

令和 2 年 5 月 27 日現在

機関番号：13301

研究種目：挑戦的研究(萌芽)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K18733

研究課題名(和文) ひたと裂け目の数理 エネルギー変分の視点から

研究課題名(英文) Mathematics for wrinkle and crack -- from a viewpoint of energy variation --

研究代表者

木村 正人 (Kimura, Masato)

金沢大学・数物科学系・教授

研究者番号：70263358

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 5,000,000円

研究成果の概要(和文)：周期しわパターンと裂け目の相互作用に対するエネルギーの立場からの理解に向け、いくつかの数理モデルの数学・数値解析とパターン形成の実験を行った。しわと亀裂のパターンが共存する例であるゲルなどの粘弾性体を念頭に、マックスウェル型およびツェナー型粘弾性モデルの変分構造の研究を行った。加えて、周期的なパターンを生成する古典的カーン・ヒリヤード方程式の拡張として、外的な動的刺激や亀裂に起因する項を付け加えた一般化されたカーン・ヒリヤード・モデルの数理的研究を行った。また、実験系からのアプローチとして、しわ形成を伴う弾性シートの破壊実験を行い、いくつかのスケーリング則を実験的に見出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

しわと裂け目のなすパターン形成の問題は、ナノテクノロジーや生物の発生、産業デザイン、氷河や断層・しゅう曲といった、非常に幅広い分野と関連して将来的に大きな意味を持つ可能性を秘めている。今回の研究では、しわなどのパターンと亀裂を同時に考えるために必要な簡略化された数理モデルや物理実験系を確立できたことで、将来的に様々な分野の問題と関連が生まれてくるものと期待される。

研究成果の概要(英文)：As a first step toward understanding of the interaction between periodic wrinkle pattern and crack shape from energy variation, we tried mathematical and numerical analysis of mathematical models together with some physical experiments of pattern generation. For viscoelastic materials like gel with which wrinkles and cracks are both observed, we studied variational structures of the Maxwell and Zener type viscoelastic models. As an extension of the classical Cahn-Hilliard equation which can produce periodic patterns, we also considered a generalized Cahn-Hilliard model by adding a new term which corresponds to an external dynamic stimulation or a crack dynamics. Moreover, as an approach from physical experiments, we performed a fracture experiment of an elastic sheet with wrinkle pattern and succeeded to obtain some scaling laws.

研究分野：応用数学

キーワード：亀裂 しわのパターン

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

研究代表者はフェーズ・フィールド法を用いた独自の亀裂進展モデルを提案している(Takaishi-Kimura 2009)。本研究計画では、同様のフェーズ・フィールド・モデルを利用し亀裂のみならずしわや周期的パターンを含んだ系への拡張の可能性について、様々な視点から検討を行うこととした。しわと裂け目のなすパターン形成の問題は、ナノテクノロジーや生物の発生、産業デザイン、氷河や断層・しゅう曲といった、非常に幅広い分野と関連して将来的に大きな意味を持つ可能性を秘めている。これまでの既存の研究では個々のケースに対してしわのエネルギーだけを考えることはあったが、しわなどのパターンと亀裂を同時に考えることで、将来的に様々な分野の問題と関連が生まれてくるものと期待される。

2. 研究の目的

しわなどの周期パターンと裂け目の相互作用に対するエネルギーの立場からの理解に向け、そのための数理的基盤構築に向けた数理モデルの数学解析および数値解析と簡略化したパターン形成の実験系の解析を行うことを目指した。周期パターンと裂け目の相互作用を端的に表現できる簡略化された基礎モデルとして、どのような数理モデルや物理実験系が妥当であるかを検討した。いくつかの有望な数理モデルの数値実験と物理実験系を並行して試し、そこで得られた知見を交換しつつそれらの数学解析や実験解析を実施することで、周期パターンと裂け目の相互作用の数理解析に向けた基盤整備を行った。

