

令和 3 年 6 月 24 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2020

課題番号：17K05569

研究課題名(和文) ウィグナー関数の一般化と量子系への応用

研究課題名(英文) Generalized Wigner quasi-probability distribution function and its application to various quantum systems

研究代表者

Tilma Todd (Tilma, Todd)

東京工業大学・理学院・特任准教授

研究者番号：80530279

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：プロジェクトメンバーたちは、この科学研究費助成事業のすべての主要な目標を達成し、全うすることができた。まずは、ウィグナー関数の拡張と定式化を導き出すことができた。そして、次に、更新された数学的形式がエンタングルメントなどのあらゆる量子的な性質を、前述の数式のあらゆる表現をある特定の断面の可視化をすることにより、解明出来ることを立証することができた。最後に、前述のウィグナー関数のための可視化パッケージを二つ、更新された数学的形式に基づいて開発することに成功した。一つ目はPythonを用いて行われ、IBMのQISKitソフトに組み込まれ、もう一つは化学的システム分析のためSwiftで行われた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

Our work generated two software packages; a half-dozen papers; advanced the visualization of quantum correlations in atomic, molecular, and chemical systems; and was instrumental in verifying the quantumness of a 20-qubit Schrodinger cat state (see Song et al., Science 365, 574-577 (2019)).

研究成果の概要(英文)：Project members were able to meet and fulfill all major goals of the grant. To begin, project members were able to derive an extension and reformulation of the Wigner function. Project members were then able to verify that the updated formalism elucidates various quantum properties, such as entanglement, through the visualization of specific "slices" of the various representations of the aforementioned functions. Lastly, project members were successful in developing two visualization packages for said Wigner functions based upon the updated formalism; the first being done in Python and integrated into IBM's QISKit software package; the second being done in Swift for analysis of chemical systems.

研究分野：数理物理

キーワード：擬確率関数 量子相関 高次元量子系

1 研究開始当初の背景

Since the beginning of this century, the rapid development of quantum state control has made it possible to control, measure, and modify collections of quantum states in various, hybrid, physical systems. In order to analyze and understand these physical systems, the project members determined that the existing mathematical framework describing such systems was not enough, and a new framework for expressing quantum states of arbitrary dimensions and analyzing their quantum properties was needed. The project members, having previously published variations of this framework - a phase space formulation of quantum mechanics - combined their research and skills to generate a cohesive, informationally-complete, phase space representation for hybrid quantum systems.

2 研究の目的

The purpose of our research was to develop a collection of “recipes” for generating the appropriate phase space representation for pure and mixed state hybrid quantum systems, given various physical systems of interest. From this, we wanted to offer various visualization methods for said representations that would be of best use to experimentalists.

3 研究の方法

Before the beginning of this project, the various project members had focused their work on specific, group-theoretic extensions of the Wigner function, and first succeeded in constructing a $SU(N)$ -symmetric Wigner function (see Tilma et al., Phys. Rev. A. 45, 015302(1-13) (2012)). Furthermore, in 2016, based on this work, the project members were able to expand upon their ideas to generate a quasi-probability function for any physical system (see Tilma et al., Phys. Rev. Lett. 117, 180401(1-6) (2016)). Based on these results, the project members have aimed to build a new theoretical system of quasi-probability functions.

4 研究成果

Using a novel approach developed by the project members, we have shown how any quantum system can be represented in phase space, and we have demonstrated that this provides a natural choice for intuitively describing various quantum phenomena. We have also leveraged this approach to develop new tools and techniques for the visualization and analysis of quantum systems in phase space.

4.1 Wigner 関数の拡張と定式化

Project members have achieved an extension and reformulation of the Wigner function. This was done through the derivation of a $SU(N)$ -symmetric Weyl function based on the Stratonovich-Weyl relation, and finding the appropriate transformations between the two. These results were published during H30.

4.2 エンタングルメントなど量子的な性質と Wigner 関数の関係の解明

Project members have developed a viable formalism that elucidates various quantum properties, such as entanglement, through the visualization of specific properties contained within various representations (also known as “slices”) of the aforementioned functions. These results, that advance the state of the art in visualizing quantum correlations in atomic, molecular, and chemical systems, were published during H31 and were instrumental in verifying the quantumness of a 20-qubit Schrodinger cat state (see Song et al., *Science* 365, 574-577 (2019)).

4.3 実験的なデータの有効な表示方法の開発

Project members have successfully developed two visualization packages for Wigner functions; the first being done in Python and integrated into IBM’s “Quantum Experience” QISKit software package; the second being done in Swift for analysis of chemical systems on an iPad. The later work is currently available upon request, but our plan is to make it widely available thru an open software repository in the near future.

Lastly, project members have also completed their studies on encoding graph states in phase space using a variation of the Wigner formalism. This work was published during H31.

Going forward, project members will be exploring two areas of research. The first is applying the Wigner and Weyl formalisms developed during this current project to “designer” Hamiltonians; in particular lattice systems and small-scale molecular systems. The second is developing the underlying mathematical concepts that will unify the two phase-space formalisms currently in use: the finite-system/continuous space formalism preferred by quantum optics theorists and the finite-system/discrete space formalism preferred by quantum information theorists.

