

令和 2 年 6 月 9 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K05367

研究課題名(和文)非正規型疑似尤度解析による確率過程推測の深化

研究課題名(英文) Deepening statistical inference for stochastic processes via locally non-Gaussian quasi-likelihood

研究代表者

増田 弘毅 (Masuda, Hiroki)

九州大学・数理学研究院・教授

研究者番号：10380669

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：非正規ノイズ型確率過程モデルに基づいた回帰モデルを提案し、局所安定疑似尤度による推測理論を構築した。特に顕著な成果として、変動指数とスケール構造の識別不能性が、モデルのスケール構造の一種の不均一性によって漸近的に解消されることが示された。その結果、モデルを特徴付ける変動指数、トレンド構造、およびスケール構造の同時推測法が確立された。またモデルのエルゴード性を仮定せず、近似信頼集合の簡明かつ統一的な構成が可能となった。本研究成果は「拡散過程モデルに対する正規型疑似尤度推定」の図式を拡張するため、非正規従属性構造の非エルゴード的推測における一つの標準・基礎体系構築への多大な貢献が期待される。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年計算機能力の爆発的進歩にともない、複雑な従属性および強い非正規性や時間非一様性が宿る高頻度時系列データが、数多くの応用分野で確保可能となってきた。本研究では、これらのデータを適切に扱うための新たな推測理論体系の構築に取り組んだ。特に顕著な研究成果は、本研究で提案された疑似尤度(推定手法)によってモデルの全パラメータの近似信頼集合が構成可能となり、モデルのトレンド構造およびスケール構造のモデル評価基盤が得られたことである。提案された全ての手法は理論的に保証されたものであり、その実行アルゴリズムは明快で再現性も容易に担保できるため、内部機構のわかる統計ソフトウェアでの実装へつながる。

研究成果の概要(英文)：Concerned with statistical inference for non-ergodic non-Gaussian models, we introduced a locally stable regression model and proved theoretical properties of the locally stable quasi-likelihood estimator (QMLE). Most notably, we have shown that a kind of heteroskedasticity of the scale coefficient makes it possible to sidestep the known annoying degeneracy problem of the asymptotic Fisher-information matrix. As a result, we have established how to jointly estimate the three characteristics of the locally stable model: the activity index, the trend structure, and the scale structure, followed by a way to construct an approximate confidence set. The results obtained in our studies extends the well-established Gaussian QMLE for diffusion models, hence are expected to serve as a series of standards for making inference for models having complex dependence structure as well as the non-Gaussianity quite frequently observed in reality.

研究分野：数理統計学, 確率過程論

キーワード：確率過程モデル 疑似安定レヴィ過程 統計的漸近理論 非正規型疑似安定尤度解析

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

近年計算機のデータ処理・蓄積能力の大きな進歩にともない、生命科学、信号処理、数理生物学、行動生態学、物理学、計量経済学、制御工学など多岐にわたる応用分野において高頻度時系列データが確保可能となってきた。そのような大規模データには、複雑な従属性に加え、ロングテールなど強い非正規性が遍く宿ることが認識されている。例えば、正規ノイズに基づく従来の確率微分方程式モデリングの理論の正当性はノイズの正規性検定によって容易に棄却され、そこから得られる統計的結論は信頼性に欠けたものとなる。従来にはない柔軟な表現力を持つモデル族とその推測理論体系の構築の需要が、ここに生じる。

特に、サンプリング頻度、すなわち時間軸に沿ったデータの巨視的のみならず微視的な特性を同時に表現し解析するためには、高頻度データ(微小時間増分)に非正規分布をフィッティングさせる推測理論の基盤構築が重要となる。本研究開始当時には、ノイズの正規性検定、正規型擬似尤度推定、非正規ノイズ推定のさまざまな各論研究の蓄積など、いくつか基礎的な理論結果は得られていたものの、高い汎用性と統計的有効性を兼ね備えた標準的なモデリング方法論は確立されていなかった。とりわけ、非正規レヴィノイズを持つ非エルゴードモデルの推測理論の体系化の研究はまだ歴史が浅く、発展途上であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、局所安定レヴィ駆動型モデル(Locally stable process: LSP)を対象として、モデルの推定、予測、評価といった基礎的な統計推測理論体系の一つの「標準」を創成することにある。特に筆者自身がこれまで提案した非正規安定型擬似尤度解析(Stable quasi-likelihood: SQLF)の改良を軸に、拡散過程モデルとは一線を画するLSPの理論的優位性の解明、ならびに統計的有用性の深化を図る。研究全体をつうじて、確率解析と統計解析を融合的に用いた「簡潔かつ理論的に厳密な統計解析手法の開発」をモットーに、モデルの局所非正規に効率良く対処可能な方法論とその理論基盤を整備する。それにより、非正規型高頻度従属データの統計学の底上げ発展に資する。

