

令和 5 年 5 月 29 日現在

機関番号：22604

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2022

課題番号：17K05583

研究課題名(和文) 近可積分ハミルトン系動力学的特異性と量子古典対応の破綻

研究課題名(英文) Singular nature in nearly integrable Hamiltonian systems and breakdown of classical-quantum correspondence

研究代表者

首藤 啓 (Shudo, Akira)

東京都立大学・理学研究科・教授

研究者番号：60206258

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：1) 非可積分系のトンネル効果を複素安定多様体機構に基づき解析した。トンネル効果に最も大きな寄与を与える複素軌道は、規則領域に最も近い不安定周期軌道に漸近する複素安定多様体に沿ったものであることを明らかにした。古典位相空間に非可積分系由来の構造をもたない超近可積分系においても異常トンネル効果が現れることを発見した。

2) 位相空間に可積分構造のない場合の遅い緩和の期限を考察した。離散写像のPerron-Frobenius作用素の第二固有関数、閉領域からの脱出率、ガラスに見られる遅い緩和の力学的起源など、通常、時間無限大において議論される緩和の問題を、そこからの補正という観点から解析した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近可積分ハミルトン系は、ニュートン力学に支配される物理現象のほぼすべてを含む力学系のカテゴリーである。本研究は、世の中に最もありふれた系の古典力学および量子力学に対する基本的性質を明らかにすることを目的としたものである。前者に関しては、世の中の多くの現象がなぜ直ちに熱平衡に向かうことがないか？また、後者については、非可積分な系の量子力学固有のトンネル効果が可積分な系のそれと本質的にどこが違うのか？という点について考察したものであり、自然現象に対する理解を最も基礎的な原理から考察した研究として位置づけられる。

研究成果の概要(英文)：1) The tunneling effect in non-integrable systems was analysed on the basis of the complex stable manifold mechanism. It is found that the complex orbits that contribute most to the tunneling effect are along complex stable manifolds that asymptotically approach the unstable periodic orbit closest to the regular domain. It is found that anomalous tunneling effects also appear in ultra-near integrable systems that have no structures inherent in nonintegrability of the classical system.

2) The slow relaxation in the Hamiltonian system without regular structures in classical phase space was considered. The relaxation problem was discussed by studying the second eigenfunction of the Perron-Frobenius operator of a discrete map, the escape rate from a closed domain and the dynamical origin of the slow relaxation in glass, are analysed, especially focusing on the correction from the time going infinity limit.

研究分野：非線形物理学

キーワード：近可積分ハミルトン系 量子カオス トンネル効果 複素古典力学 遅い緩和 Perron-Frobenius演算
子 脱出率 ガラス

1. 研究開始当初の背景

摩擦や抵抗など散逸のない系の動力学はハミルトンの運動方程式によって記述される。ハミルトン系には、その運動方程式を解くことのできる系(可積分系)と、そうでない系(非可積分系)とに分類されることはよく知られる。可積分な系(例えば調和振動子)に摂動が加わると、一般に系は非可積分に転ずるが、その位相空間のすべてを突如としてカオスが支配するわけではなく、可積分かつ規則的な軌道も十分たくさん残り続ける。可積分系に摂動が加わった形のハミルトン系は、広く近可積分系と呼ばれ、現実の物理過程に最も広く現れるハミルトン系であり、よってその十分な理解は、物理現象をミクロなレベルに遡って考える際に避けて通ることができない。特に、規則軌道、カオス軌道といった、運動の形態を全く異にする軌道がひとつの位相空間に共存・混在する近可積分系の混合位相空間では、その境界に、規則軌道ともカオス軌道ともつかぬ、未だ素性不明の軌道群が伏在し、それらが、可積分、理想カオスの両極限には存在しない、近可積分系固有の現象を発現させると考えられている。本研究は、以上のような近可積分系の古典位相空間の特異性に注目し、それらが対応する量子力学にいかに関与し、どのように近可積分系固有の量子現象を誘起するか、その機構と背景にある数理を探ることを目的としている。近可積分ハミルトン力学系については、古典ならびに量子論ともに、過去30年ほどの間に多くの研究が行われ、数学および物理の問題として一定の成果を収めてきた。とくに、規則軌道とカオス軌道を隔てる「動的障壁」が隔てる各不変集合内での動力学については主として数値的なアプローチによって知見が蓄積されたことは多くの人が知るところである。しかしながら、動的障壁の近傍のダイナミクス、もしくは動的障壁を跨ぐ動力学、といった観点での研究は近可積分系固有の興味深い観点であるにもかかわらず、依然として多くの問題が曖昧なまま残されている。

