

令和 3 年 6 月 14 日現在

機関番号：13401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2020

課題番号：17K06422

研究課題名(和文) polar符号の基本原則であるpolar変換と通信路モデルに関する研究

研究課題名(英文) Study on polar transformation and channel models as fundamental principles of polar codes

研究代表者

岩田 賢一 (Iwata, Ken-ichi)

福井大学・学術研究院工学系部門・准教授

研究者番号：80284313

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の大きな目的は、情報理論の通信路符号化定理が示す理論限界を達成する符号器と復号器の構築であり、2008年にArikanによって提案されたpolar符号に関する研究である。polar符号の基本原則であるpolar変換に関して、次の課題(1)から課題(3)の研究を行なった。課題(1) 多元入力通信路モデルの条件付きRenyiエントロピーによる性能評価、課題(2) polar変換における通信路モデルの近似アルゴリズムの一般化、課題(3) 一般化消失通信路に対する多段分極に関する研究。

研究成果の学術的意義や社会的意義

polar変換における通信路モデルの近似アルゴリズムに関して幾つかの研究成果がある。これらの研究成果は、polar符号を構成する場合における情報点の選択に関して役立つと考える。また、一般化消失通信路に対する多段分極に関する研究成果は、多元ポーラ符号の多段分極現象に関して、与えられた通信路が消失通信路を一般化した通信路モデルの場合の漸近分布解析を解明しており、今後の研究発展一つの礎を与えたと考える。polar符号は、第5世代移動体通信(5G)に用いられており、今後の発展が期待される符号である。

研究成果の概要(英文)：Arikan proposed polar codes in 2008. This research investigated the following study subjects (1) to (3) concerning the polar transform, which is the basic principle of polar codes: (1) performance evaluation of channel model with the multiple-input by conditional Renyi entropy, (2) generalization of the quantization algorithm for the channel model used in the polar transform, and (3) multilevel channel polarization for generalized erasure channels.

研究分野：情報理論

キーワード：polar符号 ポーラ符号 情報理論 通信路符号 通信路モデル polar変換

1. 研究開始当初の背景

情報理論と符号理論は、情報化社会のデジタル情報伝達の信頼性を確保するために必要不可欠な基礎理論であり、現在の情報化社会の大きな基盤を支えている。伝送する情報を与えられた通信路を通して任意に小さな復号誤り確率で受信者に送る符号を考えるならば、通信路容量に対して任意に近い符号化率を達成するランダム符号の存在がシャノン[1]により示されている。それゆえ、シャノンが示した通信路符号化定理の理論限界に迫る符号の符号化と復号法における計算複雑度およびその構成方法の計算複雑度について多くの議論がなされてきた。Arkan が提案した polar 符号[2]は、符号化および復号における計算複雑度が符号長 n に対して、 $O(n \log n)$ であり、任意に小さな復号誤り確率を達成するとともに符号化効率が理論限界である通信路容量を符号長とともに漸近的に達成する符号である。polar 符号の基本原理解は、代数的操作に基づく polar 変換であり、与えられた複数の通信路を polar 変換により「雑音の少ない理想的な通信路モデル」と「雑音の多い通信路モデル」の 2 極端に分極する。polar 変換後の通信路モデルの解析には、通信路モデルの出力アルファベットサイズが符号長に対して指数関数的に増大する計算困難性があり、その改善が期待される。また、実用的な polar 符号の有効性を考えたとき、関数のクラスが満たすべき条件を明確にするとともに、Monge 性を用いた近似アルゴリズムを構築することにより、低計算複雑度で提案する。符号から多元 polar 符号への拡張、さらに、多元 polar 符号において、2 極端へ分極する polar 変換から代数的操作の演算を変えることで、多段に分極(多段分極)する polar 変換への一般化による改善が考えられていた。これらの改良により、多元 polar 符号の有限符号長での性能改善が期待されている。polar 符号は、第 5 世代移動体通信 (5G) に用いられており、今後の発展が期待される符号である。

2. 研究の目的

本研究の大きな目的は、情報理論の通信路符号化定理が示す理論限界を達成する符号器と復号器の構築であり、本研究では特に、polar 符号の基本原理解である polar 変換に関して、次の課題 (1) から課題 (3) の研究目的とする。

- 課題(1) 多元入力通信路モデルの条件付き Renyi エントロピーによる性能評価、
- 課題(2) polar 変換における通信路モデルの近似アルゴリズムの一般化、
- 課題(3) 一般化消失通信路に対する多段分極に関する研究。