具体的には、以下のとおり大きく2つに分類される。

(a) 「LSP 特性量の同時推定法の開発」

確率微分方程式モデルを主対象に、自己従属性や共変量過程を幅広くモデルへ取り込みつつ、LSPの特性量の三つ組「局所安定指数、局所トレンド関数、局所スケール関数」を同時または適合的・段階的に推測する手法を開発する。これらのパラメータはそれぞれ、微小時間における変動の度合い、時間発展現象の緩やかな動き・傾向、バラつき・変動の空間状態への依存性を定量的に表現する役割を持つ。また、SQLFの多変量の場合への拡張についても考察し、適用対象の拡大を目指す。さらに、モデルの非エルゴード性・非正常性に頑健でしかも漸近有効な、新たな統計的信号処理の理論基盤を構築する。

(b) 「LSP のモデル評価基準(情報量規準)の開発」

LSPの推定において、トレンド・スケールの構造の複雑度評価に加えて観測可能な外生(外部入力)過程を取り込んだ回帰モデリングを行う場合、それらの有意性を評価するためのモデル評価・選択規準が基本的な問題となる。非エルゴード的かつ非正規なLSPに対する統計モデリング手法を開発し、時系列型回帰モデルに対する既存の理論を拡張・改良する。

3. 研究の方法

前節で述べた全ての研究内容において、モデルのエルゴード性を前提としない設定を基本としつつ、統計的漸近推測論・確率過程論・確率解析を融合的に用いた理論研究を進める。

LSP特性量の同時推定法の開発については、まずマルコフ型LSPを想定し、遷移密度関数の局所安定性の仮定の下、SQLFから得られるスコア関数の安定型中心極限定理に基づいて、漸近混合正規性およびステューデント化を介した漸近標準正規性を導出する。これが統計的最適性の導入、ならびにモデル評価・予測問題への展開の足掛かり・基礎となる。さらに共変量過程を係数に取り込んだモデリングをつうじて、非正常かつ非エルゴード的な確率過程回帰モデル族を構築する。LSPの特徴の一つである変動指数の推定量を代入することによる定量的な影響も研究する。さらにSQLFの数値最適化が非常に重い点を踏まえ、計算容易な最小絶対偏差型(ラプラス型)擬似尤度推定の理論的性質とその最適推定量構成への利用を考察する。Alexey Kulik氏(Wrocław University of Science and Technology)と共同で、非線形トレンド係数の場合も併せて研究する。

非エルゴード的LSPのモデル評価基準(情報量規準)の開発については、SQLFに対する情報量規準を導出し、その理論的性質を研究する。特に、多重収束率の場合の擬似ベイズモデルの枠組みを導入し、周辺疑似尤度の確率展開に関する一般論(Eguchi and Masuda (2018))の適用を検討する。推定量の収束速度を勘案することで、トレンド構造とスケール構造の複雑度ならびに共変量過程への依存性を同時または段階的に評価可能とする統計手法を創る。

さらに研究期間中には、国内外で開催される国際研究集会や国際学会で定期的に講演する。進捗状況を定期的に発信・公開していくと同時に、討論の内容を本研究へフィードバックすることで、本研究の進展を促進する。

4. 研究成果

本研究期間をつうじて、局所安定擬似最尤法の実装へ向けた本質的な進展があった。特に、拡散過程モデルで正規型擬似尤度推定が標準であることを鑑み、本研究で行った SQLF に基づく推測理論の整備により、従来の正規ノイズ（ウィーナー過程）の場合とは一線を画する、非正規従属性構造の推測の一つの標準・基礎構築に貢献できたと思う。申請書に掲げたいいくつかの内容については論文へまとめるに至らなかった一方で、研究の主眼である LSP の特性量の同時推測の理論構築については、研究期間当初には予期していなかった水準の研究成果が得られた。以下に主要な詳細を述べる。

