

令和 3 年 6 月 14 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2020

課題番号：17K12652

研究課題名（和文）時空間データのブートストラップ法と経験尤度法の理論的展開

研究課題名（英文）Theoretical development of bootstrap and empirical likelihood method for method of spatio-temporal data

研究代表者

劉言 (Liu, Yan)

早稲田大学・理工学術院・研究院講師

研究者番号：10754856

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：これまでの時系列解析では、正則な条件のもとで統計的推測が展開されてきた。しかし、金融データの分散が非有限であるなど正則条件を満たさないことがしばしば指摘されている。非有限分散モデルとして知られる安定過程について、自己基準化ピリオドグラムを利用して、経験尤度法を適用し、様相の異なる漸近分布を導き、重要指標に関する信頼領域の構築法を提案した。安定過程を含む広い時系列モデルのクラスにおいて、予測・補間誤差をモデル間のダイバージェンスとして捉え、その統計推測論を展開した。とくに、提案統計手法の漸近有効性、頑健性など様々な観点から手法の特性を数理的に論じた。これらの成果は著書や複数論文に著している。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、正則条件を満たさない時系列データを想定した時系列解析を理論的に研究した。学術的には、正規過程に対する統計解析が多かったが、本研究では、それを含めた安定過程のクラスでの統計解析を研究し、これまでとは異なる漸近論を展開することに成功した。通常、感染性疾病の伝染経路、世界中の取引所の金融データは正規過程に従わないため、本成果は汎用的な統計解析を実現した。経験尤度法の開発は社会的にも、広い範囲における観測データを、より正確で迅速的な統計解析の実現に繋がっており、情報の蓄積やその利用に直結しているため、統計学の観点による最善策に基づき、利益の向上や、リスクを最小限に食い止めることに繋がる。

研究成果の概要（英文）：In time series analysis, statistical inference has been developed under regular conditions. It is well known that financial data do not have finite variance. In other words, the data do not satisfy the regular conditions. We applied the empirical likelihood method with the self-standardized periodogram to stable processes, known as stochastic processes with infinite variance. We also derived the asymptotic distributions and proposed a method for constructing the confidence region for pivotal quantities. As a wide class of time-series models including stable processes, we considered the prediction or interpolation error as a divergence between the true model and the parametric model, and developed the theoretical statistical inference for this method. In particular, the characteristics of the proposed statistical method were mathematically discussed from various viewpoints such as asymptotic effectiveness and robustness. These achievements have been summarized in a book and papers.

研究分野：統計科学、数理統計学

キーワード：時系列解析 経験尤度法 予測・補間 漸近理論 高次元統計解析 漸近有効性 頑健性 分位点解析

## 1. 研究開始当初の背景

これまでの時系列解析では、モデルの母数に関する滑らかさを仮定する上、観測される確率変数に対し、二次モーメントの有限性を仮定する、という正則条件の下で展開されることが基本的であった。この仮定を満たす代表例は、正規過程である。このような正則条件のもとで、時系列データに対する統計的推測が展開されてきた。具体的には、このような仮定の下では、モデルのスペクトル密度関数を用いて、観測された時系列データの自己相関構造が評価され、さらに観測された時系列データの定常性に関する統計的仮説検定論や変化点の存在に関する仮説検定論およびその検出問題が展開されてきた。しかし、現実データをよく見ていくと、正規性どころか定常性さえ満たさないことがしばしばである。近年では、とくに河川の流れの記録、インターネットの結節点への接続数や金融資産の収益率等、自然現象や社会現象で観測されている時系列データは、実証的に分散が有限ではないことが知られている。いいかえれば、多くの現実データは決して二次モーメントが有限であるという仮定を満たさない。そのため、このような非有限分散時系列データに対して、非母数的な統計手法を適用することが重要となる。