2. 研究の目的

- (1) 半古典論(あるいは WKB 理論)は、量子古典対応を解析するための最も有効な手法である。光学における幾何光学と波動光学の関係は、力学における古典力学と量子力学の関係に対応し、半古典近似は、光学におけるいわゆるアイコナル近似に他ならない。半古典論の有効性は、非可積分系、特に理想カオス系の量子古典対応を議論する際、暗黙の前提条件になっているが、実はこれまで系統的に議論されたことがない。特に、近可積分系における半古典近似がいかなるタイムスケールまで有効で、また何を理由に破綻するか、明確なコンセンサスがないままに今日に至っている。本研究では、理想カオス系に対する半古典近似の有効性を詳細に検証し、その結果を踏まえた上で近可積分系における半古典近似の有効性についての議論を行う。
- (2) 規則軌道とカオス軌道とが古典位相空間の相互不可侵な不変集合を成すのに対し、不確定性関係の支配する量子力学では、両者の境界の意味も自ずと違ったものになる。プランク定数ゼロの極限で量子力学は古典力学に移行すべし、という対応原理(量子古典対応)の要請を満たしつつ、一方で、量子力学固有な現象(トンネル効果、量子局在など)を併せもつ量子論と、近可積分系の特異な位相空間がいかに整合するか。本研究では、近可積分系での動的トンネル効果の特性を明らかにする。
- (3) 非可積分系の新しい量子現象の理解は、その解析手法の開発と切り離すことができない。半古典論あるいは WKB 理論が量子力学の近似理論として発展してきた経緯は広く知られるところであるが、近年、数学者によって提唱された完全 WKB 解析(resurgent theory)は、100年以上、その意味が曖昧なまま手つかずの状態にあった、いわゆるストークス現象(漸近解の消滅と生成現象)に対する厳密な意味付けを与え、ストークス幾何学、という新しい領域を拓くにまで至った。既に我々は、理想カオス系におけるストークス幾何学の解析を行ったが、その手法を近可積分系を含むより広い系に応用する。

3. 研究の方法

- (1) 古典位相空間における多様体の折れ曲がり点(波動光学で言うところの「火点」、半古典理論の「転回点」)近傍では、一般に、半古典近似が有効性を失い量子古典対応が崩れる。理想カオス系においては、いわゆる引き延ばしと折れ畳み機構が働くことにより、位相空間の折れ曲がり点が時間と共に増大し、それにつれて量子古典対応の破綻領域が次第に成長する。具体的に研究を進めるに当たっては、簡単な2次元写像系を対象に、半古典近似破綻の条件とその詳しいメカニズムを明らかにする。
- (2) エネルギーの十分大きな極限では、量子力学の波動関数は、位相空間の中の規則領域とカオス領域とのいずれかに局在し、相互の領域はトンネル効果でしか行き来することができずその結合は指数関数的に小さい。面積保存離散写像、連続時間系に対して、複素半古典論、高精度数値計算を用いることにより近可積分系におけるトンネル効果を調べる。
- (3) 上記2つのテーマは、いずれも半古典論をその主たる解析手段とする。特に、その性格上、いずれの問題も大域的な半古典解の構成が俎上に載ることから、ストークス現象とよばれる半古典解の生成・消滅の理論を確立しておくことが避けられない。ここでは、完全 WKB 解析をその手段として用いる。完全 WKB 解析は、従来の半古典論が、長年、曖昧なまま処理して

きた半古典解の消滅・生成問題を 自家薬籠中にすることに成功し、さらに最近に至って、高次元、非可積分系に対しても適用可能なまでに発展を遂げた。我々の課題は、完全 WKB 解析という新しい数学の格好の実験場であると同時に、物理現象との最も自然な接点となっている。ここでは、大域解構成の情報が集約された「ストークス 幾何」を多準位非断熱遷移の問題に応用することにより、近可積分系の複素半古典論の基礎理論構築に役立てる。

