

令和 2 年 6 月 18 日現在

機関番号：34315

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K05285

研究課題名(和文) C^* -環の包含関係における不変的性質の研究と複雑系への応用研究課題名(英文) The study of permanent properties for inclusions of C^* -algebras and its application to the complex system

研究代表者

大坂 博幸 (Osaka, Hiroyuki)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：00244286

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：Hyun Ho Lee氏との共同研究において、大坂-照屋の研究でなされた綿谷指数有限な単位元を持つ C^* -環-包含関係 $A \subset B$ 上のトレースのロホリン性を、Balack, Szabo氏らによって導入された A から B への $*$ -表現 π を、 A から A の超積 C^* -環への埋め込み写像と B から A の超積 C^* -環への $*$ -表現 σ で分解する。sequentially split $*$ -表現のアイデアを、トレース的な版に拡張し、 B から A への C^* -環の不変的性質の遺伝性について明らかにした。また、単位元を持たない C^* -環包含関係のロホリン性の研究は、照屋氏との共同研究でほぼ終了した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

離散群 Γ から C^* -環 A への作用 α から生成される C^* -力学系 $C^*(\Gamma, A, \alpha)$ ($=B$)の構造解析を B から A への非可換条件付き期待値を用いて解析をするという大坂-照屋のアイデアを拡張したBalack-Szaboのsequentially split $*$ -homomorphismをさらに拡張したLee-大坂の手法は、今後様々な C^* -力学系の解析に役立つと期待できる。

研究成果の概要(英文)：We extended the tracial Rokhlin property for inclusions $A \subset B$ of unital C^* -algebras in the sense of Osaka and Teruya to the tracially sequentially split $*$ -homomorphism for a $*$ -homomorphism from A to B by using the idea by Balack and Szabo in the joint work with Hyun Ho Lee, and cleared the heredity of basic permanent properties of B to A . In the case of inclusions of nonunital C^* -algebras, we finished the study of the Rokhlin property with Tamotsu Teruya.

研究分野：作用素環論・作用素論

キーワード：Rokhlin property C^* -index theory Jaing-Su absorption Sequentially split Operator means Operator monotone Schmidt rank Completely positive maps

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

(1) フォンノイマン環の因子環-部分因子環論の場合、Jones 指数有限 II_1 因子環のペア $M \subset N$ は、有限性、 Γ 性、 T 性など様々な重要な性質を共有するが、近似的有限次元環 (AF環) である CAR環の Z_2 作用で固定環 CAR^{Z_2} が AF環にならない例があるように、綿谷指数有限なペア $CAR^{Z_2} \subset CAR$ で AF性を共有しない (遺伝しない) 例もある。これに関して、有限群 G の作用 α が泉の意味で口ホリン性を持つならば、単純 C^* -環 A が AF性、あるいは、より広く、近似的 $C[0, 1]$ 性 (AI性) や近似的 $C(S^1)$ 性 (AT性) を持つならば、その固定環 A^G と C^* -接合積 $C^*(G, A, \alpha)$ が同じ性質を持つことが大坂-Phillips の研究で示されている (大坂-Phillips, Math. Z 2012)。

(2) C^* -環の包含関係が綿谷指数有限でない整数群 Z による接合積の場合も作用 α の口ホリン性が鍵であり、1998年に岸本が、ただ一つのトレース的状态 τ を持つ、単純な、AT環 A において、 α が口ホリン性を持つ、 0 でない m に対して α^m が一様外部性を持つ、 α が GNS 表現環 $\pi_\tau(A)$ の弱閉状に非周期な自己同型写像として拡張できる、接合積 $C^*(Z, A, \alpha)$ がただ一つのトレース的状态を持つ、 $C^*(Z, A, \alpha)$ が実階数 0 をもつと同値であることを示している。特に、 α が近似的内部性を持つとき、上の条件と (vi) $C^*(Z, A, \alpha)$ が実階数 0 である AT環になることが同値になる。これらの結果を、実階数 0 をもつ AT環を含む、Lin の意味でトレースランク 0 を持つクラスの中で、ただ一つのトレース的状态 τ を持つ、単純な C^* -環 A 上の自己同型写像が、口ホリン性より弱いトレース的口ホリン性をもつ場合に拡張できた (大坂-Phillips, Ergod. Th. Dynamics. Sys. 2006)。最近では、松井-佐藤により口ホリン性より弱い様々な外部性自己同型写像について調べられており (松井-佐藤, Amer. J. Math. 136 (2014), no.6, 1441-1496; Comm. Math. Phys. 314 (2012), no.1, 193-228)、単純 C^* -環の分類理論に応用されている。また、Pasnicu-Phillips により (Pasnicu-Phillips, J. Funct. Anal. 269 (2015), no.4, 915-967)、各点強外部性 (口ホリン性より弱い) に関連する離散群の作用が定義され、射影作用素に関連するイデアル性質や SP 性の C^* -環の不変性の C^* -力学系における安定性が調べられている。

