

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 4 年 6 月 27 日現在

機関番号：94301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K14231

研究課題名(和文) 数学・物理・情報を横断する双対性と意味論への圏論的・高次元圏論的アプローチ

研究課題名(英文) Categorical and Higher-Categorical Approaches to Duality and Semantics across Mathematics, Physics, and Information

研究代表者

丸山 善宏 (Maruyama, Yoshihiro)

株式会社国際電気通信基礎技術研究所・佐藤匠徳特別研究所・研究員

研究者番号：20761290

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：コヒーレント空間に対するストーン双対性の全てを包括する普遍的な圏論的双対性を証明しそれを計算機科学に応用した論文により計算知能に関する国際会議において論文賞を受賞した。既存の無限的ストーン双対性を代替する新種の圏論的双対性を発見した論文は代数学の主要雑誌に出版され、無限的ストーン双対性を包含する圏論的双対性の一般理論を構築した論文は圏論のトップジャーナルにおいて出版された。トポス理論を任意の論理体系に拡張するためトポス理論の論理的本質を捉えたトライポス理論の拡張を通じて圏論的論理の一般理論を構築しトポス理論の普遍化に成功した。この方面の成果は数理論理学のトップジャーナル等において出版された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

圏論的双対性の普遍理論を構築し、圏論のトップジャーナル等において出版すると共に、計算知能に関する国際会議で論文賞を受賞した。圏論的論理の普遍理論を構築し、数理論理学のトップジャーナル等において出版し、トライポス理論を通じたトポス理論の拡張に成功した。これらは、純粋数学としての革新と同時に、人工知能・機械学習や量子物理・量子情報への応用を企図したものであり、従来の枠組みとは異なる全く新しい角度から、圏論に基づく人工知能と量子情報の新地平を切り拓くものとして非常に大きな可能性を秘めたものである。専門的な国際誌と同時に、成果の社会への普及のため数学セミナーや現代思想など一般向け雑誌にも多数寄稿した。

研究成果の概要(英文)：We have developed a universal categorical duality theorem encompassing all Stone dualities for coherent spaces and applied it to computer science, by which we won a paper prize at an international conference on computational intelligence. We have discovered a novel infinitary Stone duality theorem which replaces the known infinitary Stone duality, which was published in a major journal in algebra, and further developed a general theory of categorical dualities which encompasses those infinitary Stone dualities, which was published in a top journal in category theory. To extend topos theory for arbitrary logical systems, we have generalised and applied tripos theory, thus having discovered a general theory of categorical logics, which was published in a top journal in mathematical logic.

研究分野：圏論的双対性、圏論的論理、圏論的人工知能、圏論的機械学習、圏論的量子力学、圏論的統一科学

キーワード：圏論的双対性 圏論的論理 圏論的人工知能 圏論的機械学習 圏論的認知科学 圏論的言語学 圏論的量子力学 圏論的統一科学

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

圏論的双対性と圏論的論理の研究においては、以下の三つの問題、すなわちコヒーレント空間に対するストーン双対性の普遍的構造の問題、そういった圏論的双対性の一般理論の問題、トポス理論の直観主義論理以外の論理への拡張の問題が知られていた。

より具体的に述べると、コヒーレント空間に対するストーン双対性は個別例のみが知られており、どのような構造に対してそれが成り立ち、どのような構造に対してはそれが成り立たないのか未知であった。例えば計算知能で用いられるファジィシステムの論理構造に対してどのような場合にそれが成り立つのか未知であった。さらにこういった圏論的双対性を扱う一般理論は具体的に有意義な新たな双対性を導出するには貧弱であった。また圏論的論理の理論であるトポス理論は直観主義論理に限定された理論であり他の論理には適用可能ではなくトポス理論を任意の論理に適用可能とするような圏論的論理の普遍的な理論は存在してこなかった。

2. 研究の目的

そこで本研究では、以下を目的とした：

- ・どのような構造に対してコヒーレント空間を用いたストーン双対性が成り立ち、どのような構造に対してはそれが成り立たないのか、はっきりとした特徴づけを与え解明すること
- ・計算知能で用いられるファジィシステムの論理構造に対してどのような場合にストーン双対性が成り立つのか解明すること
- ・こういった圏論的双対性を統合する双対性の一般理論でありしかも具体的に有意義な新たな双対性をダイレクトに導出可能なパワフルな圏論的双対性の一般理論を構築すること
- ・トポス理論を任意の論理構造に適用可能とするような圏論的論理の普遍的な理論を既知の困難を乗り越えて構築すること
- ・トポス理論を一般化した圏論的論理の普遍理論を通じて異なる圏論的論理構造間の関係性の系統的な分析を可能にすること

3. 研究の方法

圏論的双対性の理論においては、圏論的代数・圏論的位相・Chu 空間論・普遍代数などの手法を援用した。圏論的論理の理論においては、特にトライポス理論、その内部論理を用いたトライポス・トポス構成法、ローヴェア・ティアニー位相のトライポス理論的対応物などを用いた。さらに圏論的意味論の系統的な構造解析のために高次圏論的な方法論を応用した。

4. 研究成果

コヒーレント空間に対するストーン双対性の全てを包括する普遍的な圏論的双対性を証明しそれを計算機科学に応用した論文により計算知能に関する国際会議において論文賞を受賞した。既存の無限的ストーン双対性を代替する新種の圏論的双対性を発見した論文は代数学の主要雑誌に出版され、無限的ストーン双対性を包含する圏論的双対性の一般理論を構築した論文は圏論のトップジャーナルにおいて出版された。

