

令和 5 年 6 月 14 日現在

機関番号：13601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2022

課題番号：17K05293

研究課題名(和文) 分割型積分を含む非線形積分の収束定理の摂動法による統一的解析

研究課題名(英文) A unified approach to the convergence theorems of nonlinear integrals containing decomposition integrals by the perturbative method

研究代表者

河邊 淳 (Kawabe, Jun)

信州大学・学術研究院工学系・教授

研究者番号：50186136

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：非加法的測度による積算概念であるChoquet積分, Sugeno積分, Shilkret積分などの非線形積分に対して, 被積分関数列の様々な収束態様(各点収束, 概収束, 測度収束, 概一様収束, 強測度収束など)に適した積分収束定理の定式化を見出し, それらが成立するために非加法的測度に課すべき特性を明らかにした. また, これら個別の積分に対する考察に加え, 非加法的測度からなる空間と可測関数空間との直積空間上で定義された一般の積分汎関数に対して上記の結果を定式化し, その成立性を摂動法による統一的理論展開を用いて明らかにした.

研究成果の学術的意義や社会的意義

この研究では, 個別の非線形積分に対して積分収束定理の定式化とその成立性を考察するだけでなく, 一般の積分汎関数に対する定式化も行い, 新たに開発した摂動法による解析手法を用いて, その成立性を考察している点が研究の特色であり, 類例のない研究方法である. また, 非線形積分の収束定理は, 工学などの応用分野では, システムの積算過程の頑健性, 一貫性, 非カオス性を保証する大事な性質である. この研究により, 非線形積分の収束定理の理論が格段に整備され, 確固たる数学的基盤に基づいた応用が可能となる.

研究成果の概要(英文)：Various nonlinear convergence theorems are formulated for the Choquet, Sugeno, and Shilkret integrals to deal with a variety of modes of convergence of a sequence of measurable functions (for instance, pointwise convergence, almost everywhere convergence, convergence in measure, almost uniform convergence, and strong convergence in measure). Then, it is clarified what characteristics should be imposed on nonadditive measures for these nonlinear integral convergence theorems to hold. In addition to considering the individual integrals, the above convergence theorems are formulated for general nonlinear integral functionals defined on the product of the space of nonadditive measures and the space of measurable functions. Their validity is then investigated in a unified manner using our perturbation method.

研究分野：数学

キーワード：非加法的測度 非線形積分 摂動法 積分の収束定理 積分汎関数 Choquet積分 Sugeno積分 Shilkret積分

科研費による研究は, 研究者の自覚と責任において実施するものです. そのため, 研究の実施や研究成果の公表等については, 国の要請等に基づくものではなく, その研究成果に関する見解や責任は, 研究者個人に帰属します.

1. 研究開始当初の背景

非加法的測度は、数学的には必ずしも加法的とは限らない単調増加な非負拡大実数値集合関数である。測度の非加法性は、応用領域（評価問題、意思決定問題、協力ゲームの理論、不完全情報下での期待効用理論、パターン認識、画像処理、データマイニングなど）では様々な解釈されるが、一般には構成要素間の相互作用に起因して生じると考えられている。

非加法的測度とその積算概念である非線形積分の研究は、応用のみならず、測度論・積分論の精密化の観点からも重要である。しかし、測度の非加法性により、Lebesgue 流の研究指針を単に当てはめるだけでは、実りある研究成果を得ることはできない。こうした中で、非加法的測度が定める非線形積分として、Choquet 積分(1953)、Sugeno 積分(1974)、Shilkret 積分(1971)が定義され、その基本的な性質が調べられてきた。このタイプの非線形積分は、被積分関数の減少分布関数から決定されるため分布型積分と総称されている。一方、Lehrer(2009)が導入し、数理経済学で用いられる凹積分 (concave integral) や、Yang(1983)が Lebesgue 積分の一般化として定義した Pan 積分 (pan integral) などは、被積分関数の定義空間の有限可測分割を用いて決定される分割型積分の特殊形である。これらの非線形積分は、すべて可測空間上の非加法的測度のなす空間と可測関数空間の直積空間上の非負拡大実数値非線形汎関数（この汎関数を積分汎関数とよぶ）とみなせる。それゆえ、各積分の性質、特に積分収束定理の成立性を個別に精査することに加え、一般の積分汎関数を用いた統一的な理論展開が期待されていた。