(3) より一般的な C^* -環の包含関係 $P \subset A$ を解析するために、綿谷の意味で有限である条件付き期待値 $E: A \rightarrow P$ に対して口ホリン性を定義し、大坂-Phillips の結果を拡張することができた (大坂-小高-照屋, Contemporary Math. 2009)。ちなみに、有限群 G から単純 C^* -環 A への作用 $\alpha: G \rightarrow \text{Aut}(A)$ の場合、 $E: A \rightarrow A^G$ が口ホリン性を持つことと泉の意味で作用 α が口ホリン性を持つことは同値である。この方法を推し進め、単純 C^* -環の分類で非常に重要な性質である、Jiang-Su 環安定性、分解ランク有限性、核型次元有限性、Cuntz 半群の強比較性の遺伝性について明らかにした (大坂-照屋, Trans. Amer. Math. Soc. 2014)。さらに、条件付き期待値 $E: A \rightarrow P$ に対して口ホリン性より弱いトレース的口ホリン性を定義し、上記の性質について解析した (大坂-照屋, Canad. J. Math. 改訂中, 2015)。一方、ヒルベルト C^* -加群上への離散群からの作用に口ホリン性を定義し、有向グラフから導入される Cuntz-Pimsner 環上へのゲージ作用が口ホリン性を持たないことを示した (Dey-大坂-Trivedi, 2016)。

本研究計画は、Pasnicu-Phillips、松井-佐藤らより定義された、離散群 Γ 上の口ホリン性より弱い外部性をもつ作用の性質と条件付き期待値 $E: A \rightarrow A^\Gamma$ (あるいは、 $E: C^*(\Gamma, A, \alpha) \rightarrow A$) との自然な関係を明確にし、より一般的な C^* -環の包含関係 $P \subset A$ 上に定式化し、Jiang-Su 環安定性、分解ランク有限性、核型次元有限性、Cuntz 半群の強比較性等の遺伝性について明らかにするとともに、複雑系におけるハウスドルフ次元や相関次元に関連する性質を作用素環を通して明らかにする基盤研究である。

2. 研究の目的

上記の研究背景およびこれまでの研究成果を下に、本研究は C^* -環の包含関係 $P \subset A$ における条件付き期待値 $E: A \rightarrow P$ への様々な条件を検討し、 C^* -接合積の分類に展開するとともに自己相似集合 X 上の様々な条件とそれから導入される Cuntz-Pimsner 環 O_X の不変的性質との対応を明らかにするための基盤となる研究を行う。具体的には以下のことを明らかにする。

(1) A が単純 AF環、 $P \subset A$ が綿谷指数有限であるならば、 P の安定階数はいつでも 1 であることを示す (つまり、任意の元 $a \in P$ が P に属する逆作用素で近似できることを示す)。これは Blackadar 氏により 1988 年に提示された問題であり、 P の安定階数が 2 以下であることは大坂より示されているように 1988 年に提示された問題であり、 P の安定階数が 2 以下であることは大坂より示されている (Intern. J. Math. 19(2008), 1011-1020)。

(2) 射影作用素を用いず、正值作用素を用いて定義されている有限群 G 上の様々なタイプの口ホリン作用を綿谷指数有限な C^* -包含関係 $P \subset A$ 上に定式化することを試みる。

(3) Jiang-Su 環安定である単純 C^* -環 A において、射影作用素を用いず、正值作用素を用いて定義されている整数群 Z 上の様々なタイプの口ホリン性を持つ自己同型写像 α を考えるとき、その接合積 $C^*(Z, A, \alpha)$ が Jiang-Su 環安定になるかどうか解析する。

- (4) 有限群 G から Cuntz 環 O_n 上への垂自由作用が口ホリン性を持つかどうかをヒルベルト C^* -対応から導かれる C^* -環と作用に変換し、Dey-大坂-Trivedi の判定法を用いて解明する。
- (5) 自己相似集合 X 上の様々な条件がそれから導かれる Cuntz-Pimsner 環 O_X のどんな性質に対応するか明らかにする。例えば、梶原-綿谷より、自己相似集合 X を導く相似変換の組が開集合条件を満たすことと O_X が単純であることが同値であることが示されている (梶原-綿谷, J. Operator Theory, 56(2006), no.2, 225-247)。
- (6) ツァリスエントロピーのようにフラクタル次元 (ハウスドルフ次元、相似次元等) に関連するエントロピーを新しく構成する。

