

令和 3 年 6 月 11 日現在

機関番号：12101

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2020

課題番号：17K05563

研究課題名（和文）量子状態のエンタングルメントと新しいトポロジカル数

研究課題名（英文）Novel topological numbers associated with entangled quantum states

研究代表者

福井 隆裕（Fukui, Takahiro）

茨城大学・理工学研究科（理学野）・教授

研究者番号：10322009

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,600,000円

研究成果の概要（和文）：対称性に護られたトポロジカル相に対して、エンタングルメント・チャーン数などと呼ばれる新しいトポロジカル数を導入し、その有効性を示した。この新しいトポロジカル数は、対称性が破れたときに、そのトポロジカル相の安定性を定量的に議論することが出来る。また、最近注目されている高次トポロジカル絶縁体に対して、エンタングルメント・ベリー位相が有効であること、また磁場中の高次トポロジカル絶縁体にも有効で、その結果、様々な磁場のもとでの高次トポロジカル絶縁体の存在が示された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

エンタングルメント・ハミルトニアン基底状態を利用した、全く新しいトポロジカル不変量を導入したことに大きな意義がある。このようなトポロジカル不変量は、我々の知る限りは数学分野でも物理分野でもまだ知られていない。

研究成果の概要（英文）：We have introduced new topological invariants, called entanglement Chern numbers, which are very efficient for describing symmetry-protected topological phases. These new topological invariants allow us to discuss the stability of topological phases quantitatively. We have also shown that for higher-order topological insulators, the entanglement Berry phase is very effective even in the presence of a magnetic field.

研究分野：物性理論

キーワード：トポロジカル不変量 チャーン数 ベリー位相 トポロジカル絶縁体 高次トポロジカル絶縁体 量子ホール効果

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

グラフェンの試料合成と量子ホール効果の観測, 更に量子スピンホール効果や一般的なトポロジカル絶縁体・超伝導体の理論的提案とその後の実験的検証により, 物質のトポロジカル相の研究が先の10年の間に爆発的に進展した。一言で述べれば, 様々な対称性に護られたトポロジカル相の理論・実験の大きな発展である。これらの対称性に護られたトポロジカル相は, それぞれに対応したトポロジカル不変量で特徴付けられる。

対称性に護られたトポロジカル相の典型例は, KaneとMeleによって提案された量子スピンホール効果モデルである。このモデルは時間反転対称性が本質的な役割を果たす。時間反転対称性によってチャーン数は0であるにもかかわらず, 非自明なエッジ状態が存在し, 系がトポロジカルであることが示唆される。KaneとMeleは Z_2 数という新しいトポロジカル不変量を提案した。

2. 研究の目的

対称性に護られたトポロジカル相で, 対称性が破れたらどうなるのか。例えば, 近年の実験等で「磁氣的トポロジカル絶縁体」或いは「トポロジカル絶縁体表面の量子ホール効果」など磁場中のトポロジカル絶縁体に関する研究が盛んであるが, 時間反転対称性に護られたトポロジカル絶縁体は, 時間反転対称性を破る磁場に対してどう振る舞うのか? 多くの研究者は「少なくとも弱磁場ならばトポロジカル絶縁体は安定であろう」と考えているが, ではそれを定量的に示すにはどうしたら良いであろうか? 少しでも時間反転対称性が破れると Z_2 数はもはや定義できない。このような状況の中, 我々は以下のような着想を得た。

系を空間的に分割して片方の空間をトレースアウトすることによって, エンタングルメント・エントロピーを求めることが出来る。並進対称性を破らない(例えばスピン空間の)分割を考えれば, 並進対称なエンタングルメント・ハミルトニアンを導出し, その固有値問題を解き直して, 新たにその固有状態から計算されるチャーン数(我々はエンタングルメント・チャーン数と命名)を議論できるのではないだろうか。この新しいチャーン数を導入する最大のメリットは, Z_2 数と異なり時間反転対称性がない系にも全く問題なく適用出来る点にある。

以上のようなエンタングルメント・チャーン数を一般化して, 対称性に護られたトポロジカル相の特徴付けを行うような一般論を構築することが研究目的である。

3. 研究の方法

エンタングルメント・チャーン数は, トポロジカル数の分割に他ならない。すなわち, 上のKane-Meleモデルの例では, 時間反転対称によって0であるチャーン数が, $0=0+0$ であるか $0=1-1$ であるかによる違いによって量子スピンホール相を区別する試みである。これを以下の3つの点から研究を行う。

