

令和 6 年 10 月 5 日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2023

課題番号：17K05295

研究課題名（和文）ランダム環境下の確率成長とその相転移

研究課題名（英文）Stochastic evolution in random environment and its phase transition

研究代表者

吉田 伸生 (Yoshida, Nobuo)

名古屋大学・多元数理科学研究科・教授

研究者番号：40240303

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：1 研究開始当初の背景 対称かつ規約なランダムウォークについてその推移作用素の摂動は「濡れ転移」と呼ばれる相転移現象の数学モデルとして用いられる。2 研究の目的 対称かつ規約なランダムウォークについてその推移作用素の摂動を、非コンパクト摂動の場合に解析すること。3 研究の方法 コンパクト作用素を一般化した「疎な」摂動を考えた。また摂動後の作用素は通常の二乗和有限数列の空間において非対称であるため、本質的スペクトルの定式化にはフレドホルム作用素の理論を用いた。4 研究成果 (1) 作用素の本質的スペクトルの特徴づけ(2)固有関数の指数減衰(3)絶対スペクトルギャップの存在。

研究成果の学術的意義や社会的意義

確率変数の特性関数という極めて基本的な対象に対し重要な新知見を得たことは意義深い。ランダムウォークの摂動は広い応用を持ち、そのスペクトルの理解はランダムウォークの長時間挙動を理解する上で重要である。摂動がコンパクト作用素の場合の解析は、本質的スペクトルが摂動により不変であることから比較的容易であるが、非コンパクト摂動の場合は本質的スペクトルが摂動により変化するため同じ手法は通用しない。このような状況の中で、解析を実行し、コンパクト作用素の場合と遜色のない結果を得た点は意義深い。

研究成果の概要（英文）：We investigated the period group of the characteristic function of a random variable. We proved that the random variable is non-degenerate if and only if the period group is a lattice. We considered symmetric irreducible random walk and investigated its perturbation.

研究分野：probability theory

キーワード：random walk perturbation sparse potential

確率変数の特性関数の周期群の構造を調べ、積率の存在などを一切仮定しない一般的な設定のもとで、次の結果を得た。

定理：以下は同値である。

- a) 確率変数が非退化である。
- b) 周期群が格子群である
- c) 周期群は集積を持たない。

また、対称かつ規約なランダムウォークについてその推移作用素の摂動を考察した。ここでは特に"sparse"な摂動について調べ、以下の結果を得た。

- (1) 作用素の本質的スペクトルの特徴づけ
- (2) 固有関数の指数減衰
- (3) 絶対スペクトルギャップの存在条件。

また、以上の確率論への応用として摂動を受けたランダムウォークを記述するギブス測度が適切なマルコフ連鎖に収束することを示した。

We investigated the period group of the characteristic function of a random variable. We proved that the following are equivalent.

- a) The random variable is nondegenerate.
- b) The period group is a lattice.
- c) The period group does not have an accumulating point.

We considered symmetric irreducible random walk and investigated its perturbation. In particular, we considered "sparse potential". We obtained the following results.

- 1) Characterization of the essential spectra.
- 2) Exponential decay of the eigen function.
- 3) Sufficient condition for absolute spectral gap.

確率変数の特性関数という極めて基本的な対象に対し、積率の存在などを一切仮定しない一般的な設定のもとで、確率変数が非退化であるためには周期群が格子群であることが必要十分であるという重要な新知見を得たことは意義深い。

ランダムウォークの摂動は広い応用を持ち、そのスペクトルの理解はランダムウォークの

長時間挙動を理解する上で重要である．摂動がコンパクト作用素の場合の解析は，本質的スペクトルが摂動により不変であることから比較的容易であるが，非コンパクト摂動の場合は本質的スペクトルが摂動により変化するため同じ手法は通用しない．このような状況の中で，解析を実行し，コンパクト作用素の場合と遜色のない以下の結果を得た点は意義深い．

ここでは特に"sparse"な摂動について調べ，以下の結果を得た．(1)作用素の本質的スペクトルの特徴づけ(2)固有関数の指数減衰(3)絶対スペクトルギャップの存在条件．また，以上の確率論への応用として摂動を受けたランダムウォークを記述するギブス測度が適切なマルコフ連鎖に収束することを示した．

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

|  |                         |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名<br>Ryoki Fukushima, Makoto Nakashima, Nobuo Yoshida       | 4. 巻<br>47 (2)          |
| 2. 論文標題<br>The Period Group of a Characteristic Function         | 5. 発行年<br>2022年         |
| 3. 雑誌名<br>Real Anal. Exchange                                    | 6. 最初と最後の頁<br>323 - 332 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子）<br>10.14321/realanalexch.47.2.1633525535 | 査読の有無<br>有              |
| オープンアクセス<br>オープンアクセスとしている（また、その予定である）                            | 国際共著<br>-               |

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| 氏名<br>（ローマ字氏名）<br>（研究者番号） | 所属研究機関・部局・職<br>（機関番号） | 備考 |
|---------------------------|-----------------------|----|
|---------------------------|-----------------------|----|

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|