3. 研究の方法

- (1) 綿谷指数有限である C^* -環包含関係 $P \subset A$ における安定階数の評価の決定 (大坂が担当)
 C^* -環 A の安定階数が 1 であるとは、 A の任意の元が A に属する逆作用素で近似できることをいう。綿谷指数有限の下で、この性質の P への遺伝性を解明する。

A が AF 環であるときの決定

大坂の研究 (Intern. J. Math. 19(2008), 1011-1020) で、 A が単純であるとき、 P の安定階数は 2 以下であることが示されている。この単純性を外した場合、安定階数 2 以上を持つ P が構成できるかどうか調べる。

A が安定階数 1 をもつ一般の単純 C^* -環であるときの解析

$C[0, 1] \otimes CAR$ は、単純環でなく、かつ、安定階数 1 であるが、その固定環 $(C[0, 1] \otimes CAR)^{\mathbb{Z}_2}$ で安定階数 2 を持つ部分環が存在する。この例を用いて、帰納的極限等を考えて、単純 C^* -環で安定階数を持つが、その固定環が安定階数 2 以上を持つ例が構成できるか試みる。その一方で、 A が単純 C^* -環で安定階数 1 を持つとき、 C^* -環包含関係 $P \subset A$ の P が安定階数 1 を持つことを、大坂のメソッドを発展させ直接証明することを試みる。

- (2) 射影作用素を用いない口ホリン性に対応する条件の C^* -環包含関係 $P \subset A$ への定式化 (大坂、照屋が担当)

$A' \cap A^\infty$ を用いての定式化

泉が行ったように、有限群 G からの作用の口ホリン性を $A' \cap A^\infty$ を用いて定式化をする。

C^* -環包含関係 $P \subset A$ への定式化

における特徴付けと同値な条件を、自然な条件付き期待値 $E: A \rightarrow A^G$ に設定する。従来の口ホリン射影作用素に対応する口ホリン正值作用素を定式化すれば良いと予想されるが、1 の分解に対応する口ホリン正值作用素のタワーを E を用いて定式化するのは今のところ困難である。

ホップ代数からの解析

C^* -環包含関係の具体例であるホップ代数における口ホリン性を持つ作用の定式化を試み、一般の C^* -環包含関係への定式化を予想する。

埋め込み写像 $A^\infty \hookrightarrow P^\infty$ の構成

従来の口ホリン性と異なり埋め込み表現 $A^\infty \hookrightarrow P^\infty$ を構成するのは困難であると予想される。完全正值写像のネットを用いて近似的に表現が構成できるのではと期待している。

- (3) 整数群 \mathbb{Z} による接合積における Jiang-Su 環安定性の遺伝についての解析 (大坂、照屋が担当)

単純 C^* -環の分類問題において Jiang-Su 環安定性は必要条件と認識されており、Jiang-Su 環安定性を持つ単純 C^* -環 A 上の自己同型写像から導かれる接合積への遺伝性が調べられている。松井-佐藤 (Acta Math. 209(2012), no.1 193-228) は、 A がただ一つのトレース状態を持つとき、それ上の強外部性を持つ自己同型写像は、 A の Jiang-Su 環安定性をその接合積に遺伝することを示しているが、端点性を持つトレース状態が無数ある場合は不明である。これらを解析するために、大坂-Phillips で調べられたトレース的口ホリン性について再考し、トレース状態への条件なしで Jiang-Su 環安定性の接合積への遺伝性を示す。Hirshberg-Orovitz (J. Funct. Anal. 254 (2008), 145-153) により、上記より弱い仮定の下で Jiang-Su 環安定性が示されているが、この仮定を外すことを試みる。

- (4) 有限群 G から Cuntz 環 O_n への垂自由作用の口ホリン性の解明 (大坂が担当)
 設定を有向グラフから構成される Cuntz-Pimsner 環と有限群からの作用に変換し、Dey-大坂-Trivedi の判定法を用いて解明する。置換群など具体的な群の場合をまず考察する。口ホリン性の判定が困難な場合は、saturated 性を持つかどうかを判定する。有限群から C^* -環への作用が口ホリン性を持てば、saturated 性を持つことは、Jeong-Park (Intern. J. Math. 19 (2) (2008), 125-144) らによって証明されている。

- (5) 自己相似集合 X 上から構成される Cuntz-Pimsner 環 O_X の不変性について (大坂が担当)