- (1) 数学的厳密性の追求: エンタングルメント・チャーン数は我々が独自に導入した概念であり, 数学的な厳密性はない。本当にもとのモデルのチャーン数の分割になっているか, 等の数学的な厳密さを調べる。
- (2) 実用的なテクニックの開発: 系の分割の仕方や数値計算の仕方を含めて, 実際に応用することを念頭に様々なテクニックを開発する。
- (3) 広い応用性の確立: チャーン数だけではなく, その他幅広いトポロジカル不変量の分割を

考えることによって、広い応用性を確立する。

4. 研究成果

主に 3 次元系への一般化と高次トポロジカル絶縁体への応用を行った。同時に、これらの研究を行う際に生じた派生的な問題に関する成果もある。

- (1) 3次元トポロジカル絶縁体への応用：エンタングルメント・チャーン数を3次元のトポロジカル絶縁体に適用して、これまでのZ2トポロジカル数と同じ結果を再現できることを示した。Z2数は波数空間のごく一部をとびとびにしか計算できないが、エンタングルメント・チャーン数はこれらを含めて波数空間の全ての点で計算可能である。その結果、トポロジカル絶縁体の起源を波数空間のワイル点として理解することが出来るようになった。
- (2) 高次トポロジカル絶縁体への適用：高次トポロジカル絶縁体はごく最近提案されて、多くの研究者を巻き込んで1つの分野へ発展しつつある。この高次トポロジカル相は、通常知られているトポロジカル数は0であるため、これまでの理解だと自明な相である。実際に、通常のd次元トポロジカル絶縁体の示すd-1次元のエッジ状態や表面状態は、高次トポロジカル絶縁体には現れない。ところが、高次絶縁体にはd-2次元以下にコーナー状態が現れる。このように、d次元絶縁体で、d-D次元(D>1)にギャップレス境界状態の現れるものを高次トポロジカル絶縁体と呼ぶ。

高次トポロジカル絶縁体模型の典型例である Benalcazar-Bernevig-Hughes によって提案された所謂 BBH 模型のコーナー状態の特徴付けに、我々の提案したエンタングルメント・ベリー位相が非常に有効であることを示した。すなわち、正方形状4つの格子からなるユニットセルをx,y方向へ分割したエンタングルメント・ハミルトニアン固有状態を用いてベリー位相を定義し、これが高次トポロジカル絶縁体を非常に良く特徴付けることを示した。

派生した成果：上で調べた BBH 模型の連続極限である Dirac 模型を導入し、そのコーナー状態のトポロジカルな性質を指数定理で特徴付けた。コーナー状態は、Jackiw-Rossi 模型、すなわち、渦糸中のゼロエネルギー状態と同じトポロジカルな性質から出現することを示した。

磁場中の高次トポロジカル絶縁体模型を提案し、任意の磁場中でも高次トポロジカル絶縁体の存在可能性を示した。磁場の関数としてエネルギースペクトルを図示すると、所謂ホフシュタッターの蝶図が描かれるが、高次トポロジカル絶縁体の場合にも、蝶図の至る所にギャップが開き、その状態は非自明なエンタングルメント・ベリー位相を持つことが分かった。これにより、磁場中でも安定して高次トポロジカル絶縁体の存在し得ることを示した。