4. 研究成果

(1) 半古典近似が成り立つためには、近似に寄与する古典軌道が位相空間上で十分離れている必要があるが、カオス系では引き延ばし折れ畳み機構のため極めて短時間でその状況を破る古典軌道が多数発生する。これに対し、Tomsovicらは、強いカオス系であっても、当初の予想に反し、十分長い時間、半古典近似が有効であることがあり得ることを示し、その機構の簡単な考察を行った。しかし、その理路には未検証の仮説が含まれ、一般論構築には未だ多くの問題点が残っていた。我々は、カオス発生の機構が単純でよく調べられているエノン写像を用いてカオス系の半古典論の有効性の吟味を行った。特に、系がいわゆる馬蹄型条件と呼ばれる理想カオス状態を検討したところ、プランク定数の大きさによっては、非遊走集合を含む位相空間内の一定領域内に折れ曲がりが見れず、近似の破綻が起こらない可能性があることを明らかにした。馬蹄型条件が破れた場合での解析が次の課題である。

(2) 通常、トンネル効果の大きさはプランク定数に対して指数関数的な依存性を示す。たとえば、対称二重井戸ポテンシャルをもつ 1 次元系の基底状態と第一励起状態はトンネル効果によりエネルギー分裂を起こしその大きさはプランク定数に対して指数関数的に減衰する。これに対し、カオスを内在する量子写像系のエネルギー分裂を大規模数値計算によって調べたところ、トンネル効果によって現れるエネルギー分裂が引き延ばされた指数関数 (stretched exponential) に従うことを見出した。トンネル効果が量子効果として認識されて以来、指数関数減衰から外れた形のトンネル効果の存在が認識されたのは我々の知る限り初めてのことであり、この事実は、非可積分系のトンネル効果が半古典理論では捉えることができない、可積分系のトンネル効果とは本質的に異なる現象であることを示唆する。

(3) 古典力学的な遷移の禁止された領域への量子力学的な遷移は通常指数関数的に小さなものになることが期待される。これに対して、非可積分量子写像のトーラスを初期状態とする 1 ステップの遷移確率を、Baker-Campbell-Hausdorff 展開によって決まる可積分系の基底で表すと、その遷移確率がプランク定数減少に対し増大する様子が観察される。この現象は、トンネル効果によって現れるエネルギー分裂が引き延ばされた指数関数に従うという、我々によって見出された異常トンネル効果の起源につながるものであり、その原因究明は急務である。また、トンネル確率や 1 ステップの遷移確率が、通常期待されるプランク定数に対する指数的依存性を破ることは、非可積分系のトンネル過程が半古典理論による記述を超えた現象であることを示唆するものであり、その観点からも極めて重要な問題として位置づけられる。ここでは、非可積分量子写像のトーラスを初期状態とする 1 ステッププロパゲータの半古典近似を解析した結果、プランク定数に対する遷移確率の増大現象が、Baker-Campbell-Hausdorff 展開の量子補正に帰するものであることを突き止めた。この結果は、エネルギー領域の非可積分系のトンネル効果が、複素軌道を用いた半古典論でも捉えることのできない純量子効果になっている可能性を示唆するものであり、可積分系のトンネル効果との最大の相違点になっている可能性がある。

(4) 非可積分系トンネル効果の半古典解析の困難は、無数に潜在する鞍点解から寄与の大きい複素軌道を抽出することにある。これまでの研究から、非可積分系(とくに離散写像モデル)においては、複素空間の前方 Julia 集合が半古典プロパゲータに寄与する軌道を含むことが明らかになっている。さらに、Bedford-Smillieにより、周期点から伸びる複素安定多様体が前方 Julia 集合をよく近似することが証明されている。これらの事実を基に、近年、我々が提案した散乱写像を例に、その複素安定多様体を求め、半古典プロパゲータに寄与する軌道抽出とその特徴づけを試みた。まずその準備として、Crofts-Davidchackの手法を用いて実面上に存在する不安定周期軌道を求め、その各周期軌道から伸びる複素安定多様体と半古典プロパゲータの初期多様体との交点を系統的に計算する方法を開発した。半古典プロパゲータへの寄与の大きさはおおそ複素軌道の作用虚部によって決まるため、次に、求めた複素安定多様体に沿った作用虚部を計算し、寄与の大小を評価する計算手法を確立した。