ブートストラップ法と経験尤度法は、非母数的な統計解析手法である。ブートストラップ法は、独立データの反復抽出による再標本化の一つで、しばしば標準誤差の推定、信頼区間の構築や仮説検定で用いられる。一方で、経験尤度法は、推定方程式に基づく制約条件の下で、経験尤度比を最大化する非母数的方法である。従来の統計学では古くから、母平均や母分散のような母数に基づく推測論を発展してきた。尤度の変化が母数の変化に従うため、仮説検定論で用いられる尤度比検定は、母数の統計的推測において様々な利点を持つ。一方で、非母数的アプローチであるブートストラップ法は、標本そのものの持つ経験尤度に基づく統計的推測を展開する。再標本化を通して、ブートストラップに基づく経験尤度が変化する。経験尤度法は、最適な経験尤度比を利用するため、非母数的な尤度比検定となる。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、時系列データに対する経験尤度法および分位点に基づく解析手法を理論的視点による統計理論の構築である。時系列データに対する統計分析は往々にして、有限なモーメントを仮定して展開される。しかし、経済や金融データはこのような条件を満たさないことが多い。そこで、二次モーメントさえ持たない安定過程を含む一般的な定常過程を出発点として、その予測問題、補間問題および外挿問題を論じ、頑健性のある構成法を提案する。これらの結果に基づき、予測誤差という視点から新たな乖離度指標を導入し、それに基づく母数推測論を一般的な定常過程に対して展開する。とくに、非有限分散確率過程に対しては、自己基準化ピリオドグラムを利用して、推定量の一致性や漸近分布の導出に加え、有効性・頑健性をこの新たな枠組みを明らかにしたい。従来の統計解析では、独立標本に対する経験尤度法が盛んに研究されてきたが、ここではモデルの重要指標に対する検定問題を、予測問題に関連する周波数領域を切り口として論述する。とくに、検定統計量の構成においては、安定過程を含む形で論じることができれば、広汎なモデルに対して適用可能となる。また、経験尤度法を変化点問題への応用を考慮し、その統計理論を構築する。

## 3. 研究の方法

定常時系列解析における経験尤度法の理論を統一的に構成する。周波数領域における経験尤度法は、自己相関、スペクトル分布、適合度検定やホイトル推定を例に、短期記憶と長期記憶過程に関する経験尤度比統計量が漸近カイ二乗となることを導出されている。しかし、曖昧な論理展開を含んでいるが故に、スペクトル分布については結果が不正確である。特に、時系列モデルのスペクトル推定では、モーメント条件を課す必要があり、非有限分散モデルでは、経験尤度比統計量が漸近的にカイ二乗分布にならない。また、不規則時空間データに対するホイトル尤度による母数的方法を提案したい。この結果を基礎に、乗数残差ブートストラップ法を用いて、不規則時空間データに対するブートストラップ法を定式化する。具体的には、ピリオドグラムと、スペクトル密度関数を非母数的な推定量の比を利用して、各周波点を特定の条件で規定し、そこで得られた比の標本平均をウェイト付けした量をブートストラップする。再標本化して得られた残差に非母数推定量との積を、ブートストラップしたピリオドグラムとして考える。結果的に、時空間データの統計的解析における重要な統計量の信頼区間等を得ることとなる。とくにこれらの手法について、国内外の時空間統計解析の専門家と綿密に連絡を取り、しっかりとした研究体制の下で行う。効率的に研究を進める為には、海外の専門家に専門知識の供与を求め、計画通りに研究が進まない時には、協力を要請する予定である。また、国内外の諸学会に積極的に参

加し、本研究の進展や研究成果を発表する。

#### 4. 研究成果

本研究では、(1)~(3)のように、研究成果が得られている。

##### (1) 時系列モデルの予測性に基づく母数的統計推測論

これまでの時系列解析では、正則な条件のもとで母数的統計推測論が展開されてきた。しかし、金融データの分散が非有限であるなど正則条件を満たさないことがしばしば指摘されている。実際、安定分布に従う確率変数に対し、自己基準化統計量の漸近モーメントに関する公式を導いた。また、自己基準化ピリオドグラムを利用して、非有限分散モデルとして知られる安定過程について経験尤度法を適用し、これまでとは様相の異なる漸近分布を導き、重要指標に関する信頼領域の構築法を提案した。さらに、安定過程を含む広い時系列モデルのクラスにおいて、予測・補間誤差をモデル間のダイバージェンスとして捉え、その母数的統計推測論を展開した。このダイバージェンスの定式化は自然であり、真のモデルに対し、推定モデルは漸近一致性をもち、推定量は自然な漸近分布をもつ。とくに、母数推定における漸近有効性、頑健性など様々な観点から手法の特性を数理的に論じた。これらの成果は著書や複数論文に著している。直近の論文では、予測を外挿として捉えたときの頑健的構成法についても明らかにしている。実際、時系列データの規模が大きくなると、これまでの等間隔観測という統計解析の基本条件を満たさない。このような不規則時系列データに対し、母数的解析の枠組みで頑健性をもつ統計的解析手法を提案した。

##### (2) 分位点解析に基づく時系列モデルの非母数的判別論

これまでの時系列解析では平均ベクトルや共分散構造に基づく判別分析が主であった。本研究では、時間領域および周波数領域の両方から時系列モデルの分位点推定論および非母数的判別手法を提案した。時間領域の解析では、定常過程の母数推定において頑健性をもつチェック関数をリスクとして評価し、その漸近論を展開した。また、多変量時系列に対し、分位点間の関連性を込めたコピュラモデルが用いられるが、既存研究ではよく知られている対称コピュラだけ、データ解析においてしばしば利用されてきた。ここでは数理的な性質を活かし、新しい非対称コピュラを提案した。とくに、金融データでは上昇と下落の分位点が非対称であることが一般的に認識されているため、この非対称コピュラを用いた最適ポートフォリオ推定を行った。周波数領域の解析では、定常過程のスペクトル分位点に基づく統計的推測論を展開し、その漸近分布を明らかにした。その上、時系列モデルにおける非母数的判別分析について論じた。これらの成果も複数論文に著している。

