

令和 5 年 4 月 16 日現在

機関番号：62615

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2022

課題番号：17K12742

研究課題名（和文）拡張融合法を用いた高速SATソルバの研究開発

研究課題名（英文）Development of a SAT Solver Based on Extended Resolution

研究代表者

園部 知大（Sonobe, Tomohiro）

国立情報学研究所・ビッグデータ数理国際研究センター・特任研究員

研究者番号：50747269

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 1,900,000円

研究成果の概要（和文）：充足可能性問題(SAT問題)は計算機科学の重要な問題として知られていて、この問題を解くためのプログラムであるSATソルバは、実世界の問題を解くために使用されているため、高速化の意義は高い。本研究では、従来のSATソルバで使用されている融合法をより強力にした拡張融合法を用いて、鳩の巣原理問題に対して効果的な手法の提案を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

充足可能性問題(SAT問題)を解くSATソルバは、回路検証、コンピュータプログラムのバグ発見、数学的問題の解決、暗号解析等、現実世界の様々な問題の解を高速に求められる水準に達し、更なる発展が期待されている。本研究では、SATソルバに対して、より理論的に強力であると考えられている拡張融合法を組み込むことを目的として、鳩の巣原理問題に対して、従来のSATソルバの高速化を達成した。

研究成果の概要（英文）：The satisfiability problem (SAT problem) is known as an important problem in computer science. The SAT solver is a computer program for this problem, and the enhancement of SAT solvers is essential because they are useful to resolve various real-world problems. In this research, we utilize the extended resolution, considered to be more powerful than general resolution used in the state-of-the-art SAT solvers, on the pigeonhole principle. Experimental results indicate that our method can improve the existing solvers.

研究分野：探索アルゴリズム

キーワード：充足可能性問題 SATソルバ

1. 研究開始当初の背景

充足可能性問題(Satisfiability problem、SAT 問題)とは、真偽の二値を取る Boolean 変数から構成される論理式に対して、式全体を真にするような変数割り当てが存在するか判定する問題で、計算機科学における重要な問題として知られている。この問題を解くプログラムとして SAT ソルバが研究・開発されてきて、回路検証や定理証明などの現実世界の問題を実用的な時間で解くことが可能な水準に達している。そのため、SAT ソルバの高速化・効率化を行う意義は高い。

一般的な SAT 問題は、複数の Boolean 変数の正負の出現が論理和で結合された論理式を節 (clause)として、複数の節が論理積で結合された形式(Conjunctive Normal Form、CNF)で表現される。SAT ソルバは入力された CNF に対して、CNF を真にするような変数割り当ての探索を行う。中でも、値の定まっていない変数一つずつ選び順に真偽の値を入れていき、特定の節内のすべての変数が偽となる矛盾が生じた際に、直前の変数割り当てをやり直すバックトラック型の探索に基づくソルバが、現実世界の問題を解く際に使用されている。このバックトラック型の探索に対して、変数割り当てによる矛盾が生じた際に、その矛盾の原因となった変数割り当てを解析し、新たな節を学習する節学習が加わったことで、SAT ソルバの性能が大幅に向上した。この節学習をもとにしたバックトラック型のアルゴリズムは、Conflict Driven Clause Learning (CDCL)アルゴリズムと呼ばれる。

一般的に、節学習は融合法と呼ばれる、複数の節から特定の変数を消去し、新たな節を融合で生成する手法に基づいたもので行われてきた。一方で、拡張融合法と呼ばれる手法も存在し、特定の問題に対して、拡張融合法は融合法と比べてより効率的に解が求められることが理論的に証明されている。そのため、この拡張融合法に基づくソルバが実現できれば、既存の CDCL アルゴリズムに基づくソルバと比べて、より高速に動作することが期待される。拡張融合法を既存の CDCL ベースのソルバに組み込んだ既存研究がいくつかあるものの、決定的な性能改善は達成できておらず、研究の余地が多く残されている。

研究代表者はこれまで高速 SAT ソルバの研究開発に従事し、CDCL アルゴリズムに基づく逐次および並列の SAT ソルバの開発を行ってきた。主に問題の構造に着目した手法の提案を行っていて、学習された節に対する既存の評価手法の改良や、問題をグラフとして捉え、グラフのコミュニティ構造を活用した並列 SAT ソルバの性能改善などに取り組んできた。提案手法を実装した SAT ソルバは、ソルバの性能を競う競技会において上位に入賞し、その性能の高さを示した。それらの製作を通して得られた経験は、既存の枠組みと異なる拡張融合法の実装に活用可能である。また、問題の構造を考慮することで、拡張融合法に必要な、新たな変数の導入に応用が可能であると考えられる。