大学院生にシェルピンスキーのガスケットなど具体的なフラクタル図形を構成する相似変換の特徴ある性質を抽出していただき、それが 0_x にどのように反映するか解析する。

(6) エントロピーの構成 (大坂が担当)

ここ数年研究代表者が取り組んできた作用素平均を用いて関連する不等式を構成する。その際、フラクタル次元 (ハウスドルフ次元、相似次元) に関連するツァリスエントロピーを解析し、付随する Cuntz-Pimsner 環にどのように反映するかを調べ、新しいエントロピーの導入を検討する。

4. 研究成果

(1) 佐藤氏の結果 (Adv. Stud. Pure Math., 80, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2019) を用いて、当初目的としていた有限群から CAR 環上への任意の作用から生成される接合積の安定階数が 1 を持つことが示せた。より一般的に、安定階数 1 をもつ与えられた単純 C^* -環 A のトレースからなる空間 $T(A)$ 上にある種の条件がある場合に、任意の有限群から A への作用から生成される接合積が安定階数 1 を持つことが示せる。この $T(A)$ への条件を外せるかどうかは今のところ未解決である。(H. Osaka, arXiv:1708.02665)

(2) Hyun Ho Lee 氏との共同研究において、Balark, Szabo 氏らによって定義された C^* -環間の sequentially split $*$ -homomorphism のトレース版を定義し、 C^* -環の分類問題に関連する環の不変性質 (単純性、単純かつ安定階数 1、単純かつ実階数 0、単純かつ Jiang-Su 環安定性、Cuntz 半群の単純かつ強比較性、単純かつ強安定性) が値域の C^* -環から定義域の C^* -環に遺伝することを示した。応用として、綿谷指数有限な C^* -環のペアが大坂-照屋の意味でトレース的口ホリン性を持つならば、その自然な埋め込み表現が、Lee-大坂の意味でのトレース的 sequentially split $*$ -homomorphism を持つことを示した。

(3) Hyun Ho Lee 氏との共同研究において、Phillips 氏により有限群上で定義されたトレース的近似表現可能な作用を、綿谷指数有限な C^* -環のペアに拡張し、このペアが大坂-照屋の意味でトレース的口ホリン性を持つこととその Basic construction のペアがトレース的近似表現を持つことが同値であることを示し、接合積の場合の拡張をおこなった。

(4) Hyun Ho Lee 氏との共同研究において、射影作用素を持ち得ず正值な作用素を用いて特徴付けられる、有限群から単位元をもつ C^* -環への一般化されたトレース的口ホリン作用を、綿谷指数有限な C^* -環のペアに拡張し、一般化されたトレース的口ホリン作用の双対作用のトレース的近似表現性を定義し、Phillips 氏の有限群からの C^* -環上のトレース的口ホリン性を持つ作用とその双対作用のトレース的近似表現可能性の同値性の結果を拡張した。その際有効な道具として、Balack, Szabo 氏らによって定義された C^* -環 A から C^* -環 B への sequentially split $*$ -homomorphism の ordered zero の完全正值写像版を導入した。

(5) Dinh Trung Hoa 氏と和田氏との共同研究において、ヒルベルト空間上の正值線形写像のクラス上で定義される作用素平均を、正值な作用素単調関数のクラスを用いて特徴付けることを試みた。例えば、与えられた作用素平均を保存する作用素単調関数 f が存在すること、作用素平均及び f が重み付き harmonic mean になることが必要十分条件であることを示した。

(6) Golla Ramesh 氏との共同研究において、行列環における最大固有値を求めるペロニーフロピネンスの定理は有名であるが、無限次元ヒルベルト空間 H においてこのような性質を持つ作用素を norm attaininig 作用素 (N クラス) と呼ばれる。 H における任意の 0 でない閉部分空間に制限してもこの性質を持つクラスを AN クラスと呼ばれる。AN クラスは多元環構造を持たないが、正值な AN クラスは特徴付けられており、正值なコンパクト作用素と自己共役な有限階作用素と単位元の正值スカラー倍の和と表現される。この正值な AN クラスを保存する正值な線形写像の特徴付けを行った。

(7) Santanu Dey 氏、Priyabrata Bag 氏との共同研究において量子情報理論における密度状態のエンタングルメント性に関する幾何的不和と密度状態の部分転置後の負の固有値の分布との関係における予想に対して具体的な反例を可算無限個構成すると共に数学的な評価式を提出した。また、千葉大学教授渚勝氏も参加し、任意の自然数 n, m に対して、 C^m と C^n のテンソル積 $C^m \otimes C^n$ における状態の Schmidt ランクが 2, 3, 4 以上の状態しか存在しない部分空間を行列のテクニックを用いて構成した。これらは、エントロピーの評価に応用できる可能性がある。