課題(1)では、2 元 polar 符号の有限符号長での性能解析として、Alsan[3]は 2 元入力通信路モデルに対する polar 変換を Gallager の信頼性関数を用いて解析した。これに対して、2 元入力通信路モデルから 3 元入力通信路モデルへの拡張、さらに、多元入力通信路モデルに対して、Gallager の信頼性関数の厳密な評価、および、条件付き R^{Renyi} エントロピーによる解析を試みた。

課題(2)では、有限符号長の polar 符号に適した量子化として、Gallager の信頼性関数などを含む一般的な評価関数を最適化の規範とした近似アルゴリズムを低計算複雑度で提案を試みた。ここでの近似アルゴリズムを低計算複雑度は、Monge 性を用いた高速化である。

課題(3)では、消失通信路に対する polar 符号の解析における一般化を検討し、これまで未知であった多元 polar 符号における分極に関する漸近分布に関して研究を行い、一般化消失通信路に対する多段分極に基づく多元 polar 符号の性能に関して、通信路多段分極現象の理論評価を目的とする。

これら課題 (1) から課題 (3) の研究は、通信路符号化定理の理論限界を低計算複雑度で達成する polar 符号の有限符号長での性能評価と polar 符号の基礎理論の拡張の一助となる。

3. 研究の方法

研究の目的における課題 (1) に関しては、2 元入力通信路から多元入力通信路に拡張することで、多元入力通信路のモデルにおける Gallager の信頼性関数の厳密な限界式を明らかにする。

研究の目的における課題 (2) に関しては、通信路出力の量子化における最適化の規範を相互情報量からあるクラスの関数に一般化した近似アルゴリズムを考え、さらに、Monge 性を用いた高速化により低計算複雑度での近似アルゴリズムを提案する。

研究の目的における課題 (3) に関しては、一般化消失通信路に対する入力アルファベットサイズを素数のべきから一般の合成数の場合に拡張し、多元 polar 符号の通信路多段分極現象の漸近分布の正確な計算方法を与えた。

これら課題 (1) から課題 (3) に関して得られた成果を国際論文誌や国際シンポジウム等で発表している。課題 (1) から課題 (3) に関する研究は 2018 年 12 月まで福井大学博士後期課程の大学院生であり、2019 年 1 月から National University of Singapore の Research Fellow であった阪井祐太(Sakai, Yuta)氏との共同研究として実施した。さらに、課題 (3) に関する研究は、金沢大学 理工研究域電子情報通信学系 藤崎礼志准教授との共同研究として実施した。

4 . 研究成果

課題(1) 多元入力通信路モデルの条件付き Renyi エントロピーによる性能評価に関する研究成果として、次の論文発表などがある。

- [1-1] Yuta Sakai, Ken-ichi Iwata, "Extremality Between Symmetric Capacity and Gallager's Reliability Function E_0 for Ternary-Input Discrete Memoryless Channels," IEEE Trans. on Information Theory, vol.64, no.1, pp.163-191,2018. DOI: 10.1109/TIT.2017.2751500 ,
[1-2] Yuta Sakai, Ken-ichi Iwata, "Sharp bounds on Arimoto's conditional Renyi entropies between two distinct orders," Proceedings of 2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT2017), DOI: 10.1109/ISIT.2017.8007075.

課題(2) polar 変換における通信路モデルの近似アルゴリズムの一般化に関する研究成果として、次の論文発表がある。

- [2-1] Yuta Sakai, Ken-ichi Iwata, "Optimal quantization of B-DMCs maximizing β -mutual information with monge property," Proceedings of 2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT2017), pp. 2673-2677, DOI:10.1109/ISIT.2017.8007013.
[2-2] Yuta Sakai, Ken-ichi Iwata, "Dynamic Programming Approach of Optimal Upgradation Algorithm for an Auxiliary Random Variable of a Bernoulli Random Variable," Proceedings of 2018 IEEE International Symposium on Information Theory, pp.146-150, DOI:10.1109/ISIT.2018.8437693.

