

令和 5 年 6 月 7 日現在

機関番号：32675

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2022

課題番号：17K14143

研究課題名（和文）大規模固有値問題に対する高速かつロバストなアルゴリズムの開発に関する研究

研究課題名（英文）Research on the development of fast and robust algorithms for large-scale eigenvalue problems

研究代表者

相島 健助 (Aishima, Kensuke)

法政大学・情報科学部・准教授

研究者番号：40609658

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究は、行列計算における行列分解アプローチと射影の技術の応用という観点で、固有値問題における数値計算アルゴリズムを設計した。具体的には、東京女子大学の荻田教授との共同研究の成果として新たな高速反復改良法を提案した。さらに、固有値問題の変種と見なせる応用上重要な数値的問題に対して、高速高精度およびロバストな数値計算アルゴリズムを与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

インターネット上のウェブ検索のシステムや、購買のための情報推薦システムは、数値的には行列に関する数値計算に帰着される。行列に関する数値計算の中でも、固有値計算は一つの柱をなす重要なものである。本研究は、固有値計算の計算技術の開発とともに、その計算技術の応用範囲を今以上に広げていくことで社会貢献を行った。

研究成果の概要（英文）：In this study, numerical algorithms for eigenvalue problems have been designed from the viewpoint of applying matrix factorization approach and projection techniques in matrix calculations. Specifically, a new fast iterative improvement method is proposed as a result of joint research with Prof. Ogita of Tokyo Woman's Christian University. In addition, fast, accurate, and robust numerical algorithms for important mathematical problems in many application areas have been provided, where they can be regarded as variants of the eigenvalue problem.

研究分野：数値解析

キーワード：数値線形代数

1. 研究開始当初の背景

現在、理工学および情報科学の様々な分野において、行列に関する数値計算は広く応用される重要なものである。その中で固有値計算は行列計算における大きな柱であり、最小二乗法や画像処理、データマイニングなどに応用されるため、その数値計算法を開発する意義は大きい。

固有値計算を基盤とする数理的な研究は多岐にわたる。行列の特異値分解は応用上重要であるが、その数値計算は固有値計算に基づく計算技術にとどまらず、数理モデリングの観点でも、固有値問題は、自然現象や応用上重要なシステムの数理的表現力をもつ重要なものである。

このような観点から、近年、固有値の数値計算技術を開発するだけでなく、固有値問題の変種に相当する数理的な問題に対する数値解法の研究が重要視されている。例えば、逆固有値問題や情報推薦システムを表現する数理的な問題、時系列データに対する動的モード分解の数値計算などが挙げられる。この種の数値計算に固有値計算が応用され、一定の成果が出ているものの、固有値計算の研究レベルの高度な技術開発やその導入および理論解析は、今後の研究待ちと言える段階である。

2. 研究の目的

上記の研究の背景の下、本研究は、固有値計算アルゴリズムの進展を目指しつつ、固有値問題の変種に相当する問題の高性能数値計算アルゴリズムの開発を目的とする。具体的には、固有値計算アルゴリズムの進展のために、主に部分空間法に対して、現代的な数理モデリングを背景に適切な部分空間への射影の技術の見直し、高性能化を目指す。さらに、固有値問題の変種としては、その逆問題である逆固有値問題に対して、高性能な数値計算法を開発する。他にも、情報推薦システムは行列補完問題として数理的に解釈されるが、この問題は固有値計算を応用して数値的に解く。その意味で行列補完問題は固有値問題の変種と見ることができ、これを固有値計算より軽い計算で数値的に解くアルゴリズム開発を目指す。このような現代的な情報科学的な問題を、固有値計算手法に内在する技術を抽出し、より直接的に効率的に数値計算する方法を検討することが本研究の目的となる。このような問題設定では、確率的なゆらぎが内在するため、ロバスト性も強く考慮する研究となる。

3. 研究の方法

本研究は固有値問題の数値解法それ自体の進展と、そのモデリングの技術まで俯瞰した上で数値計算的な技術の開発を行う。その上で重要なのが行列計算における重要な数理的技術である。実は、行列計算の中でも特に重要な固有値計算に対しては、大規模問題の低次元空間への射影と、(射影後の)中規模問題の安定な計算のための行列分解アプローチが二つの軸となる。この二つを軸に、逆固有値問題や行列補完問題の数値解法、加えて、動的モード分解の数値計算アルゴリズムを設計する。