2. 研究の目的

本研究の目的は、実世界の問題を解くための SAT ソルバに対して、既存の融合法をベースとした CDCL アルゴリズムの枠組みを利用したまま、拡張融合法を組み合わせることで、より高速な探索の実現を目指す。拡張融合法は、入力された CNF に存在しない、新たな変数を導入し、その変数と既存の変数との関係性を表す節を導入する方式で、CDCL アルゴリズムには存在しない処理である。拡張融合法に適したアルゴリズムをゼロから構築するのは困難であるため、CDCL アルゴリズムに追加する形式で組み合わせることを目的とする。また、鳩の巣原理問題は拡張融合法を用いることで多項式回数の処理数で問題の解を求めることが理論的に示されているため、その問題に対して実用的な性能を示すことが可能か検証を行う。

具体的には、

(a)既存の CDCL アルゴリズムをベースとした SAT ソルバに対して、探索中に拡張融合法による新たな変数を導入する処理を追加し、その変数に対して優先的に真偽の値を割り当てる手法の導入を行う。新たな変数を優先的に探索に活用することで、拡張融合法による影響をより積極的に観察が可能となる

(b)鳩の巣原理問題に対する、拡張融合法によって実際に SAT ソルバの性能が計測できるか確認を行う。鳩の巣原理問題に対する理想的な拡張融合法の適用方法は既に確立されているため、その方法を実際に SAT ソルバの処理に応用し、その影響の観測を行う。

3. 研究の方法

拡張融合法を組み込み、実際の性能を計測するために、近年の高水準な SAT ソルバの基礎となった MiniSAT および Glucose に対して、新たな変数を追加し探索において優先的に値を割り振る処理を追加する。近年の多くの SAT ソルバは MiniSAT と Glucose のコードを元に拡張したものであるため、この二つのソルバに実装が可能であれば、近年のソルバにも同様に実装が可能である。拡張融合法によって追加された変数に対して優先的に値を割り振る方法を二つ提案する。

一つ目は(1)拡張された変数に対して常に優先的に値を割り振る方式、二つ目は(2)拡張された変数に対して優先度スコアを定期的大きく上昇させる方式、である。二つ目に関して、MiniSAT と Glucose は値を割り振る変数の決定方法は共通の手法を採用しており、各変数にスコアを付与し、探索中にそのスコアを増減させ、スコアの最も高い変数を選択して値を割り振っている。今回提案する(2)の手法は、拡張された変数に対して、スコアを定期的大きく上昇させることで、拡張された変数の値割り振りを促すものである。

鳩の巣原理問題は、 n 匹の鳩に対して、 m 個の鳩の巣を用意した時に、全ての鳩が重複無く鳩の巣に入れるか、を問う問題である (n と m は任意の非負整数)。本研究で扱う問題は、 $m=n-1$ としたもので、鳩の総数に対して鳩の巣の数が少ないため、答えは No となる。この設定下で、問題を SAT 問題へと変換し、拡張融合法を用いて問題に論理的な変換を加えていくと、 n の 3 乗に比例した処理回数で、元の SAT 問題が自明に充足不可能であることを証明可能なことが知られている。この解法に基づく、拡張融合法の新しい変数の導入と、既存の変数との関連を示す節を加えた際に、SAT ソルバにとっての性能にどれくらい影響があるのか観測を行う。具体的には、特定の n の値に対して鳩の巣原理の SAT 問題(CNF)を生成し、その問題に対する拡張融合法によって追加された変数と節を区別し、前述の拡張融合法に対応した MiniSAT と Glucose の二つのソルバを用いて、性能にどの程度影響があるのか計測する。

4. 研究成果

前節で紹介した手法を鳩の巣原理問題に対して実験を行ったところ、図 1 に示す結果を得られた。この実験では、鳩の数 n を 11 から 15 まで試していて、それぞれの n に対して得られた SAT 問題の変数と節の順番を、ランダムシードを変更してランダムシャッフルしたものを含む 4 種に対して、その実行時間を計測している (SAT ソルバは与えられた CNF の変数や節の順番によって性能に影響を受けるため)。表中の列は、それぞれ「#V」が変数の総数、「#C」が節の総数、「#EV」が拡張融合法によって追加された変数の総数 (#V にも含まれる)、「#EC」が拡張融合法によって追加された節の総数 (#C にも含まれる)、を表す。その後続く列は、「M」がオリジナルの MiniSAT (version 2.2) の処理時間 (単位は秒)、「M+m1」が MiniSAT に前述の手法 (1) を加えたものの処理時間、「M+m2」が MiniSAT に前述の手法 (2) を加えたものの処理時間、を示す。同様に、「G」はオリジナルの Glucose (version 3) の処理時間で、「G+m1」と「G+m2」も MiniSAT と同様に提案手法を追加したものの処理時間である。なお、問題ごとの処理時間の上限は 10000 秒として、その時間以内に探索が終了しなかった場合は処理を打ち切っている。