- (1) 一般のマルコフ型非線形 LSP について、変動指数が既知の場合の SQLF から得られる擬似最尤推定量 (SQMLE) に対応する推定量の漸近混合正規性を示し、変動指数のトレンド・スケールの推定精度への定量的影響が明らかとなった (Masuda (2019))。特に、拡散過程の正規型擬似尤度推定を本質的に改善する性質として、固定期間においてランダムな非線形トレンド・スケール構造を同時推定する具体的な手法が得られた。これは本研究の出発点ならびに基盤となる結果であり、以降、全特性量の同時推測の研究展開の足掛かりとなった。
- (2) 対称安定レヴィ過程モデルの全パラメータの同時推定について、モデルの局所漸近正規性 (Local asymptotic normality, LAN) と具体的な最適推定方式を開発した (Brouste and Masuda (2018))。本結果により、当初の計画内容にあった「LSP の特性量の同時推定の開発」の雛形的研究成果が得られたことになる。ここで得られた重要な知見は、非対角行列で規格化することで、これまで SQLF 解析で一つのボトルネックになっていた漸近 Fisher 情報量行列の退化性を解消できるという点である。これにより、以降の理論体系の基礎構築について、変動指数の推定量をプラグインするという、当初想定していた方法を根本的に改善する形での構築・発展が見込まれる運びとなった。
- (3) 重要な具体例である Ornstein-Uhlenbeck (OU) 型非正規回帰モデルについて、当初の計画項目「LSP のモデル評価基準 (情報量規準) の開発」と平行して考察した。まず尤度関数の局所漸近混合正規性が示され、最適推定法の基準が確立された。従来の正規型 OU 過程モデルの場合と本質的に異なり、トレンド・スケール構造の同時モデリングに関する柔軟性が飛躍的に向上されたことになる。さらに、最小絶対偏差型 (ラプラス型) 擬似尤度推定量と実現 p 次変動に基づいたワンステップ推定量の漸近有効性を示した。これにより、非凸な対数尤度関数の数値最適化を回避しつつ漸近最適な推定方式が得られた。本結果は、トレンド係数にさまざまなダイナミカル共変量過程 (シグナル) を取り込んだ上での最適推測を可能とするものである。正規型非正常 OU 過程モデルの有用性は、電力消費予測や時間非一様な成長曲線モデル、また非正規・非正常信号の統計解析などさまざまな先行研究において特に顕著に報告されているため、本研究で提案された非正規型 OU 回帰モデルとその推測理論には幅広い応用展開が期待される。
- (4) 研究期間後半に入り、LSP モデルのスケール構造の一種の時間不均一性がモデルの識別不能性 (モデルの一種の非正則性) を解消することを見出した。モデルの全パラメータ (変動指数、トレンドパラメータ、スケールパラメータ) の同時推定において、スケール不均一性が情報量行列を非退化にする現象が明らかとなり、その結果、均一スケール構造の場合と本質的に異なる漸近挙動が得られた。これにより、不均一スケールの場合には、先行研究 Brouste and Masuda (2018) の見かけ上恣意的な収束率行列を導入する必要性がなくなり、統一的な推定精度評価法が実現された。ここに来て、「非エルゴード的な局所安定回帰モデルの提案」に至り、それにともなって、本研究の主課題である「LSP の特性量の同時推測理論の開発」の目指すところが底上げされたのは予期せぬ収穫であった。高頻度従属性データの複雑構造においてスケール構造の不均一性は実際頻繁に観測される自然な状況であるため、当該基礎結果の実用上の意義は大きいと言える。本研究成果は、国際会議 (2018 年 12 月, CMStatistics, Pisa) の招待講演で報告された。
- (5) 前項目の局所安定回帰モデルの提案にともない、推定量の漸近混合正規性の導出に加え、トレンド構造およびスケール構造のモデル評価法を開発した。これは共変量過程 (解析者入力による実験デザイン、時間変動する外生変数など) の客観的選択を可能とするものである。具体的には、先行研究 Eguchi and Masuda (2018) の擬似ベイズ型情報量規準の理論を適用し、非エルゴード的 LSP の擬似周辺尤度 (擬似モデルエビデンス) の確率展開の導出をつうじてベイズ型情報量規準を構成した。本内容は国際会議 (2019 年 6 月, dynstoch meeting, Netherland) で報告された。

以上のとおり，LSP モデルの統計推測の体系化において複数の進展が得られた．いずれの成果も基礎理論研究に関するものであり，今後のさらなる発展的展開の土壌になることが期待される．

上記に関連した他の知見も複数得られた．

- 高頻度データモデルの推測において段階的推定は標準的であり，正規型擬似尤度推定の場合には先行研究があり (Masuda and Uehara (2017), 上原・増田 (2017)), 実際そこで得られた段階的推定方式は汎用的で，SQLF の場合への適用可能性を示唆するものである．しかしながら，LS 回帰モデルのトレンド・スケールの段階的推定においては，変動指数の「閾値」として $4/3$ ，すなわち， $4/3$ を境に理論的性質が変わり得ることが確認された．この閾値の影響を受けずに SQMLE の同時漸近混合正規性を導出するには，より洗練された近似に基づく擬似尤度の導入が要ると思われる．
- 多変量等角(rotation invariant)コーシー擬似尤度推定，多次元 Normal inverse Gaussian レヴィ過程の場合を扱えることがわかった(2016年7月に World Congress in Probability and Statistics, Toronto で講演した内容の改良版)．
- マルコフ型 LSP のベイズ推定の研究において，SQLF が本質的に用いられた (Jasra et al. (2019))．ここでも従来の正規型擬似尤度とは本質的に異なる現象が明らかとなった．

