

令和 5 年 6 月 29 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2022

課題番号：17K05339

研究課題名(和文)外力を持つ外部領域上の Navier-Stokes 方程式の実解析的研究

研究課題名(英文) Real analytic research on the Navier-Stokes equations on exterior domains with external force

研究代表者

山崎 昌男 (Yamazaki, Masao)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：20174659

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：2次元の非有界領域、特に外部領域上で、非圧縮性流体の運動を記述する Navier-Stokes 方程式に関する研究を行った。

まず外部領域における定常問題を考察した。この問題については遠方で減衰する解の存在のための一般的な条件が知られていなかった。この問題について領域、外力及び境界条件について新たな対称性の条件を課し、その下でのエネルギー不等式をみたす弱解の存在及び一意性を得た。次いで外力が時間とともに変動する場合に、全平面で考察した。外力に上で課した対称性の条件を仮定し、その下での小さい解の一意存在及び安定性を示した。2次元での弱い減衰を克服するために重み付き Lorentz 空間を用いた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

Navier-Stokes 方程式は航空機、船舶、鉄道車両、自動車盗の製造に重要な役割を果たす。本研究は具体的な問題に直接かかわっていないが、Navier-Stokes 方程式に新たな知見を与え、その研究の進展にきよするものである。

研究成果の概要(英文)：The author investigated Navier-Stokes equations, which describe motion of incompressible fluids, in 2-dimensional unbounded domains. (In particular exterior domains.) The author first considered stationary problem in exterior domains. No general condition was obtained for the existence of solutions which decay at infinity. The author showed the unique existence of weak solutions satisfying energy inequality under the assumption under newly introduced symmetry assumptions on domains, external forces and the boundary conditions. The author next considered on the whole plane in the case where external forces depends on time. Under the aforementioned symmetry condition on the external forces, the author showed the unique existence and stability of small solutions. in order to overcome the weak decay in 2-dimension, we employed the weighted Lorentz spaces.

研究分野：偏微分方程式

キーワード：Navier-Stokes方程式 外部領域 安定性 Lorentz空間 実補間

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

外力がある非有界領域上の Navier-Stokes 方程式の小さい解の研究は、3次元以上では概ね研究が終了しているが、減衰が弱い2次元の場合間研究が進んでいなかった。特にこれまで主に用いられていた長方形2面体群に関する仮定の下では遠方で十分に減衰する解が存在するための一般的な条件が知られていなかった。一方研究者は正方形2面体群に関する対称性を仮定して研究していたが、この仮定初世卓ように思われた。

2. 研究の目的

以上の状況から、2次元非有界領域、特に外部領域で十分に減衰する解の一意存在及び安定性を保証する条件を求めることを目的とした。このためにはある種の対称性が必要であると予想されるが、そこで正方形2面体群の部分群であって、長方形2面体群とは異なるものとして4次巡回群に関する対称性が必要であると予想された。

3. 研究の方法

2次元では減衰の効果が弱いので、時間依存の場合に通常用いられる積分方程式による手法では Bochner 積分可能ではなくなってしまう。しかし可分でない空間を用いれば Bochner 積分は強すぎ、汎弱位相での収束を示せば十分である。このためには前双対である Lorentz 空間での Bochner 積分の収束を示せばよい。このために以前研究者が用いた方法、すなわち初期値をノルムの評価に移す卑賤検車号に実補間を適用することを2次元に適用できるように修正して用いた。

4. 研究成果

定常問題については2次元外部領域において領域が4次巡回群で不変、外力及び境界条件が4次巡回群について同変な場合に、十分に減衰する定常解の一意存在と安定性が得られた。外力が時間に依存し、4巡回群について同変である場合には全平面上の小さい解の一意存在及び安定性を得た。これは時間周期解および時間概周期解の存在を保証するものである。

5. 主な発表論文等

雑誌論文、計2本

著者 Masao Yamazaki

論文表題 Existence and Uniqueness of Weak Solutions to the Two-Dimensional Stationary Navier-Stokes Exterior Problem

雑誌名 Journal of Mathematical Fluid Mechanics

巻 0

発行年 2018

最初と最後の頁, 2019^2051

掲載論文の URL [10.1007/s00021-018-0397-y](https://doi.org/10.1007/s00021-018-0397-y)

査読: 有

オープンアクセス オープンアクセスとしている

国際共著 該当しない

著者 Masao Yamazaki

論文表題 The Navier-Stokes equations on the plane with time-dependent external forces

雑誌名 Partial Differential Equations and Applications

巻 2

発行年 2021

論文番号 54

掲載論文の URL [10.1007/s42985-021-00107-6](https://doi.org/10.1007/s42985-021-00107-6)

査読 有

オープンアクセス オープンアクセスにしている

国際教書 該当しない

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Masao Yamazaki	4. 巻 2
2. 論文標題 The Navier-Stokes equations on the jplane with time-dependent external forces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Partial Differential Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 論文番号4
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s42985-021-00107-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Yamazaki Masao	4. 巻 20
2. 論文標題 Existence and Uniqueness of Weak Solutions to the Two-Dimensional Stationary Navier-Stokes Exterior Problem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Fluid Mechanics	6. 最初と最後の頁 2019 ~ 2051
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00021-018-0397-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 1件/うち国際学会 0件）

1. 発表者名 山崎 昌男
2. 発表標題 2D Navier-Stokes equations on the plane with time-dependent external forces
3. 学会等名 第9回岐阜県数理研究集会（招待講演）
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 （ローマ字氏名） （研究者番号）	所属研究機関・部局・職 （機関番号）	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------