(5) 散乱領域が有限領域にあり、かつ無限遠で自由運動に漸近する非可積分な散乱写像を提案した。この系は摂動の強さを制御することによって、カオス運動と規則運動の混在する混合位相空間を実現し、動的トンネル効果を調べるモデルとして最適である。また、摂動強度を強くすると規則運動が消失し、理想カオスも実現する。ここでは、古典系に関する以上の性質を踏まえた上で、複素スケーリングの方法を用いて対応する量子系の共鳴状態を計算し、従来から行われている吸収ポテンシャルを用いた共鳴状態の計算の妥当性を検討した。その結果、吸収ポテンシャルが不連続性をもつ、あるいはポテンシャルの変動幅が激しい場合、複素スケーリングを用いた結果を再現しないことが明らかになった。近年、共鳴状態の状態数と対応する古典系の不変集合のフラクタル次元には一定の関係(いわゆるフラクタルワイル則)が成り立つことが予想され、吸収ポテンシャルの方法を用いてその数値的検証が行われているが、本研究はそれらの計算結果の妥当性に再検討を促すものである。また、ここで提案されたモデルは近可積分系におけるトンネル効果の散乱モデルを提供する。

(6) 非可積分系トンネル効果の複素半古典解析の困難は、無数に潜在する鞍点解から寄与の大きい複素軌道を抽出することにある。これまでの研究から、非可積分系(とくに離散写像モデル)においては、複素空間の前方 Julia 集合が半古典プロパゲータに寄与する軌道を含み、さらに、周期点から伸びる複素安定多様体が前方 Julia 集合をよく近似することが明らかになっている。これらの事実を基に、我々が提案した上記、散乱写像に対して、その複素安定多様体を求め、半古典プロパゲータに寄与する軌道抽出とその特徴づけを試みた。ここでその計算手法としては上記(4)で確立した方法を用いた。計算の結果、トンネル効果に重要な寄与を与える複素古典軌道は、実カオス領域に単調に漸近するわけではなく、一旦、複素面深くに入り、そのうち規則領域近傍の実準安定カオス領域に接近することが明らかになった。このことは、複素領域内のカオスがトンネル効果に本質的な役割を果たす、言い換えれば、実不変集合だけからトンネル効果に何が起るかを類推することはできず、複素カオスの性質を見なければその本質を捉えることができないことを示唆するもので極めて興味深い。可積分系のトンネル効果との本質的な差をこの観点から掘り下げることが今後の課題である。

(7) 不確定性関係が支配する量子力学では、プランクセルスケールより小さい古典構造がその波動関数に反映されることはない。これは量子古典対応を考える上での基本原理として広く受け入れられてきたものである。一方、プランク定数に関する発散級数を前提にするこの原理では、指数的に微小な効果を捉まえることはできないため、量子トンネル効果はその適用外にある。古典位相空間の構造のいかなる性質がどこまで指数関数的効果に反映されるか? 非可積分トンネル効果の基本問題は、それが提起されて30年経ったいまも多くの点で共通の理解が得られていない。ここでは、古典位相空間上に、非線形共鳴、カオス軌道など、系の非可積分性を反映した構造がプランクセルに比べて無視できほど小さい、「超微弱摂動系」を考え、超高精度数値計算を実行することにより、そのトンネル機構を探った。具体的に得られた結果は以下である。1) 実位相空間上に、非可積分性由来の構造が現れない超微弱摂動系であっても、系の固有関数のトンネルテールの深いところに階段状の構造が現れる。2) 階段状構造の出現は、規則領域の回転数がその半径の関数として極値をもつ、もしくはその微分が極値をもつときにより顕著に起こる。3) 階段構造は、注目している固有状態と外力の周期から決まる高励起状態との量子共鳴によって起こる。4) 波束の時間発展を観察すると、階段構造の出現が周期的に起こる。また、その周期は外力の周期によって決まる。以上より、超微弱摂動系の固有関数に観察される階段構造は、量子論的共鳴によって引き起こされるものであることがわかった。これは同時に、従来から、近可積分系におけるトンネルテールの階段構造の起源とされてきた、古典非線形共鳴機構(Resonance-assisted tunneling)に因るものではないことも意味する。この結果は、長らく論争の続いた近可積分系における確率増大の機構解明に大きな手がかりを与えることが予想される。

