

令和 2 年 6 月 8 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K12639

研究課題名（和文）グラフ・マトロイド分解理論による古典・量子アルゴリズムの統一的開発手法の構築

研究課題名（英文）Graph and Matroid Decomposition

研究代表者

平石 秀史（Hiraishi, Hidefumi）

東京大学・大学院情報理工学系研究科・助教

研究者番号：70795335

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,800,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題では、様々な組合せ最適化計算のメタ問題である、Tutte多項式計算や物理模型上計算に対して、グラフ・マトロイド分解理論を用いたアルゴリズム開発を行うことを通じ、組合せ最適化問題に対する古典・量子アルゴリズムを統一的な視点から開発する手法の整備を行った。特に、複数の分解手法を用いることで、様々な構造をもつ入力データに対応できるアルゴリズム開発の土台を構築した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年では、量子計算機の開発が進みつつあり、商用の中・小規模量子計算機がリリースされている。本研究課題では、古典のアルゴリズム理論の成果を基にした、量子アルゴリズム開発の可能性についての研究を行った。中でも、問題を小問題群に分割した上でアルゴリズムを構築する枠組みである、分解理論に関する研究を中心に行ったが、これは近年の中・小規模量子計算機の実機を効果的に利用するための手法へと展開が可能であると考えられる。

研究成果の概要（英文）：In this project, we develop algorithms based on the decomposition theory for meta-problem of combinatorial optimization such as Tutte polynomial and spin models toward systematic quantum/classical algorithm design.

研究分野：組合せ最適化

キーワード：graph decomposition quantum algorithm Spin model Tutte polynomial

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

## 1. 研究開始当初の背景

データサイズが超大化を続ける現代において、旧来の計算機科学では計算困難とされてきた問題に対しても、巨大データでの計算を行うことが要請されてはじめています。計算困難な問題を取り扱うアプローチの中で、本研究課題では Parameterized Algorithm Theory と量子計算という二つのパラダイムに着目した。

一つ目の Parameterized Algorithms とは、入力データの構造化の度合いを定量的に定式化することを通して、計算困難とされる問題に対しても、構造化されたデータにおいては効率的なアルゴリズムが存在することを示す分野である。これは、SAT や頂点被覆といった、旧来の枠組みでは計算困難とされた問題に対しても、最新のアルゴリズムを適用すると、数百万～数千万といったサイズのデータにさえ、数秒～数分程度で解が求まることがあるという現状を解析するために導入されたパラダイムである。このパラダイムの下では、各種の計算困難問題において、各々、データがどのような構造をもつときに効率的な求解が可能であるかということに関して、多くの研究結果が得られている。

二つ目の量子計算とは、量子力学を計算原理として用いた新世代の計算パラダイムである。量子計算においては、古典計算機では指数的な計算時間がかかるであろうとされているいくつかの計算困難問題に対して、多項式時間で解が求めることが可能となることが知られている。量子計算の中にも、様々な計算モデルがあり、量子アニーリングという枠組みを用いた商用の量子計算機の実機が D-wave 社などによって開発されるなど、量子計算を現実に実装する試みが加速しつつある。

近年、この二つのパラダイムの間にいくつかの関連が指摘さはじめています。例えば、量子計算のモデルの一つである測定ベース量子計算においては、その計算資源である量子グラフ状態では、Parameterized Algorithm における構造パラメータであるグラフの階数幅を用いて、計算能力の評価が一部可能であることが知られるようになった。

## 2. 研究の目的

本研究課題では、前述の状況を鑑み、Parameterized Algorithm Theory でのアルゴリズム開発手法として最先端なものの一つであるグラフ・マトロイド分解理論を用いることで、広範な組合せ最適化問題に対して、古典計算・量子計算の双方で統一的に高速なアルゴリズムを開発するための土台構築を目指した研究を行う。

グラフ・マトロイド分解とは、対象とするデータを効果的に小問題群に分割する手法である。小問題群の解を計算し、その結果を順次統合していくことにより、様々な計算困難問題に対しても、高速な古典アルゴリズムの開発が可能であることが知られている。

さらに、一部のグラフ分解に関しては、量子状態のテンソルネットワークとしての表現との関連性も知られており、グラフ分解を適切に用いることで、古典・量子アルゴリズムの両方で統一的なアルゴリズム開発の枠組みを構築できる可能性を秘めている。我々は、この状況に着目し、様々なグラフ分解における、量子アルゴリズムの開発の可能性を検討することを通じて、計算困難問題に対する古典・量子アルゴリズムを統一的な視点から開発することを行う。

## 3. 研究の方法

本研究では、我々が継続的に研究を行っていた、物理模型上計算および Tutte 多項式の計算といった問題に対してのアルゴリズム開発を軸に研究を進めた。

Ising 模型・Potts 模型をはじめとした物理模型や Tutte 多項式は、様々な組合せ最適化問題を包含するメタ問題としての側面をもつ。これらのメタ問題に対するアルゴリズムの構築・高速化を行うことで、多くの問題に適用可能な手法の設計が可能となる。