2. 研究の目的

今回の研究では、前回の科学研究費補助金（課題番号：26400130）の研究で導入し、Choquet 積分、Sugeno 積分、Shilkret 積分などの分布型積分の収束定理（単調収束定理、有界収束定理、優収束定理）の統一理論展開への有用性が実証された『摂動法による解析手法』、すなわち、被積分関数を微小量だけ平行移動すると同時に、分布関数の値も微小量だけ増やして摂動を与えた時の、積分値の変化を上手に制御する解析手法をさらに発展させ、凹積分や Pan 積分などの分割型積分を含む一般の積分汎関数に対する積分収束定理の解析を格段に推進した。具体的には、以下の事項を明らかにした。

- (1) 一様可積分関数列に対する非線形積分の収束定理 (Vitali の定理の非線形化)
- (2) 可測関数列の様々な収束態様（各点収束、概収束、測度収束、概一様収束、平均収束、強測度収束など）に適切に対応する積分収束定理
- (3) p 乗可積分関数列に対する積分収束定理
- (4) 非加法的測度の双対測度に関する積分収束定理
- (5) 上記の結果の積分汎関数の摂動性を用いた統一理論展開の可能性
- (6) 分割型積分に適用可能な摂動法による解析手法の開発と収束定理への応用
- (7) 得られた研究成果の非加法的測度の応用領域への適用可能性

3. 研究の方法

主たる研究の方法は下記の通りである。

(1) 一様可積分関数列に対する非線形積分の極限定理 (Vitali の定理の非線形化) に関しては、まず、重要な非線形積分である Choquet 積分に対して、一様可積分性、一様積分有界性、一様絶対連続性の概念を定式化し、それらの間の関係を調べた。次に、被積分関数列が各点収束する場合、概収束する場合、測度収束する場合の3つに分けて Vitali の定理を定式化し、それらが成立するために非加法的測度に課すべき特性を見出した。引き続き、他の分布型積分である Sugeno 積分、Shilkret 積分に対しても Vitali の定理の適切な定式化とその証明を与え、最終的には、一般の積分汎関数に対する Vitali の定理が摂動法を用いて証明できないかを調べた。

(2) Vitali の定理以外の積分収束定理（単調収束定理、Fatou の補題、逆 Fatou の補題、有界収束定理、優収束定理）について、可測関数列の様々な収束態様に応じた定式化を行い、それらが成立するためにはどのような特性を非加法的測度に課すべきかを調べた。

(3) 今までほとんど研究されてこなかった p 乗可積分関数列に対する積分収束定理や、与えられた非加法的測度の双対測度に関する積分収束定理に対する適切な定式化を見出し、それらが成立するために非加法的測度に課すべき必要十分条件を探求した。また、それらの結果を積分汎関数に対しても定式化し、摂動法による統一理論展開を行った。

(4) 非加法的測度に新たな特性を導入することにより、非線形積分の中でも特に重要な Choquet 積分の収束定理を非加法的無限測度の場合に拡張した。

4. 研究成果

主な研究成果は下記の通りである。

(1) 一様可積分関数列に対する非線形積分の収束定理 (Vitali の収束定理の非線形化) について、非線形積分の中でも特に重要な Choquet 積分の場合を重点的に研究し、以下の結果を得た。

Vitali の定理の定式化に必須の概念である一様可積分性を Choquet 積分に対して定式化し、一様可積分性は、一様積分有界性かつ一様絶対連続性と同値であることを示した。また、この事実は、Shilkret 積分に対しても成立するが、Sugeno 積分に対しては成立しないことを示した。

Vitali の収束定理を被積分関数列が各点収束する場合、概収束する場合、測度収束する場合の 3 つに分けて考察し、以下の結果を得た。(a)各点収束の場合は、非加法的測度 μ に対して Vitali の収束定理が成立するための必要十分条件は、 μ が連続、すなわち、上から連続かつ下から連続である。(b)概収束の場合の必要十分条件は、 μ が連続かつ零加法的である。(c)測度収束の場合の必要十分条件は、 μ が自己連続である。また、有界収束定理の成立性についても全く同様の結果が成り立つことを示した。

Choquet 積分に関するその他の収束定理として、単調増加/減少収束定理、優収束定理を考察した。特に、優収束定理についても、被積分関数列の収束の態様に応じて、次の結果が得られることを示した。(a)各点収束の場合は、 μ に対して優収束定理が成立するための必要十分条件は、 μ が条件連続、すなわち、上から条件連続かつ下から条件連続である。(b)概収束の場合の必要十分条件は、 μ が条件連続かつ零加法的かつ零連続である。(c)測度の収束の場合の必要十分条件は、 μ が自己連続である。また、被積分関数列が測度収束する場合の単調増加/減少収束定理の成立性を得るために、新たに上からと下からの単調自己連続性の概念を導入した。