(8) 3準位の非断熱遷移の問題を完全 WKB 解析の方法を用いて調べた。特に、転回点のいくつか複素時間面内に入り透熱準位が交差しない場合についての完全 WKB 解析の有効性を調べた。転回点が複素時間面内に入ると、一般に、ストークス線の縮退が発生し、転回点を繋ぐストークス線が現れる。縮退するストークス線上においては完全 WKB 解析によって得られる WKB 解の接続のルールを与える処方箋がないためその適用範囲外となる。ここでは、縮退したストークス線に小さな摂動を加えることによりその問題を回避することを試みた。具体的には、まず、摂動項虚部を正負両側からゼロに近づけた極限において、完全 WKB 解が数値解を良く再現することを示し、続いて、透熱準位が高々2次の多項式で与えられる場合について、その散乱行列が摂動項虚部の正負に依らない事を示した。これら結果は、原理的には適用できない状況においても完全 WKB 解析を介して得られた WKB 解が三準位非断熱遷移問題の解析に有効であることが強く示唆するものである。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計16件（うち査読付論文 14件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Lippolis Domenico, Shudo Akira	4. 巻 25
2. 論文標題 Towards the Resolution of a Quantized Chaotic Phase-Space: The Interplay of Dynamics with Noise	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 411 ~ 411
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/e25030411	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Iijima Riku, Koda Ryonosuke, Hanada Yasutaka, Shudo Akira	4. 巻 106
2. 論文標題 Quantum tunneling in ultra-near-integrable systems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 064205-064205
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.106.064205	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Okabe Yutaka, Shudo Akira	4. 巻 12
2. 論文標題 Spread of variants of epidemic disease based on the microscopic numerical simulations on networks	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Scientific Reports	6. 最初と最後の頁 523-523
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1038/s41598-021-04520-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Koda Ryonosuke, Shudo Akira	4. 巻 55
2. 論文標題 Complexified stable and unstable manifolds and chaotic tunneling	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 174004 ~ 174004
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ac5bf2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yoshida Kensuke, Casati Giulio, Watanabe Shingo, Shudo Akira	4. 巻 106
2. 論文標題 Sublinear diffusion in the generalized triangle map	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 014206-014206
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.106.014206	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Lippolis Domenico, Shudo Akira, Yoshida Kensuke, Yoshino Hajime	4. 巻 103
2. 論文標題 Scarring in classical chaotic dynamics with noise	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 L050202
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.103.L050202	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yoshida Kensuke, Yoshino Hajime, Shudo Akira, Lippolis Domenico	4. 巻 54
2. 論文標題 Eigenfunctions of the Perron-Frobenius operator and the finite-time Lyapunov exponents in uniformly hyperbolic area-preserving maps	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 285701 ~ 285701
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ac02b7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shimada Naoaki, Shudo Akira	4. 巻 102
2. 論文標題 Numerical verification of the exact WKB formula for the generalized Landau-Zener-Stueckelberg problem	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 022213-1-24
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevA.102.022213	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Okabe Yutaka, Shudo Akira	4. 巻 8
2. 論文標題 A Mathematical Model of Epidemics?A Tutorial for Students	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematics	6. 最初と最後の頁 1174 ~ 1174
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/math8071174	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 首藤啓	4. 巻 683
2. 論文標題 レベルダイナミクスと非可積分系のトンネル効果	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 数理科学	6. 最初と最後の頁 54-59
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 岡部豊, 首藤啓	4. 巻 688
2. 論文標題 感染症伝搬の数理モデル	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 数理科学	6. 最初と最後の頁 74-81
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yasutaka Hanada, Akira Shudo, Teruaki Okushima and Kensuke S. Ikeda	4. 巻 97
2. 論文標題 Renormalized Perturbation Approach to Instanton-noninstanton Transition in Nearly-integrable Tunneling Process	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 052201-1-18
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.99.052201	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hajime Yoshino, Ryota Kogawa, and Akira Shudo	4. 巻 5
2. 論文標題 Uniform Hyperbolicity of a Scattering Map with Lorentzian Potential	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Condens. Matter	6. 最初と最後の頁 1-25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/condmat5010001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Mertig Normann, Shudo Akira	4. 巻 97
2. 論文標題 Open quantum maps from complex scaling of kicked scattering systems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 042216-1,, 23
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.97.042216	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Akaishi, Akira and Aoki, Kazuki and Shudo, Akira	4. 巻 95
2. 論文標題 Hierarchical structure in sharply divided phase space for the piecewise linear map	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Phys. Rev. E	6. 最初と最後の頁 052207 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.95.052207	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiromitsu Harada, Amaury Mouchet and Akira Shudo	4. 巻 30
2. 論文標題 Riemann surfaces of complex classical trajectories and tunnelling splitting in one-dimensional systems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 J. Phys. A: Math. Theor.	6. 最初と最後の頁 435207-1-27
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/aa8c67	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計43件（うち招待講演 10件 / うち国際学会 7件）

