

令和 2 年 6 月 23 日現在

機関番号：17401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K05304

研究課題名(和文)シュレディンガー形式と重み付きマルコフ過程の確率解析

研究課題名(英文) Schrödinger forms and stochastic analysis for weighted Markov processes

研究代表者

金 大弘 (Kim, Daehong)

熊本大学・大学院先端科学研究部(工)・教授

研究者番号：50336202

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、必ずしも有界変動ではない加法汎関数までを含む一般化されたファインマン・カッツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程に関する大域的性質とその周辺問題に対して、シュレディンガー形式論という直接的な解析的相対概念を定式化することで、新しくより見通しの良い関数解析学的理論の展開を構築することができた。また、その応用として、シュレディンガー作用素に関する最大値原理やその半群のコンパクト性およびスペクトル半径の L_p -独立性について新しい結果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

マルコフ過程における確率論的諸問題をディリクレ形式論やポテンシャル論のような解析学的な観点からみると、確率論的概念における数多くの解析的相対概念が上手く対応している。これは、M. Silverstein 氏や福島正俊氏による一連の先駆的な仕事から初めて指摘され、この分野における近年の研究においても引き継がれている。本研究成果は、このようなトレンドを引き継いだものであり、広い視野でみると確率論と解析学の両方に対する分野横断的研究でもある。確率論と解析学を跨ぐ研究は両分野の理論体系をより豊かにするだけでなく、その周辺問題への応用の範囲も広くしたことに意義がある。

研究成果の概要(英文)：In this research, we studied the theory of Schrodinger forms and their associated weighted stochastic processes induced by the so called generalized Feynman-Kac functionals containing a continuous additive functional of zero quadratic variation. As applications, we obtained some important results such as maximum principles of Schrodinger operators as well as the compactness and L_p -independence of spectral radius of Schrodinger semigroups.

研究分野：数物系科学

キーワード：確率論 確率解析 確率過程論 ディリクレ形式論

1. 研究開始当初の背景

(1) 局所型ファインマン・カツツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程に関する確率論的問題は、M. Silverstein 氏や福島正俊氏によって発展されてきたディリクレ形式論やポテンシャル論といった関数解析学的理論と深い繋がりがあり、非常に有効な手法としてその明快な理論構築がなされている。また、重み付き対称マルコフ過程の滞在時間分布に関する大偏差原理や重み関数の可積分性に関する問題、重み付き対称マルコフ過程における半群のスペクトル半径の独立性や熱核の安定性に関する問題、処罰問題と呼ばれているファインマン・カツツ汎関数を正規化して得られる測度に対する極限問題など、対称マルコフ過程をめぐる重要な応用問題の取り組みに関しても上述した関数解析学的アプローチは非常に汎用性のある手法として確立されていた。

(2) 有界変動な加法汎関数による非局所型ファインマン・カツツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程における類似の問題も、純飛躍型ギルサノフ変換を用いてそのマルコフ過程を変換することにより、局所型重み付きの問題に帰着させることができる。一方では、必ずしも有界変動ではない加法汎関数によるファインマン・カツツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程における類似の問題に対しては、一部の部分的な結果を除けばその発展的な取り組みはなく殆ど詳しく研究されていない上で、その関連する周辺問題への応用研究もその必要性に答えられていなかったことが本研究開始当時の背景にあり、本研究の着想に至る動機づけとなった。

2. 研究の目的

(1) ディリクレ形式論やポテンシャル論といった関数解析学的取り組みによるマルコフ過程の確率論的問題およびその応用への研究は、この分野における様々な新しい関数解析学的理論の展開を提供してきた。本研究では、必ずしも有界変動ではない加法汎関数までを含む一般化されたファインマン・カツツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程に関する大域的性質とその周辺問題に対して、シュレディンガー形式論という直接的な解析的相対概念を定式化することで、新しくより見通しの良い関数解析学的理論の展開を構築することを目的とした。

(2) もう一つの重要な本研究での目的としては、数理物理分野やシュレディンガー作用素論などにおいてその必要性が幅広く要求されつつある加法汎関数によるファインマン・カツツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程に関する大域的性質とその周辺問題を、必ずしも有界変動ではない加法汎関数によるファインマン・カツツ汎関数の重みを扱う形で既存の結果を拡張することで、それから派生する新しい領域への関連応用問題を提案することであった。

3. 研究の方法

(1) 本研究は、申請者と分担者である桑江一洋氏とで定期的に研究打ち合わせを実施することで共同研究を行い、その成果を連携研究者の上村稔大氏と塩沢裕一氏に検討をお願いする形で研究を進行させてきた。また、関連する最新の研究資料と情報の収集や類似分野の書籍・論文集などを購入することで、それらを通じて研究に必要な知識や手法も修得した。

(2) アメリカ University of Washington の Z.-Q. Chen 氏や韓国ソウル大学の Panki Kim 氏、鹿児島高専の松浦将國氏など、国内外の他の関連研究者との定期的な研究打ち合わせや情報交換を行うことで、新しい応用分野への共同研究の実施とその研究成果を本研究に還元することができた。

