

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 2 年 9 月 18 日現在

機関番号：22604

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K05584

研究課題名(和文) 量子状態のトポロジカルな断熱制御の基礎

研究課題名(英文) Topological manipulation of adiabatic quantum evolution

研究代表者

田中 篤司 (Tanaka, Atushi)

首都大学東京・理学研究科・助教

研究者番号：20323264

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では断熱量子制御の新しい考えとして、新奇的な量子ホロノミーと呼ばれる量子状態変化を利用したものを取り上げた。特に、弱く相互作用するボース粒子系を一次元領域に閉じこめた基底状態に準備した場合を調べた。ここに、不純物ポテンシャルを印加し、その強度の断熱変化とクエンチを組み合わせた周期的操作を施すことで、粒子間相互作用が十分弱い場合には新奇的な量子ホロノミーが実現することを示した。一方、粒子間相互作用が強い場合、定常解の分岐によって、新奇的な量子ホロノミーが妨げられることを見いだした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

これまで、新規な量子ホロノミーは自由度の小さい量子系と、Lieb-Liniger模型と呼ばれる厳密可解な多体系を中心に調べられてきた。新奇的な量子ホロノミーの存在は、熱力学的な系での断熱準静変化とマイクロ量子系の断熱変化との決定的な違いの一つであり、近年の統計力学の基礎に関する研究の動向に関連した発展も期待される。また、本研究で扱った一次元空間中で弱く相互作用するボース粒子系では実験的な研究との関連も期待される。実際、dipolar Bose gas での新奇的な量子ホロノミー実験が最近報告された (Kao et al., arXiv:2002.10475)。

研究成果の概要(英文)：We studied an application of exotic quantum holonomy to a "topological manipulation" of quantum states. In particular, we examined weakly interacting Bose particles confined in a one-dimensional region. We introduce a periodic operation, where the strength of impurity potential is varied adiabatically, except at a quench point where the strength diverges. When the interparticle interaction is weak enough, we confirmed that the exotic quantum holonomy really occurs. On the other hand, if the interparticle interaction exceeds a critical value, the exotic quantum holonomy is hindered due to the bifurcation of the stationary states.

研究分野：非線形物理、量子物理、特に量子カオス

キーワード：新奇的な量子ホロノミー 断熱定理 準位反転 量子状態制御

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

量子状態を自在に制御することは、量子物理学自体の研究やその応用において重要な課題である。量子制御として様々な方法が提案されているが、本研究では、概念的に最も簡潔な制御の一つである断熱制御に着目した。これは、断熱定理を利用し、外場をゆっくり変化させることで量子状態を制御する手法である。その大規模な応用として、断熱量子計算 (Farhi, Goldstone *et al.*, Science 292) あるいは量子アニーリング (Kadowaki and Nishimori, Phys. Rev. E 58; Boixo *et al.*, Nature Comm. 4) が注目されている。

断熱制御では、定常状態のなす幾何学的な構造がしばしば利用される。良く知られた例はベリー位相や、その Wilczek-Zee による非アーベル的拡張であり、これらはファイバー束のホロノミーと解釈でき量子ホロノミーとも呼ばれる (Simon, Phys. Rev. Lett. 51)。Wilczek-Zee のホロノミーは量子計算への応用が提案されている (Zanardi and Rasetti, Phys. Lett. A 264)。この幾何学構造は量子ホール効果の線形応答理論等、物性論でも重要な応用を持つ (Thouless *et al.*, Phys. Rev. Lett. 49; Simon *ibid.*)。

断熱的な量子ダイナミクスが持つ幾何学的な構造として、近年、**新奇な量子ホロノミー**が新たに見いだされた。これは、断熱サイクルが複数の異なる固有エネルギーや断熱状態を結びつけるものであり、その最初の例は一般化点状ポテンシャルの数理物理の研究から見いだされた (Cheon, Phys. Lett. A 248)。我々は量子カオス研究の副産物として、**フロケ系**と呼ばれる時間周期的な外場下の系での例を得た (Tanaka and Miyamoto, Phys. Rev. Lett. 98)。その後、新奇な量子ホロノミーの例は、量子回路、量子グラフや Lieb-Liniger 模型 (一次元ボーズ系の可解模型) 等で見いだされてきた (Tanaka and Cheon, New J. Phys. 18 およびその参考文献)。

新奇な量子ホロノミーと類似する Wilczek-Zee のホロノミーはトポロジカルな性質から安定だと考えられるが、これを利用するためには、断熱径路上でエネルギー縮退を維持し続ける必要がある。一方、新奇な量子ホロノミーはエネルギー縮退の無い系でも実現可能であり、Wilczek-Zee のホロノミーよりも頑健だと期待できる。