4. 研究成果

固有値問題の数値解法の研究成果としては、東京女子大学の荻田教授との共同研究の成果として新たな反復改良法の提案が挙げられる。さらに、逆固有値問題に対しては、行列分解アプローチをもとに高速かつ可搬性の高い数値計算アルゴリズムを与えた。さらに、情報推薦システムに付随する行列補完の数値計算にはランダム射影の有効性を見だし、ノイズを含む時系列デ

ータに対する動的モード分解を対象に、ある種の理論解析に成功した。具体的には、統計的な意味での一致性の理論を与えている。

本研究は、固有値計算を軸に様々な研究に広がりを見せつつも、行列計算における行列分解アプローチと射影の技術の応用という観点で統一的に見ることができるものである。今後この見解をもとに、諸分野の数理モデリングの技術から数値計算までを俯瞰した研究分野を創出できる可能性を秘めている点は特筆に値する。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Aishima Kensuke	4. 巻 417
2. 論文標題 Statistical modeling and an adaptive averaging technique for strong convergence of the dynamic mode decomposition	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 114551 ~ 114551
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2022.114551	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Aishima Kensuke	4. 巻 40
2. 論文標題 Strong consistency of the projected total least squares dynamic mode decomposition for datasets with random noise	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 691 ~ 707
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-022-00547-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Aishima Kensuke	4. 巻 12
2. 論文標題 Strong convergence for the dynamic mode decomposition based on the total least squares to noisy datasets	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 JSIAM Letters	6. 最初と最後の頁 33 ~ 36
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14495/jsiaml.12.33	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Aishima Kensuke	4. 巻 11
2. 論文標題 Formulations and theorems of quadratically convergent methods for inverse symmetric eigenvalue problems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE	6. 最初と最後の頁 303 ~ 326
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/nolta.11.303	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kensuke Aishima	4. 巻 367
2. 論文標題 A quadratically convergent algorithm for inverse generalized eigenvalue problems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Computational and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 112485
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.cam.2019.112485	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Aishima Kensuke	4. 巻 542
2. 論文標題 A quadratically convergent algorithm based on matrix equations for inverse eigenvalue problems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications	6. 最初と最後の頁 310 ~ 333
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2017.05.019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Aishima Kensuke	4. 巻 549
2. 論文標題 A quadratically convergent algorithm for inverse eigenvalue problems with multiple eigenvalues	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Linear Algebra and its Applications	6. 最初と最後の頁 30 ~ 52
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.laa.2018.03.022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ogita Takeshi, Aishima Kensuke	4. 巻 35
2. 論文標題 Iterative refinement for symmetric eigenvalue decomposition	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 1007 ~ 1035
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-018-0310-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計13件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 動的モード分解に対して収束を保証する平均化手法について
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 低ランク行列近似の数理
3. 学会等名 第36回信号処理シンポジウム（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 摂動成分を限定する全最小二乗問題に対する統計モデリングと数値解法の漸近解析
3. 学会等名 日本応用数理学会 研究部会 連合発表会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 ノイズを含むデータに対する動的モード分解の推定精度の理論解析
3. 学会等名 日本応用数理学会2020年度年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 部分空間を制限する全最小二乗法の効率的な計算手法とその収束解析
3. 学会等名 日本応用数学会 2021年研究部会連合発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kensuke Aishima
2. 発表標題 Convergence theorem of iterative projection methods for symmetric eigenvalue problems
3. 学会等名 9th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 時系列データの適切なノイズ除去を行う動的モード分解の計算手法
3. 学会等名 2019年並列 / 分散 / 協調処理に関する『北見』サマー・ワークショップ (SWoPP2019)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 動的モード分解のノイズ除去の効果に対する統計解析
3. 学会等名 日本応用数学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 動的モード分解に対する確率解析
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所 研究集会「諸科学分野を結ぶ基礎学問としての数値解析学」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kensuke Aishima
2. 発表標題 A Quadratically Convergent Algorithm Based on Matrix Equations for Inverse Eigenvalue Problems
3. 学会等名 The Householder Symposium XX, 2017, The Inn at Virginia Tech (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Kensuke Aishima
2. 発表標題 Matrix Multiplication Based Algorithm for Inverse Eigenvalue Problems and Its Quadratic Convergence
3. 学会等名 18th SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing, 2018, Tokyo (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 重複固有値を指定する逆固有値問題に対する二次収束解法について
3. 学会等名 日本応用数理学会2017年度年会, 武蔵野大学, 2017
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 相島健助
2. 発表標題 信号到来方向推定アルゴリズムESPRITの数理構造を用いる動的モード分解
3. 学会等名 日本応用数学会「行列・固有値の解法とその応用」研究部会 第24回研究会， 東大
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<https://aishima.cis.k.hosei.ac.jp/research.html>

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関