Addendum: Our overview of phase space methods for quantum technologies can be found here: <https://doi.org/10.1002/qute.202100016>.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 9件/うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 Rundle R P、 Davies B I、 Dwyer V M、 Tilma Todd、 Everitt M J	4. 巻 4
2. 論文標題 Visualization of correlations in hybrid discrete-continuous variable quantum systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics Communications	6. 最初と最後の頁 025002 ~ 025002
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1088/2399-6528/ab6fb6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Mills P. W.、 Rundle R. P.、 Samson J. H.、 Devitt Simon J.、 Tilma Todd、 Dwyer V. M.、 Everitt Mark J.	4. 巻 100
2. 論文標題 Quantum invariants and the graph isomorphism problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 05231 (1-11)
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.100.052317	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Davies B. I.、 Rundle R. P.、 Dwyer V. M.、 Samson J. H.、 Tilma Todd、 Everitt M. J.	4. 巻 100
2. 論文標題 Visualizing spin degrees of freedom in atoms and molecules	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 042102 (1-9)
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.100.042102	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する
1. 著者名 Rundle R. P.、 Tilma Todd、 Samson J. H.、 Dwyer V. M.、 Bishop R. F.、 Everitt M. J.	4. 巻 99
2. 論文標題 General approach to quantum mechanics as a statistical theory	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 1-13
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.99.012115	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 R. P. Rundle, B. I. Davies, V. M. Dwyer, Todd Tilma, M. J. Everitt	4. 巻 1
2. 論文標題 Quantum State Spectroscopy of Atom-Cavity Systems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 arXiv:1809.10564	6. 最初と最後の頁 1~10
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 B. I. Davies, R. P. Rundle, V. M. Dwyer, J. H. Samson, Todd Tilma, M. J. Everitt	4. 巻 1
2. 論文標題 Visualising entanglement in atoms and molecules	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 arXiv:1809.05431	6. 最初と最後の頁 1~10
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 R. P. Rundle, Todd Tilma, V. M. Dwyer, R. F. Bishop, Mark J. Everitt	4. 巻 1
2. 論文標題 Complete correlation characteristic (Weyl) functions for any quantum system or ensemble	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 arXiv:1708.03814	6. 最初と最後の頁 1~16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Mario A. Ciampini, Todd Tilma, Mark J. Everitt, W. J. Munro, Paolo Mataloni, Kae Nemoto, Marco Barbieri	4. 巻 1
2. 論文標題 Wigner function reconstruction of experimental three-qubit GHZ and W states	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 arXiv:1710.02460	6. 最初と最後の頁 1~8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 P. W. Mills, R. P. Rundle, V. M. Dwyer, Todd Tilma, Simon J. Devitt, J. H. Samson, Mark J. Everitt	4. 巻 1
2. 論文標題 A proposal for an efficient quantum algorithm solving the graph isomorphism problem	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 arXiv:1711.09842	6. 最初と最後の頁 1~6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

[学会発表] 計11件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 11件)

1. 発表者名 Todd Tilma
2. 発表標題 Quantum State Spectroscopy of Atom-Cavity Systems
3. 学会等名 The Japan Society of Applied Physics (JSAP) Autumn Meeting (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Russell Rundle
2. 発表標題 Quantum State Verification, Validation, and Visualisation via Phase Space Methods
3. 学会等名 Lindau Nobel Laureate Meeting (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mark Everitt
2. 発表標題 Quantum Mechanics of Anything (From Qubits to Atoms and Molecules) as a Statistical Theory (i.e. in Phase Space)
3. 学会等名 International Wigner Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mark Everitt
2. 発表標題 Quantum mechanics of any system in phase space
3. 学会等名 The 32nd International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Mark Everitt
2. 発表標題 A general approach to quantum mechanics as a statistical theory
3. 学会等名 Dynamics Days (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Todd Tilma
2. 発表標題 Introduction to Phase Space Methods
3. 学会等名 Landau Lecture - Loughborough University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Mark Everitt
2. 発表標題 A simple way to perform quantum phase space measurement and state verification on arbitrary systems
3. 学会等名 Quantum Optics to Quantum Technology (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Russell Rundle
2. 発表標題 Quantum State Verification, Validation, and Visualisation via Phase Space Methods
3. 学会等名 Young Quantum Information Scientists (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Russell Rundle
2. 発表標題 Quantum State Imaging In Phase Space
3. 学会等名 Doctoral College Research Conference (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Russell Rundle
2. 発表標題 Quantum State Imaging In Phase Space
3. 学会等名 Science Matters (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Patrick Mills
2. 発表標題 Quantum Advantage: The Graph Isomorphism Problem
3. 学会等名 Quantum Simulation and Computation (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

Tilma Labs
<https://tilma-labs.org/>
Quantum Systems Engineering Research Group
<http://www.lboro.ac.uk/research/quantum-systems/>
Global Research Center for QIS
<https://qis1.ex.nii.ac.jp/qi/>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	根本 香絵 (Nemoto Kae) (80370104)	国立情報学研究所・情報学プリンシプル研究系・教授 (62615)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------