近年、我々は新奇な量子ホロノミーのトポロジカルな定式化を得た (Tanaka and Cheon, Phys. Lett. A 379)。これはベリー位相のファイバー束による定式化 (Simon, *ibid.*) の拡張とみなせる。この定式化の帰結は量子系の制御への重要な応用を持つ。これは**断熱制御の終状態は断熱径路のトポロジカルな性質で統制される**ことである。この結果は原理・応用の両面で多くの未開拓の可能性が残っていることを強調したい。

2. 研究の目的

これまでの新奇な量子ホロノミーの研究の舞台は、定常状態のパラメータ依存性を厳密に論じることのできる少数自由度系、あるいは、可解模型のみであった。準位交差に触れずに実現する量子ホロノミーについては、その摂動の安定性から相当広いクラスの物理系でも同様の結論がもたらされることが保証されている。しかしながら、そのような安定性はいささか抽象的なものであり、より具体的に論じることができる物理系の具体例が欠けているのも確かである。本研究では、複雑な構造を持つ系あるいは複雑なダイナミクスを示す系を含む幅広い系を対象として、断熱径路のトポロジーを利用した断熱量子制御を実現するための基礎的な課題を解決していきたいと考えた。このためには、希薄原子気体のように、多体問題でありつつも近似的な扱いが機能する場合における新奇な量子ホロノミーの具体例を見いだすことを本研究の目的とすることがふさわしいと考えた。

3. 研究の方法

断熱径路のトポロジーを利用した断熱量子制御の基礎的課題について数値実験および理論解析を通じて取り組んだ。本研究では特に、複雑な構造を持つ系や複雑なダイナミクスを示す系を含む幅広い系を制御可能な対象とするために、多体系の広いクラスで実現可能と思われる例を探索した。例えば、模型の特殊性(厳密可解性)に依拠した議論は、その模型から少しでも摂動を加えた状況については(構造安定性から新奇な量子ホロノミーが残ると期待はできるものの)、多体系の数値実験がたやすくは無いことから、新奇な量子ホロノミーが実験的に検知できるか否かについての数値的な状況証拠すら得難いものになってしまう。

ここで着目した物理系は、平均場近似で扱える多体系として理論と実験の対応が良く検証されている、弱く相互作用するボーズ粒子系である。系の断熱的な領域での時間発展を直接数値的に扱うための注意点として、十分長時間の時間発展が扱うことができる必要がある。そこで、空間自由度として有効的に一次元空間中のみの運動を扱うような状況を取り挙げた。幸運なことに、このような状況は希薄原子気体の分野では理論・実験とも良く調べられている

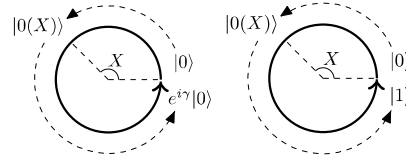


図 1 : 幾何学的位相(左)と新奇な量子ホロノミー(右)の概念図

状況であり、Gross-Pitaevskii 方程式による平均場近似での記述が妥当であることが良く検証されている。

これは一体問題に有効的な非線形相互作用が導入された状況なので、対応する一体問題における新奇な量子ホロノミーの研究(Kasumie, Miyamoto and Tanaka, Phys. Rev. A **93**)を基準点として、粒子間相互作用の効果を調べることになる。このため、定常状態の断熱的な時間発展の問題は非線形偏微分方程式の(ある種の)固定点の断熱的な時間発展へと読み換えることになる。相互作用が弱い場合は、何らかの意味で摂動的な描像が有効であるが、相互作用が強くなるにつれ、固定点の分岐によって断熱的な時間発展の描像すら失われる危険性がある。実際、希薄原子気体の研究の文脈では swallow tail と呼ばれる分岐によるヒステリシスが起きることは知られている(例えば、Chen *et al.*, Nature Phys. **7**)。

4. 研究成果

一次元空間中に閉じこめられ、基底状態に準備された相互作用するボーズ粒子系に対して、鋭い不純物ポテンシャルを導入し、その強度や位置を周期的に変動させるサイクルを調べた。粒子間相互作用が十分弱い場合、このサイクルの結果系は準位反転状態と呼ばれる定常状態に至る。一方、粒子間相互作用がある程度大きくなると、準位反転が妨げられることを示した。

