	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Note di Matematica	6. 最初と最後の頁 89-100
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1285/i15900932v38n1p89	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nobumitsu Nakauchi	4. 巻 137
2. 論文標題 Stress energy tensor of C-stationary maps	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Geometry and Physics	6. 最初と最後の頁 217-227
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.geomphys.2018.12.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kouichi Yasui	4. 巻 372
2. 論文標題 Nonexistence of twists and surgeries generating exotic 4-manifolds	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 5375-5392
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -



1. 著者名 Kouichi Yasui	4. 巻 23
2. 論文標題 Geometrically simply connected 4-manifolds and stable cohomotopy Seiberg-Witten invariants	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Geometry & Topology	6. 最初と最後の頁 2685-2697
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kouichi Yasui	4. 巻 2099
2. 論文標題 On twists and surgeries generating exotic smooth structures	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 30-35
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kei Kondo, Minoru Tanaka	4. 巻 155
2. 論文標題 Approximations of Lipschitz maps via immersions and differentiable exotic sphere theorems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 219-249
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2017.01.022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jun-ichi Inoguchi, Hiroo Naitoh	4. 巻 48
2. 論文標題 Grassmann geometry on the 3-dimensional non-unimodular Lie groups	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Hokkaido Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 385-406
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計18件（うち招待講演 14件 / うち国際学会 5件）

1. 発表者名 Nobumitsu Nakauchi
2. 発表標題 A Variational Problem on Conformality of Maps and Related Problems
3. 学会等名 Workshop on Differential Geometry and Geometric Analysis -- Celebration of Professor Miyuki Koiso's Retirement -- (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 安井弘一
2. 発表標題 Stably exotic pairs of closed 4-manifolds and their applications
3. 学会等名 研究集会「4次元トポロジー」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 近藤 慶、篠田祐佑
2. 発表標題 Huberの有限連結性定理の高次元化について
3. 学会等名 日本数学会・2020年度年会 秋季総合分科会、熊本大学（オンライン）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kouichi Yasui
2. 発表標題 Minimal genus functions and constraints on 4-manifolds
3. 学会等名 International Workshop on 4-Manifold Theory and Gauge Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 安井弘一
2. 発表標題 Embedded surfaces and the simple type conjecture
3. 学会等名 研究集会「4次元トポロジー」、大阪大学（オンライン）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 近藤 慶
2. 発表標題 リーマン幾何における薄滑解析とリプシッツ写像の近似定理
3. 学会等名 合宿セミナー 2019 in 倉敷（倉敷山陽ハイツ，岡山県倉敷市，12月14日）（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 近藤 慶
2. 発表標題 リーマン幾何における薄滑解析とリプシッツ写像の近似定理
3. 学会等名 岡山大学理学部談話会（岡山大学，岡山県岡山市，10月21日）（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kouichi Yasui
2. 発表標題 Minimal genus functions and smooth structures of 4-manifolds
3. 学会等名 Workshop on Lefschetz Pencils and Low dimensional Topology (Hokkaido University, 6月2日) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kouichi Yasui
2. 発表標題 Nonexistence of twists and surgeries generating exotic 4-manifolds
3. 学会等名 Workshop on low-dimensional topology (Korea Institute for Advanced Study, Korea, 5月1日) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kouichi Yasui
2. 発表標題 Minimal genus functions and smooth structures of 4-manifolds
3. 学会等名 Workshop on low-dimensional topology (Korea Institute for Advanced Study, Korea, 5月1日) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 安井弘一
2. 発表標題 Smooth 4-manifolds and geometric simple connectivity
3. 学会等名 京都大学数学教室談話会 (京都大学, 10月30日) (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 安井弘一
2. 発表標題 4次元多様体の微分構造と幾何学的単連結性
3. 学会等名 広島大学談話会 (広島大学, 6月18日) (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 内藤博夫
2. 発表標題 リーマン対称空間のグラスマン幾何的曲面論
3. 学会等名 研究会「部分多様体幾何とリー群作用 2018」, 東京理科大学・森戸記念館 (東京都・新宿区神楽坂) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中内伸光
2. 発表標題 写像の共形性に関する変分問題と, その研究過程で現れた変分問題
3. 学会等名 金沢研究会「多様体上の微分方程式」, 金沢大学サテライトプラザ (金沢市) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 近藤 慶
2. 発表標題 Hopfのピンチング予想から微分異種球面定理へ
3. 学会等名 4次元トポロジーセミナー, 大阪大学 (大阪府豊中市) (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 内藤博夫
2. 発表標題 対称空間とグラスマン幾何
3. 学会等名 第17回 秋葉原微分幾何セミナー, 秋葉原ダイビル12階 首都大学東京 (東京都・千代田区) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 近藤 慶
2. 発表標題 Hopfのピンチング予想から微分異種球面定理へ
3. 学会等名 榎本一之教授退職直前ワークショップ，東京工業大学（東京都目黒区大岡山）（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 近藤 慶
2. 発表標題 Hopfのピンチング予想から微分異種球面定理へ
3. 学会等名 日本数学会 2018年度年会春分科会，東京大学（東京都目黒区駒場）
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

researchmap - マイポータル - <a href="https://researchmap.jp/7000021893">https://researchmap.jp/7000021893</a> 岡山大学 研究者総覧 <a href="https://soran.cc.okayama-u.ac.jp/html/9aabd4f0d455679d74506e4da22f6611_ja.html">https://soran.cc.okayama-u.ac.jp/html/9aabd4f0d455679d74506e4da22f6611_ja.html</a>
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	内藤 博夫  (Naitoh Hiroo)  (10127772)	山口大学・その他部局等 ・名誉教授    (15501)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	中内 伸光  (Nakauchi Nobumitsu)  (50180237)	山口大学・大学院創成科学研究科 ・教授    (15501)	
研究分担者	安井 弘一  (Yasui Kouichi)  (70547009)	大阪大学・情報科学研究科・准教授    (14401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会	開催年
The Cut Locus 2018 (内容：幾何，解析，最適輸送，最適制御等の国内外の専門家が最小跡(cut locus)に関連する研究発表を行い，本研究会を通し各分野で独立研究されていた最小跡に関する情報の交換を行った。)	2018年～2018年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関