##### (3) 高次元時系列の判別分析およびその検定論の構築

高次元の統計解析においては、推定量の増加に伴い、推定誤差が増加する。本研究では、時系列データの判別において、マハラノビス距離に基づくものではなく、重心に基づく分類器という近年注目を浴びている斬新な手法を用いた。本判別分析の理論結果は非常

に一般的な枠組みで展開した。実際、判別対象となる二群は、異なる母平均ベクトルと自己分散関数を持つとして、二群間の母平均の差を、時系列データの次元の指数関数の形で一般的に表現し、その冪指数の大きさ・二群の標本数の変化・正規性の有無で場合分けし、重心に基づく分類器が一致性をもつ為の十分条件をすべての場合において導いた。また、これらの結果に対応して、重心に基づく分類器にジャックナイフ法によるバイアス修正統計量を導入し、バイアス修正も行った。時系列データに対するジャックナイフ法の効果は、バンド幅の大きさに依存する。通常、バンド幅の選び方はまた、標本数の指数関数で表現される。このような設定の下で、修正分類器が一致性をもつための条件を導出し、最適となるバンド幅の取り方を明らかにした。最適なバンド幅を適用した修正分類器を用いることで、高次元正規・非正規時系列データの判別解析において、判別一致性が成り立つための時系列の次元に対する最も緩い条件を明確な形で示した。また、判別分析を行う際、対象とする群の性質も重要であり、仮説検定論として、球面性検定を高次元時系列の文脈で展開した。これもまた大標本理論を含めた一般論を展開しており、時系列データの次元が大きいときの漸近分布を、バイアス項を含めて正確に導いた。その正確さは数値計算の結果から確認できた。これらの成果も複数論文に著しており、国際学会や海外の研究セミナーにおいて好評を得ている。

時系列解析のリサンプリングを出発して、予測問題や補間問題の誤差問題に対する方法を考慮に入れることにより、より一般的な統計的推測論を展開することができるようになった。実際、これらの手法は定常確率過程のみならず、時変性をもつ局所定常過程への拡張や、高次元時系列解析の拡張などが視野に入ってきた。これらの新たな知見を取り入れて、時空間データの部分観測に基づく統計理論を展開し、今後、その動的発展変化へ手法の拡張を行う予定である。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Liu Yan, Xue Yujie, Taniguchi Masanobu	4. 巻 41
2. 論文標題 Robust Linear Interpolation and Extrapolation of Stationary Time Series in $L_p$	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Time Series Analysis	6. 最初と最後の頁 229 ~ 248
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1111/jtsa.12502	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Akashi Fumiya, Dette Holger, Liu Yan	4. 巻 39
2. 論文標題 Change-Point Detection in Autoregressive Models with no Moment Assumptions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Time Series Analysis	6. 最初と最後の頁 763 ~ 786
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1111/jtsa.12405	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Liu Yan, Tamura Yurie, Taniguchi Masanobu	4. 巻 39
2. 論文標題 Asymptotic Theory of Test Statistic for Sphericity of High-Dimensional Time Series	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Time Series Analysis	6. 最初と最後の頁 402 ~ 416
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1111/jtsa.12288	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Liu Yan	4. 巻 129
2. 論文標題 Robust parameter estimation for stationary processes by an exotic disparity from prediction problem	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Statistics & Probability Letters	6. 最初と最後の頁 120 ~ 130
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spl.2017.05.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Liu Yan	4. 巻 20
2. 論文標題 Statistical inference for quantiles in the frequency domain	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Statistical Inference for Stochastic Processes	6. 最初と最後の頁 369 ~ 386
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11203-017-9166-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Liu Yan, Nagahata Hideaki, Uchiyama Hirotaka, Taniguchi Masanobu	4. 巻 46
2. 論文標題 Discriminant and cluster analysis of possibly high-dimensional time series data by a class of disparities	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Communications in Statistics - Simulation and Computation	6. 最初と最後の頁 8014 ~ 8027
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03610918.2016.1263732	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Liu Yan, Tamura Yurie, Taniguchi Masanobu	4. 巻 39
2. 論文標題 Asymptotic Theory of Test Statistic for Sphericity of High-Dimensional Time Series	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Time Series Analysis	6. 最初と最後の頁 402 ~ 416
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1111/jtsa.12288	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計26件 (うち招待講演 18件 / うち国際学会 14件)