(8) Rajarma Bhat 氏との共同研究において、量子情報理論における大きな問題になっている行列環間における正值線形写像のテンソル正值不変性に関する結果を C^* -環レベルで提出した。これは、2007 年の Piani 氏らの結果の一般化であり、しかも証明は富田-竹崎の理論を使用するが、明確になっている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計10件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 10件）

1. 著者名 Hiroyuki Osaka and Tamotsu Teruya	4. 巻 -
2. 論文標題 Erratum: The Jiang-Su absorption for inclusions of unital C^* -algebras	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Canad. J. Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Hiroyuki Osaka and Golla Ramesh	4. 巻 -
2. 論文標題 Linear maps preserving AN-operators	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Bull. Korean J. Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 B. V. Rajarma Bhat and Hiroyuki Osaka	4. 巻 -
2. 論文標題 A factorization property of positive maps on C^* -algebras	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Inter. J. Quantum Information	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Hiroyuki Osaka and Tamotsu Teruya	4. 巻 -
2. 論文標題 The Rokhlin property for inclusions of C^* -algebras	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Rocky Mountain J. Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Priyabrata Bag, Santanu Dey, and Hiroyuki Osaka	4. 巻 383
2. 論文標題 Comparing geometric discord and negativity for bipartite states	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physics Letter A	6. 最初と最後の頁 125973
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physleta.2019.125973	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Osaka, Yukihiro Tsurumi, and Shuhei Wada	4. 巻 22
2. 論文標題 Characterization of operator convex functions by certain operator inequalities	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematical Inequality & Applications	6. 最初と最後の頁 565-575
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7153/mia-2019-22-40	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hyun Ho Lee and Hiroyuki Osaka	4. 巻 276
2. 論文標題 On dualities of actions and inclusions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of functional Analysis	6. 最初と最後の頁 602-635
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2018.06.016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Osaka and Tamotsu Teruya	4. 巻 70
2. 論文標題 The Jiang-Su absorption for inclusions of unital C^* -algebras	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Canad. J. Math.	6. 最初と最後の頁 400-425
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Osaka and Tamotsu Teruya	4. 巻 3
2. 論文標題 Permanence of nuclear dimension for inclusions of unital C^* -algebras with the Rokhlin property	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Adv. Oper. Theory	6. 最初と最後の頁 123-136
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Osaka, Yukihiro Tsurumi, and Shuhei Wada	4. 巻 -
2. 論文標題 Generalized reverse Cauchy inequality and applications to operator means	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematics and Inequality	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計12件 (うち招待講演 10件 / うち国際学会 10件)

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 On dualities of actions and inclusions
3. 学会等名 日本数学会2019年度秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 Subspaces of maximal dimension with bounded Schmidt rank
3. 学会等名 Mathematical aspects in current Quantum Information Theory 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 Maps preserving operator means
3. 学会等名 2018 International conference on Matrix Inequalities and Matrix Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 Maps preserving AN-operators
3. 学会等名 The 14th Workshop on Numerical Ranges and Numerical Radii (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 The tracial Rokhlin property for an inclusion of unital C^* -algebras
3. 学会等名 IWOTA2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka and Tamotsu Teruya
2. 発表標題 The Rokhlin property for inclusions of C^* -algebras
3. 学会等名 日本数学会2019年度会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 The Rokhlin property for inclusions of C^* -algebras
3. 学会等名 Abstract Harmonic Analysis, Dynamical Sysytem, and Operator Algebras, 2017 KMS Spring Meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 Matrix functions, matrix means, matrix inequalities
3. 学会等名 2017 International Conference on Matrix Inequalities and Matrix Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 The Rokhlin property for inclusions of C^* -algebras
3. 学会等名 The third summer school on Operator Algebras and Noncommutative Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 Operator means and an application to generalized entropies
3. 学会等名 Operator Algebras and Quantum Information Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 Stable rank for C*-algebras
3. 学会等名 Conference on Functional Analysis@IIT Bombay (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Osaka
2. 発表標題 Operator means and application to generalized entropies
3. 学会等名 2017 International Workshop on Quantum Information, Quantum Computing and Quantum Control (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

立命館大学研究者学術情報データベース http://www.ritsumeai.ac.jp/research/member/researcher_login/index.html/

6. 研究組織			
	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	リー (Lee Hyun Ho)		

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	ラメシュ (Ramesh Golla)		
研究協力者	デイ (Dey Santanu)		
連携研究者	照屋 保 (Teruya Tamotsu) (30594246)	群馬大学・教育学部・教授 (12301)	