我々が着目した状況をより具体的に説明する。ここでは一次元空間中に閉じこめられ、基底状態に準備された相互作用するボーズ粒子系(粒子間相互作用強度を g とする)に対して、鋭い不純物ポテンシャルを導入し、その強度や位置を周期的に変動させるサイクル C を調べた。不純物ポテンシャルの位置 X を固定し、その強度 v を 0 から断熱的に増大させ として後で、 $-$ にクエンチし、その後 v を断熱的に増大させ 0 とするサイクルである。一体問題では、適切に X を選ぶと準位反転が実現する(Kasumie *et al.*, *ibid*)。物理的にはサイクル C 途中のクエンチは、Lieb-Liniger 模型で記述される一次元ボーズ粒子系を Tonks-Geraldeau 気体から super-Tonks-Geraldeau 気体に変化させる相互作用のクエンチ(Haller *et al.*, Science **325**)に類似するものであり、隣接する固有エネルギー間が十分離れたままで起きる"安定"な過程である。

多体問題とした場合に、サイクル C による準位反転が実現するか否かは、時間依存する Gross-Pitaevskii 方程式による時間発展を調べることによって検証できる。ここでは数値計算の妥当性を慎重に確かめる必要があった。粒子間相互作用が弱い場合は、不純物ポテンシャルを Dirac デルタとして問題無かったが、相互作用が強くなり、かつ不純物ポテンシャルが強く引力的な場合、数値計算での有限モード近似に由来すると思われる不安定な挙動が見られた。多くの場合、このような状況は物理的に興味が薄いですが、サイクル C を調べるためには、理想的には無限に強い引力ポテンシャルを論じる必要があり、実際の数値実験でも十分強い引力系に当たる必要があった。結果の妥当性を検証するために、不純物ポテンシャルの関数形が滑らかな場合と比較した。これらの結果、準位反転の失敗について臨界的な粒子間相互作用強度 g が有限値で存在する数値的な証拠を得た(図 2)。

時間発展の数値実験がこのような状況のため、様々な角度からこれを検証することになった。その一つは(時間に依存しない)Gross-Pitaevskii 方程式の定常解を数値的に求め、そのパラメータ依存性と時間発展の結果との比較である。この結果、粒子間相互作用強度が十分弱い領域では、サイクルに沿った定常状態のパラメータ変化は、相互作用が無い場合と定性的に同じであることが明らかになった。一方、相互作用が強い領域では、いわゆる swallow tail と呼ばれる分岐がサイクルの途中に生じることを見いだした。この分岐が準位反転を妨げる原因の候補となった。確かに、このような分岐が断熱的な時間発展を妨げることが報告されている(例えば、Wu and Niu, Phys. Rev. A **61**)が、その正確な理解は定常解の線型安定性解析(相互作用するボーズ粒子系の文脈では Bogoliubov 解析と呼ばれる)を必要とする。これを数値的に遂行することで、分岐と定常状態の不安定化が符合することを確かめた。また、既存の研究(例えば、Wu and Niu, *ibid*)での swallow tail の不安定領域の配置がここで得た swallow tail のそれと異なることも明らかとなった。

しかしながら、これらは数値解析による結果であり、このままで分岐点の発生機構を把握する手掛りとしては不十分である。これについて、少し大雑把な議論ではあるが、分岐点がクエンチで生じると仮定し、クエンチ時に寄与が大きいと考えられる一体問題での定常状態を基底関数として 2 モード近似を通じて解析した。この結果、swallow tail 内の不安定領域の所在を同定し、この分岐は 2 モードでの局在-非局在転移と捉えることができることが示唆された。また、分岐点での粒子間相互作用強度の推定値を得た。この枠組みはサイクル C の初期状態と

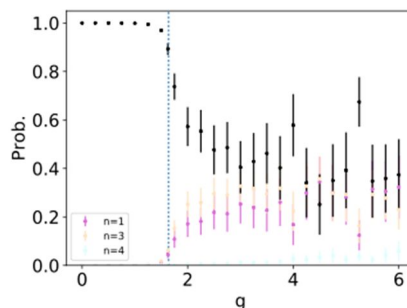


図 2 : 準位反転成功確率(黒)の粒子間相互作用強度(g)依存性。縦点線は 2 モード近似による分岐点の位置を示す。他の準位の占有確率も図示した。

して基底状態のみならず、励起状態の場合でも適用できるため、高次の「準位反転状態」の可能性についても考察した(図3)。

2モード近似による考察を、数値計算と比較しある程度の符合を見た。ただし、粒子間相互作用強度が極めて強い場合は、上述の時間発展の問題のため、数値的な検証はできなかった。