(2)非加法的測度による積算概念の中でも、Choquet 積分、Sugeno 積分、Shilkret 積分などの分布型積分は、被積分関数の減少分布関数を用いて定義されるので、関数列の測度収束と相性が良い。また、応用面でも、期待効用理論、可能性理論、証拠理論などで広く利用されている。そこで、これら分布型の非線形積分に対する有界測度収束定理と Vitali の測度収束定理を、摂動性をもつ非線形積分汎関数に対して定式化し、個別の積分形によらない統一的な理論展開により、次の結果を得た。(a)摂動的、上縁連続、水平劣加法的かつ生成的で、その生成器が極限保存的である積分汎関数に対して、Vitali の収束定理が成立するために非加法的測度に課すべき必要十分条件は自己連続性である。(b)摂動的かつ生成的で、その生成器が極限保存的である積分汎関数に対して、有界測度収束定理が成立するための必要十分条件も、非加法的測度の自己連続性である。

(3)非線形積分の中でも特に重要な Choquet 積分の収束定理に関しては、従来は被積分関数列が概収束する場合と測度収束する場合に対して、非加法的測度が有限であるという制限の下で、優収束定理が成立するための十分条件しか知られていなかった。また、非加法的測度の双対測度に関する積分収束定理の研究も無いに等しかった。そこで、被積分関数列が測度収束する場合について再検討し、有限とは限らない非加法的測度に対する新たな特性として、条件自己連続性の概念を導入し、測度収束関数列に対して優収束定理が成立するために非加法的測度に課すべき必要十分条件は条件自己連続性であることを示した。さらに、双対測度に関する優収束定理が成立するための必要十分条件も得られた。これらの結果により、優収束定理の適用範囲(十分条件)が格段に広がり、その適用限界(必要条件)も厳密に把握できるようになった。

(4)可算加法的な有限測度に対しては、可測関数列の収束に関する Lebesgue の定理と Riesz の定理により、測度収束する関数列の p 乗関数列 ($0 < p < \infty$) も測度収束する。それゆえ、測度収束する関数列の抽象 Lebesgue 積分の有界収束定理や Vitali の収束定理などの様々な収束定理から、 p 乗関数列の収束定理が自動的に得られる。しかし、非加法的測度の場合には、それが劣加法性などの非常に強い擬加法的性質を有していたとしても、一般には、関数列が測度収束したからといって、その p 乗関数列が測度収束するとは限らない。そこで、非線形積分汎関数の諸性質(摂動性、生成性、初等性、強単調性、上縁連続性、測度切断性、水平劣切断性など)がべき乗演算に対して頑健性をもつことを利用して、われわれが推進してきた非線形積分の収束定理に対する統一的理論展開の手法を継承したまま、 p 乗関数列の収束定理をすでに得られた研究成果の応用として導く方法論を確立した。これにより、測度収束する関数列の p 次モーメントの収束定理が容易に取り扱えるようになった。また、得られた結果を利用して、非加法的測度を用いて定義される Lorentz 空間の完備性を示した。

(5)Choquet 積分の平均収束定理について考察し、非加法的測度 μ が零加法的かつ性質(S)をもつときは、優平均測度収束定理が成立し、 μ が零加法的かつ強順序連続ならば、優平均概収束定理が成立することを示した。応用として、Vitali 型の平均測度収束定理と有界平均測度収束定理を導いた。

(6)概一様収束する被積分関数列に対して、Choquet 積分の収束定理を考察し、単調増加/減少収束定理、Fatou/逆 Fatou の補題、優収束定理、Vitali の収束定理、有界収束定理が成立するために非加法的測度に課すべき特性を見出した。さらに、同様の議論を双対測度に対しても展開し、対称及び反対称 Choquet 積分の収束定理を得た。

(7)測度収束、強測度収束、平均収束する被積分関数列に対して、有界収束定理が成立するための必要十分条件は、いずれの場合も非加法的測度の自己連続性であることを示した。

(8)Choquet 積分と Shilkret 積分に対して, Fatou の補題の成立性を考察し, 概一様収束する可測関数列に対して, p 次の Fatou の補題が成立するための必要十分条件は, 非加法的測度が下から単調自己連続であることを示した. この結果は, Choquet 積分で定義される L_p 空間 (以下では Choquet- L_p 空間とよぶ) や Shilkret 積分で定義される弱 L_p 空間の完備性の証明や, 引き続き採択された研究課題 (課題番号: 20K03695) での研究に利用されている.