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Statistical and Topological Inference of the Granger Causality
3. 学会等名 Waseda Cherry Blossom Workshop on Topological Data Science (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 劉 言、木村 晃敏、谷口 正信、Ombao Hernando
2. 発表標題 Persistence Diagram for Granger Causality
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Statistical Inference for Persistence Landscapes of the Granger Causality
3. 学会等名 Waseda International Symposium (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 High dimensional Discriminant Analysis for Time Series
3. 学会等名 Statistical Topological Data Analysis Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Discriminant and Cluster Analysis of Possibly High-dimensional Time Series
3. 学会等名 Waseda Seminar on Time Series & Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Statistical Inference for Persistence Landscapes of the Granger Causality
3. 学会等名 Waseda Seminar on Time Series & Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 A Bootstrap Test for Sphericity of Time Series
3. 学会等名 EcoSta 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Sphericity Test for High-dimensional Time Series
3. 学会等名 Workshop on Causal Inference in Complex Marine Ecosystems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Prediction-based Parameter Estimation of Time Series
3. 学会等名 Statistical Methods and Models for Complex Data (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年



1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Distance-based Parameter Curve Clustering in Time Series
3. 学会等名 Mini Workshop on TDA Time Series and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Testing Structure of Dependence for High-dimensional Time Series Based on Bootstrap
3. 学会等名 Workshop on Recent Progress in Time Series
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Liu Yan, Tamura Yurie, Taniguchi Masanobu
2. 発表標題 Sphericity test for high-dimensional time series
3. 学会等名 Mathematical Statistics and Stochastic Analysis for Modeling and Analysis of Complex Random Systems V (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Liu Yan, Tamura Yurie, Taniguchi Masanobu
2. 発表標題 高次元時系列の球面性検定
3. 学会等名 Japanese Joint Statistical Meeting
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 From prediction and interpolation problem to parameter estimation problem of time series
3. 学会等名 日本数学会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Dunsmuir William、Liu Yan
2. 発表標題 A test for missingness in time series
3. 学会等名 Waseda International Symposium (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 A new perspective of parameter estimation of stationary time series
3. 学会等名 Nanzan International Symposium (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Dunsmuir William、Liu Yan
2. 発表標題 A test of missing completely at random in time series
3. 学会等名 日本数学会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Nagahata Hideaki、Liu Yan、Taniguchi Masanobu
2. 発表標題 Discriminant and cluster analysis of possibly high-dimensional time series data by a class of disparities
3. 学会等名 WIRP workshop
4. 発表年 2017年～2018年

1. 発表者名 Xue Yujie、Liu Yan、Taniguchi Masanobu
2. 発表標題 Robust interpolation problem in $L_p$
3. 学会等名 1st International Conference on Econometrics and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年～2018年

1. 発表者名 Liu Yan、Nagahata Hideaki、Taniguchi Masanobu
2. 発表標題 Linear discriminant analysis for high-dimensional time series
3. 学会等名 Japanese Joint Statistical Meeting
4. 発表年 2017年～2018年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 A test for stationary by copula spectral density
3. 学会等名 The Mathematical Society of Japan
4. 発表年 2017年～2018年

1. 発表者名 Nagahata Hideaki、Liu Yan、Uchiyama Hirotaka、Taniguchi Masanobu
2. 発表標題 Discriminant and cluster analysis of possibly high-dimensional time series data by a class of disparities
3. 学会等名 Statistical seminar at University of Malaya
4. 発表年 2017年～2018年

1. 発表者名 Akashi Fumiya、Dette Holger、Liu Yan
2. 発表標題 Self-weighted GEL methods for linear hypothesis in infinite variance processes and its application to change point tests
3. 学会等名 Waseda International Symposium (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年～2018年

1. 発表者名 Liu Yan、Tamura Yurie、Taniguchi Masanobu
2. 発表標題 Asymptotics of test statistic for sphericity of high-dimensional time series without diagonalizability condition
3. 学会等名 Waseda International Symposium (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年～2018年

1. 発表者名 Liu Yan
2. 発表標題 Robust parameter estimation for irregularly observed stationary process
3. 学会等名 Kyoto International Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年～2018年

1. 発表者名 Akashi Fumiya、 Dette Holger、 Liu Yan
2. 発表標題 Robust GEL test in infinite variance processes and its application to change point tests
3. 学会等名 Kagawa International Symposium (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年～2018年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 Liu Yan	4. 発行年 2020年
2. 出版社 DesignEgg Co.,Ltd.	5. 総ページ数 172
3. 書名 Foundations of Statistics A	

1. 著者名 Liu Yan、 Akashi Fumiya、 Taniguchi Masanobu	4. 発行年 2018年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 136
3. 書名 Empirical Likelihood and Quantile Methods for Time Series	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------

イタリア	University of Sannio			
ノルウェー	Institute of Marine Research			
サウジアラビア	KAUST			
ドイツ	Ruhr-Universität Bochum			