1. 発表者名 藤岡佳佑, Li Jizhou, 首藤啓
2. 発表標題 結合エノン写像における位相的馬蹄と一様双曲性の十分条件III
3. 学会等名 日本物理学会 春季大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 藤岡佳佑, Li Jizhou, 首藤啓
2. 発表標題 結合エノン写像における位相的馬蹄と一様双曲性の十分条件II
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 幸田遼之介, 首藤啓
2. 発表標題 超微弱摂動系の量子トンネル効果と複素古典力学
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 A. Shudo
2. 発表標題 Time-domain semiclassical approach to quantum tunneling in nearly integrable systems
3. 学会等名 Applicable resurgent asymptotics: towards a universal theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Akira Shudo
2. 発表標題 Anomalous tunneling splittings in nonintegrable quantum maps
3. 学会等名 RIMS workshop "Exact WKB Analysis, Microlocal Analysis, Painlevé's Equations and Related Topics" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 幸田遼之介, 首藤啓
2. 発表標題 非可積分系のトンネル効果の複素半古典論
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会 (オンライン開催)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 飯島陸, 花田康高, 首藤啓
2. 発表標題 近可積分トンネル効果の超高精度計算と可積分近似
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会 (オンライン開催)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 大鹿真, 首藤啓
2. 発表標題 一様双曲系の周期軌道とescape rate
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会 (オンライン開催)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 藤岡佳佑, 古川涼太, 首藤啓, Li Jizhou
2. 発表標題 結合エノン写像における位相的馬蹄と一様双曲性の十分条件
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会 (オンライン開催)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Akira Shudo
2. 発表標題 Existence of infinitely many stability islands and sticky dynamics in a piecewise linear map
3. 学会等名 Mathematical Science of Complex Systems: Physics, Chemistry, Biology, Information and Chaos (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 首藤啓
2. 発表標題 非可積分系のトンネル効果と複素力学系
3. 学会等名 KEK 素核宇・物性 連携研究会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 幸田遼之介, 首藤啓
2. 発表標題 非可積分系のトンネル効果の半古典論と複素安定多様体III
3. 学会等名 日本物理学会 年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中原祥博, 首藤啓
2. 発表標題 ガラス形成液体におけるスローダイナミクスの力学系的アプローチ
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 中原祥博, 首藤啓
2. 発表標題 ガラス形成液体におけるスローダイナミクスの力学系的アプローチII
3. 学会等名 日本物理学会 年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中原祥博, 首藤啓
2. 発表標題 周期的ローレンツガスにおける二段階緩和
3. 学会等名 第18回 関東ソフトマター研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中原祥博, 首藤啓
2. 発表標題 周期的ローレンツガスにおける二段階緩和
3. 学会等名 第9回 ソフトマター研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中原祥博, 首藤啓
2. 発表標題 ローレンツガスにおけるガラス形成形的スローダイナミクス
3. 学会等名 ワークショップ ガラス系物理の拡がり
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中原祥博, 首藤啓
2. 発表標題 ローレンツガスにおけるガラス形成形的スローダイナミクス
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 幸田 遼之介, 首藤啓
2. 発表標題 非可積分系のトンネル効果の半古典論的解析と複素安定多様体
3. 学会等名 日本物理学会秋季大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 幸田 遼之介, 首藤啓
2. 発表標題 非可積分系のトンネル効果の半古典論的解析と複素安定多様体II
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 吉田 賢典, 吉野元, 首藤啓
2. 発表標題 ある2次元保測Anosov写像におけるPerron-Frobenius作用素の固有関数について
3. 学会等名 応用数学会 第16回研究部会連合発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 吉田賢典, 吉野元, 首藤啓
2. 発表標題 一様双曲的な面積保存写像におけるPerron-Frobenius作用素の固有関数と有限時間Lyapunov指数
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年次大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 首藤啓
2. 発表標題 馬蹄条件および一様双曲性を満たす2次元保測散乱写像について
3. 学会等名 第7回ハミルトン系とその周辺 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Akira Shudo
2. 発表標題 Numerical verification of the exact WKB formula for the generalized Landau-Zener model
3. 学会等名 RIMS symposium "Microlocal Analysis and Asymptotic Analysis" (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 吉田賢典, 渡邊真悟, 首藤 啓
2. 発表標題 劣拡散を示す非カオス的な面積保存写像における周期軌道族近傍の淀み運動と周期軌道族の性質
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 吉野元, 首藤啓
2. 発表標題 ある散乱写像の馬蹄型条件と一様双曲性について
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 池田研介, 花田康高, 首藤啓
2. 発表標題 対応原理によるインスタントン 非インスタントン転移の研究 V
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 池田研介, 花田康高, 首藤啓
2. 発表標題 可積分系への繰り込みの不動遷移要素および非可積分的トンネル
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 吉田賢典, 吉野 元, 首藤 啓, Domenico Lippolis
2. 発表標題 一様双曲的な面積保存写像におけるPerron-Frobenius作用素の固有関数について
3. 学会等名 日本物理学会 年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 吉野元, 吉田賢典, 首藤啓, Domenico Lippolis
2. 発表標題 双曲的な写像についてのフォッカー-プランク演算子の固有関数について
3. 学会等名 日本物理学会 年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 花田康高, 首藤啓, 池田研介
2. 発表標題 波動関数に基づくトンネル分裂増大現象の解析について
3. 学会等名 日本物理学会 年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 首藤啓
2. 発表標題 理想極限における半古典論の有効性と破綻について
3. 学会等名 散逸構造、カオス、複雑系シンポジウム~イリヤ・プリゴジン先生の業績を偲んで~ (招待講演)
4. 発表年 2018年