さらに、これらの問題に対し、木分解・枝分解・階数分解・carving 分解といった、各種の分解手法上でのアルゴリズムの構築および高速化を行う。各分解は、効率的に分解可能なデータが各々で異なっている。そのため、各分解それぞれを用いたアルゴリズム開発を行うことで、多種多様なデータを取り扱うための手法の構築につながる。

## 4. 研究成果

本研究課題では、まず Ising 模型上の分配関数計算という問題に対して、枝分解および階数分解といった分解手法に基づくアルゴリズムの構築・高速化を行った。さらに、この成果を、より一般のスピン模型である Potts 模型へと拡張を行った。これらの研究成果については、論文誌および国際学会での口頭発表を行った。さらに、Ising 模型上の計算に関しては、木分解上では、より高速な量子アルゴリズムへと拡張できることを示した。

さらに、ice model や ice-type model といった物理模型に対しても、枝分解・carving 分解と

いった分解手法を使うことで高速なアルゴリズムが構築可能であることを示し、carving 分解に関する手法に関しては国際学会において発表を行った。

Tutte 多項式の計算に関しては一般の場合・特殊な場合それぞれに関して、枝分解・パス分解といった分解手法に基づいたアルゴリズム開発や、その精緻な解析を行った。これらの成果については論文誌および国際学会において発表を行った。

また、上記の主要な研究成果以外にも、量子アニーリングのハードウェアへの組合せ最適化問題の埋込手法についての検討、およびその実験結果を、国際会議においてポスター発表を行った他、グラフを一般化した離散構造であるマトロイド構造の性質に関する成果を、論文誌や国際学会において発表を行った。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Hidefumi Hiraishi and Sonoko Moriyama	4. 巻 E102.A
2. 論文標題 Excluded Minors for Q-Representability in Algebraic Extension	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 The IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Farley Oliveira, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai	4. 巻 E102.A
2. 論文標題 Revisiting the Top-Down Computation of BDD of Spanning Trees of a Graph and Its Tutte Polynomial	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 The IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hidefumi Hiraishi and Sonoko Moriyama	4. 巻 E101.A
2. 論文標題 Excluded Minors of Rank 3 for Orientability and Representability	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 The IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hidefumi Hiraishi, Hiroshi Imai, Yoichi Iwata and Bingkai Lin	4. 巻 E101.A
2. 論文標題 Parameterized Algorithms to Compute Ising Partition Function	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 The IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計12件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 8件）

1. 発表者名 Farley Soares Oliveira, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai
2. 発表標題 FPT Algorithms to Enumerate and Count Acyclic and Totally Cyclic Orientations
3. 学会等名 FPT Algorithms to Enumerate and Count Acyclic and Totally Cyclic Orientations (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Farley Soares Oliveira, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai
2. 発表標題 A BDD Approach to Counting Problems in Graphic Arrangements
3. 学会等名 The 21st Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Naosuke Shindo, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai
2. 発表標題 Parameterized Algorithm to Compute the Partition Function of Potts Model with Branch Decomposition
3. 学会等名 The 21st Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Kanto Teranishi, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai
2. 発表標題 Simulated Quantum Annealing versus Breakout Local Search for Benchmark Dataset on NP-hard Problems
3. 学会等名 Asian Quantum Information Science Conference (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 寺西寛人, 平石秀史, 今井浩
2. 発表標題 Simulated Quantum AnnealingとBreakout Local SearchのNP-hard問題に対する実験的な比較
3. 学会等名 アルゴリズム研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 ソアレス・オリベイラ ファルレイ, 平石 秀史, 今井 浩
2. 発表標題 Parameterized Algorithms for Tutte Polynomial Specializations in Graph Orientations
3. 学会等名 アルゴリズム研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hyungseok Chang, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai
2. 発表標題 Comparing Simulated Annealing with Simulated Quantum Annealing on Max-cut and Other NP-Hard Problems
3. 学会等名 Asian Quantum Information Science Conference (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hyungseok Chang, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai
2. 発表標題 Experimental Evaluation of Annealing Metaheuristics for NP-Hard Problems
3. 学会等名 20th Korea-Japan Joint Workshop on Algorithms and Computation. (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shinya Shiroshita, Tomoaki Ogasawara, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai
2. 発表標題 An FPT algorithm for counting the number of Eulerian orientations exploiting carving decomposition
3. 学会等名 20th Korea-Japan Joint Workshop on Algorithms and Computation. (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shinya Shiroshita, Tomoaki Ogasawara, Hidefumi Hiraishi and Hiroshi Imai
2. 発表標題 FPT algorithms exploiting carving decomposition for Eulerian orientations and ice-type models
3. 学会等名 The 12th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 平石秀史
2. 発表標題 マトロイド表現可能性理論の展開と応用について
3. 学会等名 Japanese Conference on Combinatorics and its Applications
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 城下慎也、平石秀史
2. 発表標題 マトロイドに付随する単峰性に関する実験
3. 学会等名 Japanese Conference on Combinatorics and its Applications
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----