課題(3) 一般化消失通信路に対する多段分極に関する研究に関する研究成果として、次の論文発表がある。

- [3-1] Yuta Sakai, Ken-ichi Iwata, Hiroshi Fujisaki, "Modular Arithmetic Erasure Channels and Their Multilevel Channel Polarization," IEEE Transactions on Information Theory, vol.66, no.7, pp.3976-4006, 2020, DOI: 10.1109/TIT.2020.2996977.
[3-2] Yuta Sakai, Ken-ichi Iwata, Hiroshi Fujisaki, "Countably Infinite Multilevel Source Polarization for Non-Stationary Erasure Distributions," Proceedings of 2019 IEEE International Symposium on Information Theory, pp. 2109-2113, DOI: 10.1109/ISIT.2019.8849487.
[3-3] Yuta Sakai, Ken-ichi Iwata, Hiroshi Fujisaki, "Asymptotic Distribution of Multilevel Channel Polarization for a Certain Class of Erasure Channels," Proceedings of 2018 IEEE International Symposium on Information Theory, pp. 856-860, DOI: 10.1109/ISIT.2018.8437921.

参考文献

- [1] C. E. Shannon, "A mathematical theory for communication," Bell Syst. Tech. J., vol.27, pp.379-423, 623-656, Jul.-Oct. 1948.
[2] E. Arıkan, "Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity-Achieving Codes for Symmetric Binary-Input Memoryless Channels," IEEE Trans. on Information Theory, vol.55, no.7, pp. 3051-3073, Jul. 2009.
[3] M. Alsan, "Extremal Channels of Gallager's E_0 Under the Basic Polarization Transformations," IEEE Trans. on Information Theory, vol.60, no.3, pp.1582--1591, Mar. 2014.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Sakai Yuta, Iwata Ken-ichi	4. 巻 64
2. 論文標題 Extremality Between Symmetric Capacity and Gallager's Reliability Function $E_{\{0\}}$ for Ternary-Input Discrete Memoryless Channels	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Information Theory	6. 最初と最後の頁 163 ~ 191
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TIT.2017.2751500	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sakai Yuta, Iwata Ken-Ichi, Fujisaki Hiroshi	4. 巻 66
2. 論文標題 Modular Arithmetic Erasure Channels and Their Multilevel Channel Polarization	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Information Theory	6. 最初と最後の頁 3976 ~ 4006
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TIT.2020.2996977	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 5件）

1. 発表者名 Sakai Yuta, Iwata Ken-ichi
2. 発表標題 Dynamic Programming Approach of Optimal Upgradation Algorithm for an Auxiliary Random Variable of a Bernoulli Random Variable
3. 学会等名 第40回情報理論とその応用シンポジウム予稿集
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Sakai Yuta, Iwata Ken-Ichi, Fujisaki Hiroshi
2. 発表標題 Countably Infinite Multilevel Source Polarization for Non-Stationary Erasure Distributions
3. 学会等名 2019 IEEE International Symposium on Information Theory (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Sakai Yuta、Iwata Ken-Ichi、Fujisaki Hiroshi
2. 発表標題 Asymptotic Distribution of Multilevel Channel Polarization for a Certain Class of Erasure Channels
3. 学会等名 Proceedings of 2018 IEEE International Symposium on Information Theory, DOI:10.1109/ISIT.2018.8437921 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Sakai Yuta、Iwata Ken-Ichi
2. 発表標題 Dynamic Programming Approach of Optimal Upgradation Algorithm for an Auxiliary Random Variable of a Bernoulli Random Variable
3. 学会等名 Proceedings of 2018 IEEE International Symposium on Information Theory, DOI:10.1109/ISIT.2018.8437693 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Sakai Yuta、Iwata Ken-Ichi、Fujisaki Hiroshi
2. 発表標題 Concrete Examples of Countably Infinite Multilevel Source Polarization with a Certain Infinite Group
3. 学会等名 第41回情報理論とその応用シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Sakai Yuta、Iwata Ken-ichi
2. 発表標題 Optimal quantization of B-DMCs maximizing β -mutual information with monge property
3. 学会等名 2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Sakai Yuta、Iwata Ken-Ichi、Fujisaki Hiroshi
2. 発表標題 Sharp bounds on Arimoto's conditional Renyi entropies between two distinct orders
3. 学会等名 2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Sakai Yuta、Iwata Ken-Ichi、Fujisaki Hiroshi
2. 発表標題 Asymptotic Distribution of Multilevel Channel Polarization for a Certain Class of Erasure Channels
3. 学会等名 第40回情報理論とその応用シンポジウム予稿集
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Sakai Yuta、Iwata Ken-ichi
2. 発表標題 Extremality for Arimoto's conditional Renyi entropy and error exponents of Gallager's form
3. 学会等名 第10回シャノン理論ワークショップ予稿集
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	阪井 祐太 (Sakai Yuta)		

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	藤崎 礼志 (Fujisaki Hiroshi)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関