1 . 発表者名 Akira Shudo
2 . 発表標題 Role of virtual turning points and new Stokes curves in multi-state nonadiabatic models
3 . 学会等名 Mini Workshop on WKB Analysis and Singularity Theory (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 Akira Shudo
2 . 発表標題 Stokes geometry for the quantum Henon map
3 . 学会等名 French-Japanese workshop on Real and Complex Dynamics of Hénon's Maps (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 A. Shudo
2 . 発表標題 Amphibious Complex Orbits and Dynamical Tunneling
3 . 学会等名 Chaos, and what it can reveal " A conference on the occasion of Petr Seba's 60th birthday (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2017年

1 . 発表者名 K. Yoshida, S. Watanabe, A. Shudo
2 . 発表標題 Sub-diffusion in a non-chaotic area-preserving map, continuous-time random walks and ergodic problems
3 . 学会等名 Current Trends in Dynamical Systems and the Mathematical Legacy of Rufus Bowen (国際学会)
4 . 発表年 2017年

1. 発表者名 花田康高, 首藤啓, 池田研介
2. 発表標題 量子写像の Baker-Campbell-Hausdorff 展開について
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会 (岩手大学 上田キャンパス)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 池田研介, 花田康高, 首藤啓
2. 発表標題 対応原理によるインスタントン 非インスタントン転移の研究 IV
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会 (岩手大学 上田キャンパス)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉野元, 首藤啓
2. 発表標題 馬蹄条件を満たすカオス系における半古典近似破綻領域の漸近挙動
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会 (岩手大学 上田キャンパス)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉田賢典, 渡邊真悟, 首藤啓
2. 発表標題 劣拡散を示す面積保存写像における周期軌道近傍の淀み運動と連続時間ランダムウォーク
3. 学会等名 日本物理学会 秋季大会 (岩手大学 上田キャンパス)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 島田尚明, 首藤啓
2. 発表標題 完全WKB解析とストークス幾何に基づく三準位非断熱遷移問題の研究
3. 学会等名 日本物理学会 第73回年次大会 (東京理科大学 野田キャンパス)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉田賢典, 渡邊真悟, 首藤啓
2. 発表標題 非カオス的な面積保存写像における劣拡散を記述する確率モデルについて
3. 学会等名 日本物理学会 第73回年次大会 (東京理科大学 野田キャンパス)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉野元, 首藤啓
2. 発表標題 馬蹄条件下での半古典近似の長時間有効性について
3. 学会等名 日本物理学会 第73回年次大会 (東京理科大学 野田キャンパス)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

http://www.lmpt.univ-tours.fr/~mouchet/

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------