4. 研究成果

本研究期間中に挙げられた研究成果は以下の通りである。

(1) 必ずしも有界変動ではない加法汎関数までを含む一般化されたファインマン・カツツ汎関数の重みをもつ対称マルコフ過程に関する大域的性質とその周辺問題に対して、シュレディンガー形式論という直接的な解析的相対概念を定式化することで、新しく関数解析学的理論の展開を構築するとともに、シュレディンガー作用素における最大値原理について既存の結果を拡張した(発表論文 を参照)。

(2) ポテンシャル測度におけるグリーン緊密性の概念をより拡張することで、一般化ファインマン・カツツ汎関数におけるゲージ理論の拡張とそのゲージ性に関する解析的特徴付けの結果を得た(発表論文 を参照)。

(3) ファインマン・カツ汎関数の計測可能性とそのスペクトルボトムからの解析的特徴付け問題について、飛躍型加法汎関数やエネルギー零の加法汎関数を含む最も一般的な場合において新しい理論を展開した(発表論文を参照)。また、この研究から明らかになった事実としてスペクトルボトムからの解析的特徴付けは一意的ではないことから誘導される、様々な解析的特徴付けの同等性およびその具体的な例における研究成果も得ることができた。なお、発表論文の成果は、(1)での問題を考察する過程で提起されたものである。

(4) 一般化シュレディンガー形式の劣臨界性における研究結果を応用した一般化重み付き半群のスペクトル半径の L_p 独立性に関する問題について、基底マルコフ過程の規約性などの条件を外したもっとも一般的な枠組みのもとでの成果を得た(発表論文)。同問題における別のアプローチとして Log-Sobolev 不等式などの直接的な解析手法を駆使した取り組みを利用し、最も一般的な条件の下で既存のスペクトル半径の独立性に関する研究も進行中である。

(5) 古典的な散乱理論で現れる重要な物理量であるシュレディンガー作用素の散乱振幅や散乱長などの概念はポテンシャル関数により定義されるゲージ関数と深い関係があるが、飛躍型加法汎関数に対する散乱長の準古典的極限と容量、更にシュレディンガー作用素の半群のコンパクト性に関する主張を散乱長の特徴付けより与えた(発表論文)。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件／うち国際共著 1件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Daehong Kim and Masakuni Matsuura	4. 巻 293
2. 論文標題 On a scattering length for additive functionals and spectrum of fractional Laplacian with a non-local perturbation.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematische Nachrichten	6. 最初と最後の頁 327-345
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） http://10.1002/mana.201800254	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Zhen-Qing Chen, Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae	4. 巻 374(1-2)
2. 論文標題 L _p -independence of spectral radius for generalized Feynman-Kac semigroups.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 601-652
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） https://doi.org/10.1007/s00208-018-1746-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae	4. 巻 370(1-2)
2. 論文標題 General analytic characterization of gaugeability for Feynman-Kac functionals	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 1-37
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） https://doi.org/10.1007/s00208-017-1516-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Daehong Kim and Kazuhiro Kuwae	4. 巻 369(7)
2. 論文標題 Analytic characterizations of gaugeability for generalized Feynman-Kac functionals	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 4545-4596
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） http://dx.doi.org/10.1090/tran/6702	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kurniawaty Mila, Kazuhiro Kuwae and Kaneharu Tsuchida	4. 巻 57(3)
2. 論文標題 On the doubly Feller property of resolvent.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Kyoto Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 637-654
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 Daehong Kim
2. 発表標題 Scattering length for additive functionals and compactness of Schrodinger semigroups.
3. 学会等名 Probability Seminar in Seoul National University, Korea (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Daehong Kim
2. 発表標題 Recurrence of direct products of diffusion processes in random media having zero potentials.
3. 学会等名 Markov Processes and Related Fields in Nagaoka, Japan
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Daehong Kim
2. 発表標題 Compactness and heat kernel estimates for Markov and Schrodinger semigroups.
3. 学会等名 Workshop on Dirichlet forms and related topics in Kansai University, Japan (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Conservativeness and Feller property of diffusion processes on Riemannian manifolds with m -Bakry-Emerly Ricci tensor for $m \leq 1$
3. 学会等名 確率論シンポジウム2018
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Daehong Kim
2. 発表標題 On a scattering length for additive functionals and spectrum of fractional Laplacians with non-local perturbations.
3. 学会等名 Markov Processes and Related Fields (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Daehong Kim
2. 発表標題 Scattering length and the spectrum of fractional Laplacian with non-local operators.
3. 学会等名 Dirichlet Forms and Stochastic Analysis (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Radial processes on $RCD^*(K, N)$ -spaces
3. 学会等名 岡山・広島 解析・確率論セミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kazuhiro Kuwae
2. 発表標題 Lp-independence of spectral radius for generalized Feynman-Kac semigroups
3. 学会等名 福岡大学確率論セミナー（招待講演）
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	桑江 一洋 (Kuwae Kazuhiro) (80243814)	福岡大学・理学部・教授 (37111)	