派生した成果：磁場中の高次トポロジカル絶縁体模型の連続極限の Dirac 模型を厳密に解き、そのトポロジカルな性質を議論した。特に、コーナー状態の有無の転移において、エッジ状態のギャップが閉じる(バルクのギャップは開いたまま)現象を詳細に検討した。更に、その際用いたエッジ状態を求める手法を一般化し、境界におけるエルミート条件に基づいたエッジ状態理論を構築した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Akira Yoshida, Yuria Otaki, Rimako Otaki, and Takahiro Fukui	4. 巻 100
2. 論文標題 Edge states, corner states, and flat bands in a two-dimensional PT-symmetric system	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Phys. Rev. B	6. 最初と最後の頁 125125
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.100.125125	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yuria Otaki and Takahiro Fukui	4. 巻 100
2. 論文標題 Higher-order topological insulators in a magnetic field	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Phys. Rev. B	6. 最初と最後の頁 245108
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.100.245108	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Fukui and H. Hatsugai	4. 巻 98
2. 論文標題 Entanglement polarization for the topological quadrupole phase	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Phys. Rev. B	6. 最初と最後の頁 035147(1-13)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.98.035147	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Fukui	4. 巻 99
2. 論文標題 Dirac fermion model associated with a second-order topological insulator	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Phys. Rev. B	6. 最初と最後の頁 165129(1-10)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.99.165129	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Araki Hiromu, Fukui Takahiro, Hatsugai Yasuhiro	4. 巻 96
2. 論文標題 Entanglement Chern number for three-dimensional topological insulators: Characterization by Weyl points of entanglement Hamiltonians	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Physical Review B	6. 最初と最後の頁 165139(1-8)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.96.165139	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takahiro Fukui and Takanori Fujiwara	4. 巻 96
2. 論文標題 Topological magnetoelectric pump in three dimensions	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Phys. Rev. B	6. 最初と最後の頁 205404(1-14)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.96.205404	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Koichi Asaga and Takahiro Fukui	4. 巻 102
2. 論文標題 Boundary-obstructed topological phases of a massive Dirac fermion in a magnetic field	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Phys. Rev. B	6. 最初と最後の頁 155102(1-11)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.102.155102	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takahiro Fukui	4. 巻 2
2. 論文標題 Theory of edge states based on the Hermiticity of tight-binding Hamiltonian operators	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Phys. Rev. Research	6. 最初と最後の頁 043136(1-22)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevResearch.2.043136	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計17件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 2件）

1. 発表者名 T. Fukui
2. 発表標題 Non-Hermitian Dirac operators on tori
3. 学会等名 International workshop : Variety and universality of bulk-edge correspondence 2019 (BEC2019) jointed with "New Trends in Topological Insulators 2019 (NTTI2019) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 大滝友里亜, 福井隆裕
2. 発表標題 一様磁場下の高次トポロジカル絶縁体
3. 学会等名 日本物理学会 2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 福井隆裕, 藤原高德
2. 発表標題 トラス上の非エルミート・ディラック演算子の固有値問題
3. 学会等名 日本物理学会 2019年秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 浅賀孝一, 福井隆裕
2. 発表標題 磁場中のディラックフェルミオンのエッジ状態と高次トポロジカル絶縁体
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会 (2020年)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 大滝友里亜, 福井隆裕
2. 発表標題 一様磁場中の3次元高次トポロジカル絶縁体
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会 (2020年)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 福井隆裕, 初貝安弘
2. 発表標題 トポロジカル四重極相へのエンタングルメント・ベリー位相の応用
3. 学会等名 日本物理学会 2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 福井隆裕
2. 発表標題 コーナー状態をもつディラック・フェルミオン模型
3. 学会等名 日本物理学会 第74回年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 吉田旭, 大瀧理麻子, 大滝友里亜, 福井隆裕
2. 発表標題 高次トポロジカル絶縁体における分数コーナー電荷
3. 学会等名 日本物理学会 第74回年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 T. Fukui
2. 発表標題 A Dirac fermion model with a corner state
3. 学会等名 International workshop "Variety and universality of bulk-edge correspondence in topological phases: From solid state physics to transdisciplinary concepts" (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 荒木広夢, 福井隆裕, 初貝安弘
2. 発表標題 3次元トポロジカル絶縁体相のエンタングルメント・ハミルトニアンによる特徴付け
3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 福井隆裕, 藤原高德
2. 発表標題 3次元におけるトポロジカルポンプ
3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 初貝安弘, 福井隆裕
2. 発表標題 準位交差のバルクエッジ対応
3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 荒木広夢, 福井隆裕, 初貝安弘
2. 発表標題 第一原理計算に基づくエンタングルメントハミルトニアンによるトポロジカル絶縁体の分類
3. 学会等名 日本物理学会第73回年次大会(2018年)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 福井隆裕, 藤原高德
2. 発表標題 シンセティック4次元におけるトポロジカルポンプ
3. 学会等名 日本物理学会第73回年次大会(2018年)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 福井隆裕
2. 発表標題 格子ハミルトニアンのエルミート性に基づいたエッジ状態の理論
3. 学会等名 日本物理学会 2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 浅賀孝一, 福井隆裕
2. 発表標題 磁場中の3次元ディラック・フェルミオンのコーナー状態
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 大滝友里亜, 福井隆裕
2. 発表標題 一様磁場中の3次トポロジカル絶縁体
3. 学会等名 日本物理学会 第76回年次大会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関