

令和 3 年 6 月 15 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2020

課題番号：17K05359

研究課題名（和文）確率制御理論における同定問題の研究

研究課題名（英文）Identification problems in stochastic control theory

研究代表者

中野 張 (Nakano, Yumiharu)

東京工業大学・情報理工学院・准教授

研究者番号：00452409

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,800,000円

研究成果の概要（和文）：確率最適制御理論における逆問題について、提案した枠組みにおいて、適切性が成り立つための十分条件を明らかにした。また数値解法についても検討し、いくつかの具体的な問題に対して、処罰パラメーターが高い精度で再現されることを数値的に確認した。部分観測確率制御問題の数値解析について、拡散過程に対する部分観測問題の特徴付けるZakai方程式に対するカーネル選点法の収束の議論を基に、元の問題を通常の有限次元完全観測確率制御問題により近似し、その誤差評価を与えた。これはすなわち、部分観測確率制御問題に対応する無限次元ハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式を有限次元のそれと近似する手法を与えることを意味する。

研究成果の学術的意義や社会的意義

これまで、確率制御の一般的枠組みにおいて逆問題はほとんど研究されておらず、また、決定論的制御においても逆問題の適切性を議論した論文は無いため、本成果は、最適制御の逆問題という、長年重要視されてきた問題に対し理論的基盤の一つを与えるものと位置付けられる。さらに、部分観測確率制御問題に対して実装可能な数値解法を初めて提供した。本研究の貢献は、非線形確率システム同定・制御の実用化に必要な部分の数値解析の端緒として位置付けられ、これを基に広範囲の応用分野の発展が期待できる。

研究成果の概要（英文）：For the inverse problem in stochastic optimal control theory, we have clarified the sufficient conditions for well-posedness in the proposed framework. The numerical solutions are also discussed, and it is confirmed numerically that the penalty parameters are reproduced with high accuracy for some specific problems. For the numerical analysis of the partial observation stochastic control problem, based on the discussion of the convergence of the kernel-based method for the Zakai equation, which characterizes the partial observation problem for diffusion processes, the original problem is approximated by an finite-dimensional complete observation stochastic control problem and the error evaluation is given. This means that we give a method to approximate the infinite-dimensional Hamilton-Jacobi-Bellman equation corresponding to the partial observation stochastic control problem by that of finite dimension.

研究分野：確率制御理論

キーワード：部分観測確率制御 逆問題

1. 研究開始当初の背景

(i) 確率最適制御理論における逆問題

一般に、順問題とは、所与のモデルを入力として必要な量を算出することであり、制御理論の枠組みにおいては、所与の制御システムと評価関数に対して最適な制御則を求めることである。一方、逆問題とは、所与の制御則からそれを最適とする制御モデルを決定することである。多くの逆問題においては評価関数の決定を目的とする。Kalman (1964)に始まり、確定的制御システムに対してはいくつかの手法が提案されているが、理論の体系化にはほど遠い状況であり、連続時間確率システムに対しては研究は皆無とされている。しかし、他分野の逆問題と同様に、応用上の重要性は明らかであり、現在は問題ごとに工学的な観点からアドホックな手法が用いられている。

(ii) 部分観測確率制御問題の数値解析

応用上、システムが直接観測できなかつたり、ノイズ付きでのみ観測される場合は多いが、このような場合を考慮した制御問題を部分観測確率制御問題という。理論的基礎となるのは、Lion (1988)を端緒とする、確率測度を変数とする無限次元 HJB 方程式による特徴付けである。これを拡張する形で理論的研究は進んでおり、Bandini et al. (2019)が、理論的にほぼ完全で、おそらく今後標準的とみなされる成果になると思われる。しかし、解くべき対象が無限次元の非線形偏微分方程式という形であることから、実際の問題への適用に関しては大きな困難がある。

2. 研究の目的

連続時間確率制御理論においては、オープンかつ難問で、有望な応用を持つ同定問題が複数存在する。本研究課題ではそのうち、(i) 確率最適制御理論における逆問題、(ii) 部分観測確率制御問題の数値解析、の2つに取り組み、それぞれについて、一般のモデルに対して実装可能なアルゴリズムの開発および数学的に厳密な収束証明の達成を目的とする。申請者がこれまで研究してきた、ハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式に対するメッシュフリー法のアルゴリズムや証明の技法を応用・発展させ、これらを研究の柱とする。本研究目的の達成により、非線形確率システム同定・制御の実用化に必要な部分の数値計算手法が初めて提供されることになり、広範囲の応用分野の発展が期待できる。