トポス理論を任意の論理体系に拡張するためトポス理論の論理的本質を捉えたトライポス理論の拡張を通じて圏論的論理の一般理論を構築しトポス理論の普遍化に成功した。この結果はトポスと直観主義論理の対応関係を任意の論理に拡張したものとして非常に重要なものである。こういった研究に立脚し一般化されたトライポスに対するローヴェア・ティアニー位相としての論理間の翻訳関係の定式化を与え論理間の相互関係の位相的解明を与えた。

これらの圏論的理論を応用することで、人工知能・機械学習や量子物理・量子情報への応用を切

り拓く道筋を作った。以上の成果は、純粋数学としての革新と同時に、人工知能・機械学習や量子物理・量子情報への応用を企図したものであり、従来の枠組みとは異なる全く新しい角度から、圏論に基づく人工知能と量子情報の新地平を切り拓くものとして非常に大きな可能性を秘めており、今後も引き続き研究を進めてゆく。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計20件（うち査読付論文 10件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 86
2. 論文標題 Fibred Algebraic Semantics for a Variety of Non-Classical First-Order Logics and Topological Logical Translation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 The Journal of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 1189-1213
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 226
2. 論文標題 Chu Duality Theory and Coalgebraic Representation of Quantum Symmetries	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Pure and Applied Algebra	6. 最初と最後の頁 106960
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 -
2. 論文標題 Higher-Order Fuzzy Logics and their Categorical Semantics: Higher-Order Linear Completeness and Baaz Translation via Substructural Triples Theory	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of IEEE-FUZZ	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 -
2. 論文標題 A Reasoning System for Fuzzy Distributed Knowledge Representation in Multi-Agent Systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of IEEE-FUZZ	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 48
2. 論文標題 Topological Duality via Maximal Spectrum Functor	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Algebra	6. 最初と最後の頁 2616-2623
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 12062
2. 論文標題 Higher-Order Categorical Substructural Logic: Expanding the Horizon of Tripos Theory	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Springer LNCS	6. 最初と最後の頁 187-203
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 IEEE CIS
2. 論文標題 Universal Stone Duality via the Concept of Topological Dualizability and its Applications to Many-Valued Logic	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of FUZZ-IEEE	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 IEEE CIS
2. 論文標題 First-Order Typed Fuzzy Logics and their Categorical Semantics: Linear Completeness and Baaz Translation via Lawvere Hyperdoctrine Theory	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of FUZZ-IEEE	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 Wittgensteinian
2. 論文標題 Foundations of Mathematics: From Hilbert and Wittgenstein to the Categorical Unity of Science	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Springer Frontiers Collection	6. 最初と最後の頁 245-274
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 12524
2. 論文標題 Symbolic and Statistical Theories of Cognition: Towards Integrated Artificial Intelligence	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Springer LNCS	6. 最初と最後の頁 129-146
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 未定
2. 論文標題 Topological Duality via Maximal Spectrum Functor	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Communications in Algebra	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 未定
2. 論文標題 Higher-Order Categorical Substructural Logic: Expanding the Horizon of Tripos Theory	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Springer LNCS	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 未定
2. 論文標題 Foundations of Mathematics: From Hilbert and Wittgenstein to the Categorical Unity of Science	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Springer Frontiers Collection	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 11939
2. 論文標題 Compositionality and Contextuality: The Symbolic and Statistical Theories of Meaning	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Springer LNCS	6. 最初と最後の頁 161-174
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 11939
2. 論文標題 Contextuality across the Sciences: Bell-type Theorems in Physics and Cognitive Science	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Springer LNCS	6. 最初と最後の頁 147-160
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 vol. 3
2. 論文標題 Harmony, Higher-Order Rules, and the Curry-Howard-Lambek Correspondence	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of Proof-Theoretic Semantics Conference	6. 最初と最後の頁 forthcoming
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 44
2. 論文標題 Pancomputationalism and Data Science: From Symbolic to Statistical AI, and to Quantum AI	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Springer SAPERE	6. 最初と最後の頁 207-211
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 44
2. 論文標題 The Frame Problem, Gödelian Incompleteness, and the Lucas-Penrose Argument: A Structural Analysis of Arguments about Limits of AI, and its Physical Consequence	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Springer SAPERE	6. 最初と最後の頁 194-206
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 The Frame Problem, Gödelian Incompleteness, and the Lucas-Penrose Argument: A Structural Analysis of Arguments about Limits of AI, and its Physical and Metaphysical Consequences	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Springer SAPERE Series	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Maruyama	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Quantum Pancomputationalism and Statistical Data Science: From Symbolic to Statistical AI, and to Quantum AI	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Springer SAPERE Series	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計3件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 Y. Maruyama
2. 発表標題 Harmony, Higher-Order Rules, and the Curry-Howard-Lambek Correspondence
3. 学会等名 Proof-Theoretic Semantics Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Y. Maruyama
2. 発表標題 A structural perspective on quantum cognition: From Penrose's argument to No-Go theorems in cognitive science
3. 学会等名 Quantum Contextuality in Quantum Mechanics and Beyond (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Y. Maruyama
2. 発表標題 Contextuality of Reason, Contextuality of Reality, and the Nature of Probabilities Involved
3. 学会等名 Purdue Wiener Memorial Lectures (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------