(9)Choquet 積分に対する各点収束定理の成立性を再考し, 零関数に各点単調減少収束する可測関数列に対して単調減少収束定理が成立するための必要十分条件は, 非加法的測度が条件順序連続であることを示した. この結果も, Choquet- L_p 空間の可分性の証明や研究課題 (課題番号: 20K03695) で得られた定理の証明に利用されている.

従来から非線形積分の収束定理の統一化の試みはあったが, 積分形をある程度限定した議論だったので, すべての積分を包括した理論展開は行えなかった. 今回の研究では, 積分形を限定する代わりに, 積分汎関数に課すべき適切な特性 (生成性, 初等性, 摂動性, 内正則性, 上縁連続性, 下縁連続性など) を見出し, 新たに開発した摂動法を用いて, 個別の積分でなく, 一般の積分汎関数に対して収束定理を考察した点が, 研究の特色であり, 類例のない研究方法である.

非線形積分の収束定理の成立性は, 工学などの応用分野では, システムの積算過程の頑健性, 一貫性, 非カオス性を保証する大事な性質である. しかし, 実際には, 各種の積分収束定理を厳密な証明や定理の適用範囲の妥当性などには目をつぶって, 経験的に使用していることも多い. 今回の研究により, 非線形積分の収束定理の理論が格段に整備され, 確固たる数学的基盤に基づいた応用が可能となる.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計12件（うち査読付論文 7件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 12件）

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 Jun Kawabe | 4. 巻 396 |
| 2. 論文標題 Convergence in measure theorems of nonlinear integrals of functions integrable to the pth power | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Fuzzy Sets and Systems | 6. 最初と最後の頁 29 ~ 41 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.fss.2019.12.007 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Jun Kawabe | 4. 巻 379 |
| 2. 論文標題 The Vitali convergence in measure theorem of nonlinear integrals | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Fuzzy Sets and Systems | 6. 最初と最後の頁 63 ~ 81 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.fss.2019.04.003 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Jun Kawabe | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 Convergence in Measure Theorems of the Choquet Integral Revisited | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Lecture Notes in Artificial Intelligence | 6. 最初と最後の頁 17 ~ 28 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-26773-5_2 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |
| 1. 著者名 河邊 淳 | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 Choquet積分の測度収束定理の精密化 | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 第24回曖昧な気持ちに挑むワークショップ講演論文集 | 6. 最初と最後の頁 28 ~ 33 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------------|
| 1. 著者名 河邊 淳 | 4. 巻 2143 |
| 2. 論文標題 測度収束関数列の非線形積分のp次収束性 | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録 | 6. 最初と最後の頁 51 ~ 61 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|------------------------|
| 1. 著者名 Jun Kawabe | 4. 巻 22 |
| 2. 論文標題 A Unified Approach to Convergence Theorems of Nonlinear Integrals | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Advances in Mathematical Economics | 6. 最初と最後の頁 93 ~ 116 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-981-13-0605-1_4 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名 河邊 淳 | 4. 巻 2095 |
| 2. 論文標題 積分汎関数に対するVitali型収束定理 | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録 | 6. 最初と最後の頁 124 ~ 130 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|---------------------|
| 1. 著者名 Jun Kawabe | 4. 巻 11 |
| 2. 論文標題 Convergence theorems of the Choquet integral for three types of convergence of measurable functions | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Josai Mathematical Monographs | 6. 最初と最後の頁 55-74 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|-----------------------|
| 1. 著者名 Jun Kawabe | 4. 巻 3 |
| 2. 論文標題 The Vitali type theorem for the Choquet integral | 5. 発行年 2017年 |
| 3. 雑誌名 Linear and Nonlinear Analysis | 6. 最初と最後の頁 349-365 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|---------------------|
| 1. 著者名 河邊 淳 | 4. 巻 56 |
| 2. 論文標題 非線形積分の収束定理の統一的定式化 | 5. 発行年 2017年 |
| 3. 雑誌名 第56回実函数論・函数解析学合同シンポジウム講演集 | 6. 最初と最後の頁 35-54 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|---------------------|
| 1. 著者名 河邊 淳 | 4. 巻 49 |
| 2. 論文標題 対称・反対称Choquet積分に対するVitaliの収束定理 | 5. 発行年 2017年 |
| 3. 雑誌名 実解析学シンポジウム2017講演集 | 6. 最初と最後の頁 31-36 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|---------------------|
| 1. 著者名 河邊 淳 | 4. 巻 22 |
| 2. 論文標題 一様Choquet可積分性とVitali型収束定理 | 5. 発行年 2017年 |
| 3. 雑誌名 第22回曖昧な気持ちに挑むワークショップ講演論文集 | 6. 最初と最後の頁 62-67 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