引用文献

- [1] Brouste, A. and Masuda, H. (2018), Efficient estimation of stable Lévy process with symmetric jumps, *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 21:(2), 289--307.
- [2] Eguchi, S. and Masuda, H. (2018), Schwarz type model comparison for LAQ models, *Bernoulli*, 24:(3), 2278--2327.
- [3] Jasra, A and Kamatani, K., and Masuda, H. (2019), Bayesian inference for stable Lévy driven stochastic differential equations with high-frequency data, *Scandinavian Journal of Statistics*, 46:(2), 545--574.
- [4] Masuda, H. (2019), Non-Gaussian quasi-likelihood estimation of SDE driven by locally stable Lévy process, *Stochastic Processes and their Applications*, 129:(3), 1013--1059.
- [5] Masuda, H. and Uehara, Y. (2017), Two-step estimation of ergodic Lévy driven SDE, *Statistical Inference for Stochastic Processes* 20:(1), 105--137.
- [6] 上原悠植, 増田弘毅 (2017), Lévy 駆動型確率微分方程式の段階的推定について. 統計数理, 第 65 巻, 第 1 号, 21-38.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Ajay Jasra, Kengo Kamatani, Hiroki Masuda	4. 巻 46(2)
2. 論文標題 Bayesian inference for stable Levy-driven stochastic differential equations with high frequency data	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Scandinavian Journal of Statistics	6. 最初と最後の頁 545 ~ 574
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1111/sjos.12362	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Hiroki Masuda	4. 巻 129:(3)
2. 論文標題 Non-Gaussian quasi-likelihood estimation of SDE driven by locally stable Levy process.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 1013-1059
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spa.2018.04.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Alexandre Brouste and Hiroki Masuda	4. 巻 21:(2)
2. 論文標題 Efficient estimation of stable Levy process with symmetric jumps	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Statistical Inference for Stochastic Processes	6. 最初と最後の頁 289-307
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11203-018-9181-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Shoichi Eguchi, Hiroki Masuda	4. 巻 24:(3)
2. 論文標題 Schwarz type model comparison for LAQ models	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Bernoulli	6. 最初と最後の頁 2278-2327
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3150/17-BEJ928	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroki Masuda, Yuma Uehara	4. 巻 20
2. 論文標題 Two-step estimation of ergodic Levy driven SDE	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Statistical Inference for Stochastic Processes	6. 最初と最後の頁 105 ~ 137
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1007/s11203-016-9133-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroki Masuda, Yuma Uehara	4. 巻 65
2. 論文標題 On stepwise estimation of Levy driven stochastic differential equation	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proceedings of the Institute of Statistical Mathematics	6. 最初と最後の頁 21 ~ 38
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計12件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 9件)

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Noise estimation for ergodic Levy driven SDE and YUIMA package
3. 学会等名 Seminaire AgroParisTech
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Noise estimation for ergodic Levy driven SDE and YUIMA package
3. 学会等名 CMStatistics 2019, London (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Nonlinear locally stable regression
3. 学会等名 Dynstoch 2019, TU Delft, Netherlands (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Non-constant scale effect in stable quasi-likelihood inference
3. 学会等名 ASC2019: Asymptotic Statistics and Computations (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Optimal stable regression
3. 学会等名 The 5th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting (APRM) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Locally stable regression with unknown activity index
3. 学会等名 CMStatistics 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 増田 弘毅
2. 発表標題 Ornstein-Uhlenbeck regression
3. 学会等名 統計関連学会連合大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 On stable regression
3. 学会等名 Dynstoch meeting 2018, Porto (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Efficient estimation of stable Levy process
3. 学会等名 Asymptotic Statistics and Computations 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Stable quasi-likelihood regression
3. 学会等名 EcoSta 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Local limit theorem in non-Gaussian quasi-likelihood inference
3. 学会等名 Asymptotic Statistics of Stochastic Processes and Applications XI (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroki Masuda
2. 発表標題 Efficient estimation of stable Levy process from high-frequency data
3. 学会等名 Infinitely divisible processes and related topics
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

個人ホームページ http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~hiroki/hmhp.html

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考