以上の成果は制御への応用だけでなく、量子ダイナミクスの基礎研究としても重要である。すなわち、ミクロあるいはメソスケールでの多体系は、周期的な断熱操作の結果として新奇な量子ホロノミーが起き得る一方で、熱力学的な系では断熱準静サイクルは自明でなければならない。このことは、近年の熱力学と大自由度孤立量子系との対応の研究、例えば

Eigenstate Thermalization Hypothesis (D'Alessio *et al.*, Adv. Phys. **65**)と断熱制御の実現可能性との関係を論じる舞台の一つになると期待される。

本研究では希薄原子気体での新奇な量子ホロノミーの一例を与えたわけだが、近年、新奇な量子ホロノミーと物性論との関連研究として、フロケ半金属 (Zhou, Chen and Gong, Phys. Rev. B **94**)や Anomalous Floquet-Anderson Insulator (Titum, Berg, Rudner, Refael and Lindner, Phys. Rev. X **6**)といった、フロケ系のトポロジカル絶縁体の研究が報告された。また、二次元準結晶系での理論的研究 (Spurrier and Cooper, Phys. Rev. A **97**)や双極子相互作用を持つ原子気体でのトポロジカルポンプの実験的な実現(Kao, Li, Lin, Gopalakrishnan and Lev, arXiv:2002.10475)といった興味深い報告もなされた。

本研究では別種のサイクルを利用して準位交差を利用した準位反転の可能性も検討したが、そこでは必然的に分岐構造を伴うため、非断熱遷移の影響を論じる必要が明らかとなった。これについては、数値計算の精度を検討しつつ定量的な議論をする必要があるため、明確な結論を得ることは将来の課題とする。このことは、本研究で論じたサイクルCでの非断熱誤差の議論でも同様の問題が残っている。

本研究と関連する結果として、まだ予備的な考察の段階ではあるが、新奇な量子ホロノミーの古典類似物を示す二種のモデルの構築に成功した。ひとつは撃力スピンと呼ばれる古典フロケ系であり、もうひとつは古典的な線型振動子系においてである。これらについては、理論的な意味付けを明確にする仕事が残っている。

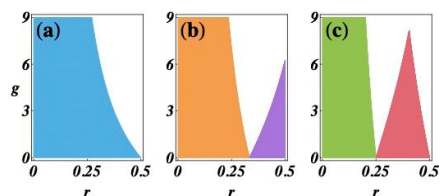


図3：サイクルCが定常状態を励起可能な領域(2モード近似による)。初期状態が (a) 基底状態の場合；(b) 第一励起状態の場合；(c) 第二励起状態の場合。横軸は $r=X/L$ (L は束縛領域の大きさ)。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Tanaka Atushi, Cheon Taksu	4. 巻 なし
2. 論文標題 Path topology dependence of adiabatic time evolution	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Functional Analysis and Operator Theory for Quantum Physics	6. 最初と最後の頁 531 ~ 542
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/175-1/26	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 田中 篤司、全 卓樹	4. 巻 72
2. 論文標題 新奇な量子ホロノミー 断熱サイクルで変わらないこと、変わること	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 日本物理学会誌	6. 最初と最後の頁 240 ~ 245
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11316/butsuri.72.4_240	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tanaka Atushi, Nakamura Takaaki, Cheon Taksu	4. 巻 102
2. 論文標題 Generating a nonequilibrium stationary state from a ground-state condensate through an almost adiabatic cycle	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 013308 (8pages)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) doi.org/10.1103/physreva.102.013308	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 0件/うち国際学会 1件）

1. 発表者名 田中篤司, 中村孝明, 全卓樹
2. 発表標題 平均場近似によるボーズ粒子系の断熱的な準位反転の解析
3. 学会等名 日本物理学会 2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 田中篤司, 全卓樹
2. 発表標題 新奇的な量子ホロノミーの古典対応物
3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会[物性]
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Atushi Tanaka
2. 発表標題 Complete population inversion of Bose particles by an adiabatic cycle: an example of exotic quantum holonomy
3. 学会等名 Quantum Thermodynamics : Thermalization and Fluctuations (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 田中篤司
2. 発表標題 ボーズ粒子系を基底状態から準位反転させる断熱サイクル：新奇的な量子ホロノミーの一例として
3. 学会等名 弱値・弱測定、エンタングルメント、量子コヒーレンスの新地平 (QMNH2018)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

researchmap https://researchmap.jp/tanaka-atushi/
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----