〔学会発表〕 計20件（うち招待講演 8件 / うち国際学会 7件）

| |
|---|
| 1. 発表者名 Jun Kawabe |
| 2. 発表標題 The Vitali convergence theorem of nonlinear integral functionals |
| 3. 学会等名 The First Analysis Mathematica International Conference (国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Jun Kawabe |
| 2. 発表標題 Convergence in measure theorems of the Choquet integral revisited |
| 3. 学会等名 The 16th International Conference on Modeling Decisions for Artificial Intelligence (国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--------------------------------|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 p次可積分関数列の非線形積分の収束定理 |
| 3. 学会等名 日本数学会2019年秋季総合分科会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---------------------------------|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 Choquet積分の測度収束定理の精密化 |
| 3. 学会等名 第24回曖昧な気持ちに挑むワークショップ |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 非線形積分が定める関数空間の完備性 |
| 3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)関数空間論とその周辺(招待講演) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 山田直貴, 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 非加法的測度が定める測度収束による可測関数空間の完備性 |
| 3. 学会等名 第8回信州関数解析シンポジウム |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---------------------------------------|
| 1. 発表者名 伊崎秀範, 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 Choquet積分が定める L_p 空間の完備性 |
| 3. 学会等名 第8回信州関数解析シンポジウム |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Jun Kawabe |
| 2. 発表標題 The Vitali convergence theorem for distribution-based nonlinear integrals |
| 3. 学会等名 Summer Symposium in Real Analysis XLII (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Jun Kawabe |
| 2. 発表標題 A perturbation method in the study of convergence theorems of nonlinear integrals |
| 3. 学会等名 The 6th Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 A unified approach to convergence theorems of distribution-based nonlinear integrals |
| 3. 学会等名 日本数学会2018年秋季総合分科会 実函数論分科会 (招待講演) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 測度収束関数列の非線形積分のp次収束性 |
| 3. 学会等名 RIMS共同研究 (公開型) 関数空間の一般化とその周辺 (招待講演) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 積分汎関数に対するVitali型収束定理 |
| 3. 学会等名 RIMS研究集会 (公開型) 関数空間の深化とその周辺 (招待講演) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Jun Kawabe |
| 2. 発表標題 Convergence theorems of nonlinear integrals |
| 3. 学会等名 The 10th Anniversary Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Jun Kawabe |
| 2. 発表標題 Convergence theorems of nonlinear integral functionals |
| 3. 学会等名 Positivity IX (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Jun Kawabe |
| 2. 発表標題 The Vitali convergence theorem for nonlinear integrals |
| 3. 学会等名 6th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|------------------------------|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 非線形積分の収束定理とその統合化 |
| 3. 学会等名 数理経済学会セミナー (招待講演) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 非線形積分の収束定理の統一的定式化 |
| 3. 学会等名 第56回実函数論・函数解析学合同シンポジウム（招待講演） |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|-------------------------------------|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 Choquet積分に対するVitaliの収束定理 |
| 3. 学会等名 日本数学会2017秋季総合分科会 実函数論分科会 |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 対称・反対称Choquet積分に対するVitaliの収束定理 |
| 3. 学会等名 実解析学シンポジウム2017 |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|--------------------------------------|
| 1. 発表者名 河邊 淳 |
| 2. 発表標題 一様Choquet可積分性とVitali型収束定理 |
| 3. 学会等名 第22回曖昧な気持ちに挑むワークショップ |
| 4. 発表年 2017年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

信州大学学術情報オンラインシステムSOAR
<http://soar-rd.shinshu-u.ac.jp/profile/ja.jaAaZVkh.html>

6. 研究組織

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|--|---------------------------|-----------------------|----|
|--|---------------------------|-----------------------|----|

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|