3. 研究の方法

(i) 確率最適制御理論における逆問題

これについては逆問題を評価基準における、処罰パラメータを求める問題として定める。

(ii) 部分観測確率制御問題の数値解析

部分観測確率制御問題を Zakai 方程式の完全観測制御問題として定式化し直し、補間作用素の安定性および、拡散過程に対する部分観測問題を特徴付ける Zakai 方程式に対するカーネル選点法の収束の議論を基に、元の問題を通常の有限次元完全観測確率制御問題により近似し、その誤差評価を与える。これはすなわち、部分観測確率制御問題に対応する無限次元ハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式を有限次元のそれで近似する手法を与えることを意味する。

4. 研究成果

(i) 確率最適制御理論における逆問題

提案した枠組みにおいて、適切性が成り立つための十分条件を明らかにした。また数値解法についても検討し、いくつかの具体的な問題に対して、処罰パラメータが高い精度で再現されることを数値的に確認した。これらの成果を1編の論文としてまとめ現在投稿中である。これまで、確率制御の一般的枠組みにおいて逆問題はほとんど研究されておらず、また、決定論的制御においても逆問題の適切性を議論した論文は無いため、本成果は、最適制御の逆問題という、長年重要視されてきた問題に対し理論的基盤の一つを与えるものと位置付けられる。

(ii) 部分観測確率制御問題の数値解析

研究計画では、部分観測確率制御を線形確率偏微分方程式と高次元ハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式の2種類の偏微分方程式の近似問題に帰着させることを目標としており、本研究では、適切なカーネル型関数近似を開発することにより、この目標の達成を試みた。具体的には、連続関数の空間における作用素ノルムが有界となるようなカーネル型関数近似のクラスを開発した。これにより、確率偏微分方程式のカーネル選点法の収束を明快な仮定の下で示すことができた。加えて、反復法によるカーネル型関数近似のクラスの研究を進めた。適当な反復法により大規模逆行列計算が避けられるので、このクラスの関数近似は高次元の問題に適用可能である。これを高次元ハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式の数値解析を応用した。これらの成果は投稿準備中である。本成果は部分観測確率制御問題に対して実装可能な数値解法を提供した初めての研究と位置付けられる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Y. Nakano	4. 巻 Online First
2. 論文標題 Kernel-based collocation methods for Zakai equations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Stochastic and Partial Differential Equations: Analysis and Computation	6. 最初と最後の頁 1--19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40072-019-00132-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Nakano, Y.	4. 巻 136
2. 論文標題 Convergence of meshfree collocation methods for fully nonlinear parabolic equations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Numerische Mathematik	6. 最初と最後の頁 703--723
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00211-016-0852-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kinoshita Yuki, Nakano Yumiharu	4. 巻 Online first
2. 論文標題 Kernel-based collocation methods for Heath-Jarrow-Morton models with Musiela parametrization	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Stochastics	6. 最初と最後の頁 1~24
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/17442508.2020.1817024	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 中野 張	4. 巻 64
2. 論文標題 カーネル選点法によるZakai方程式の数値解析	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 システム / 制御 / 情報	6. 最初と最後の頁 258 ~ 263
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11509/isciesci.64.7_258	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 中野 張	4. 巻 29
2. 論文標題 非線形偏微分方程式に対するカーネル選点法	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 応用数理	6. 最初と最後の頁 18 ~ 25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/bjsiam.29.4_18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件 (うち招待講演 4件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 Y. Nakano
2. 発表標題 Convergent collocation methods for Hamilton-Jacobi-Bellman equations
3. 学会等名 The 23rd International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Nakano
2. 発表標題 Convergent collocation methods for fully nonlinear parabolic equations
3. 学会等名 CJK Conference on Numerical Mathematics 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中野張
2. 発表標題 非線形放物型PDEに対するカーネル選点法の収束について
3. 学会等名 次世代の科学技術を支える数値解析学の基盤整備と応用展開 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中野張
2. 発表標題 線形・非線形放物型偏微分方程式に対するメッシュフリー選点法
3. 学会等名 東大数値解析セミナー（招待講演）
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------