結果的に、提案手法を加えた MiniSAT も Glucose も、何も手を加えていないベースのソルバより処理時間が短くなる傾向が観測できた。中でも、手法 m1 はどちらのソルバにおいてもより効果が高く、MiniSAT では $n=13$ の問題が制限時間以内に解けるようになった。鳩の巣原理問題で、かつ拡張融合法の理想的な適用方法が事前に判明しているという限定されて状況ではあるものの、拡張融合法が実用的な SAT ソルバの性能を向上させることが可能であることを示せた。

図 1. 鳩の巣原理問題に対する MiniSAT と Glucose の結果

Instance	n	#V	#C	#EV	#EC	M	M+m1	M+m2	G	G+m1	G+m2
no shuffle	11	200	921	90	360	131.55	4.17	24.76	94.38	14.76	48.75
shuffle1	11	200	921	90	360	40.88	3.12	14.1	51.37	9.29	102.69
shuffle2	11	200	921	90	360	58.36	2.76	9.49	113.04	14.58	170.89
shuffle3	11	200	921	90	360	60.16	2.92	6.27	48.06	9.58	82.89
no shuffle	12	242	1178	110	440	1607.91	126.33	1806.44	1125.69	91.54	110.03
shuffle1	12	242	1178	110	440	2302.25	55.9	1249.96	748.22	61.34	86.71
shuffle2	12	242	1178	110	440	2411.08	138.41	1890.52	660.61	57.07	135.91
shuffle3	12	242	1178	110	440	2326.94	324.51	771.5	893.94	70.4	559.47
no shuffle	13	288	1477	132	528	10,000	2427.4	10,000	8565.22	434.97	478.05
shuffle1	13	288	1477	132	528	10,000	1045.38	10,000	3447.85	503.82	364.8
shuffle2	13	288	1477	132	528	10,000	2516.14	10,000	10,000	282.12	1679.05
shuffle3	13	288	1477	132	528	10,000	2702.69	10,000	3213.34	394.55	250.65
no shuffle	14	338	1821	156	624	10,000	10,000	10,000	10,000	6575.03	4045.79
shuffle1	14	338	1821	156	624	10,000	10,000	10,000	10,000	2537.06	3255.24
shuffle2	14	338	1821	156	624	10,000	10,000	10,000	10,000	3006.74	3374.63
shuffle3	14	338	1821	156	624	10,000	10,000	10,000	10,000	2625.2	3688.71
no shuffle	15	392	2213	182	728	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
shuffle1	15	392	2213	182	728	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
shuffle2	15	392	2213	182	728	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
shuffle3	15	392	2213	182	728	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000

他にも、拡張融合法と直接の関係はないものの、その試行中に得られた成果として、既存の

CDCL アルゴリズムに基づく SAT ソルバの改善手法の提案を行った。具体的には、SAT ソルバにおける、値を割り振る変数の選択を行う処理において、与えられた問題をグラフとして捉えた時に、そのグラフにおける PageRank の高い変数を優先することで、処理の高速化を実現した。SAT 問題は、Boolean 変数をグラフにおける頂点、同一節内で出現する二つの変数に対応する頂点間を辺を張ることでグラフとして表現が可能で、そのグラフに対して各頂点の PageRank を計測することができる。PageRank の高い頂点(対応する変数)は、そのグラフにおいて多くの変数から影響を受ける重要な変数と考えることが可能であるため、その変数に対して優先的に値を割り振ることで処理の高速化を行った。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Sonobe Tomohiro	4. 巻 15
2. 論文標題 Variable Selection with PageRank for SAT Solvers	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Computer Science	6. 最初と最後の頁 1074 ~ 1084
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3844/jcssp.2019.1074.1084	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Sonobe Tomohiro	4. 巻 15
2. 論文標題 An Experimental Survey of Extended Resolution Effects for SAT Solvers on the Pigeonhole Principle	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Algorithms	6. 最初と最後の頁 479 ~ 479
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.3390/a15120479	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 町出智也, 園部知大
2. 発表標題 SATソルバを参考にした行列のフルランク性の判定手法
3. 学会等名 人工知能学会全国大会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------