3. 研究の方法

周期パターンと裂け目のエネルギー変分解析の数理的基盤整備に向け、主として次の数理モデルを考察し、その数学解析と数値解析も合わせて行った。

しわと亀裂のパターンが共存する例であるゲルなどの粘弾性体を念頭に、そのエネルギー変分構造を調べるため、マックスウェル型およびツェナー型粘弾性モデルの数理解析を行った。

周期的なパターンを生成することが知られている古典的なフェーズ・フィールド・モデルであるカーン・ヒリヤード方程式の拡張として、外的な刺激や亀裂に起因する項を付け加えた一般化されたカーン・ヒリヤード・モデルの数理解析を行った。

また、実験系からのアプローチとして、次のような実験とその解析を行った。

しわ形成を伴う弾性シートの破壊実験を行った。実験設定は、平行に固定した2枚のガラス板の間で、予め切り目を入れた紙を引っ張って引き裂くというものである。また、螺旋構造の濡れ問題やリボン状の物体におけるループ形成の実験など、しわの問題とよく似た数理構造を背景に持つと考えられるいくつかの物理実験を行った。

数理モデルおよび物理実験系によるアプローチにおいて相互に緊密なアイデア交換を行いながら研究を推進した。

4. 研究成果

次の成果を得て国内外の学会で発表を行うとともに、学术论文執筆を行い学術雑誌に発表または投稿準備中である。

マックスウェル型およびツェナー型粘弾性モデルに関して、隠されたエネルギー勾配構造を発見し、その解析を行った。また、その勾配構造を利用して安定な有限要素スキームの開発に成功した。さらに、高石・木村による亀裂進展フェーズ・フィールド・モデルを、その勾配構造を保ったまま自然に粘弾性系に拡張することに成功した。

外的な刺激や亀裂に起因する項を付け加えた一般化されたカーン・ヒリヤード・モデルを考察し、そのエネルギー勾配構造の解析を行った。その結果の応用として、安定な時間離散スキームの提案とその数学解析を行い、安定性および収束性の数学的評価を得た。また一般化カーン・ヒリヤード・モデルを用いた、様々なパターン制御の数値シミュレーションを行い、周期パターンと外的な刺激や亀裂に起因する項との相互作用を表現する1つの簡略化された数理モデルであることを示した。

しわ形成を伴う弾性シートの破壊実験の定量化に取り組んだ。実験設定は、平行に固定した2枚のガラス板の間で、予め切り目を入れた紙を引っ張って引き裂くというものである。ガ

ラス板間距離 H を実験パラメータとして変化させつつ、紙の変形に伴って生じるしわパターンの詳細な観察を行った。また、形態学的な情報の取得に加え、紙を引き裂く時の荷重と紙に与えた変位の関係を定量的に計測した。こうした実験の結果、 H と初期き裂伸展開始前に観測される最大しわ本数 N の間に $N \sim H$ (β が約 -0.55 程度) というスケーリング関係式が示唆された。また、紙の引き裂き (亀裂進展) 時に観測される最大荷重 F_{\max} は、 H の減少とともに著しく増大することが見いだされた。例えば、A4 用紙程度サイズのコピー用紙を試料としたとき、拘束が無い時 ($H =$ に相当) に観測される紙自体の intrinsic な引き裂き強度が $1N$ 程度であるの対し、 $H = 1\text{mm}$ では、 $F_{\max} = 14N$ 程度にも達した。また F_{\max} と H の間にも、 N の場合と近い指数のスケーリング則 ($F_{\max} \sim H$; β が約 -0.62 程度) がえられた。また、周期的な足場構造が存在する場での変分問題の例として、螺旋構造の濡れ問題についても注目し実験を進めた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計2件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kimura Masato, Notsu Hirofumi, Tanaka Yoshimi, Yamamoto Hiroki	4. 巻 78
2. 論文標題 The Gradient Flow Structure of an Extended Maxwell Viscoelastic Model and a Structure-Preserving Finite Element Scheme	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Scientific Computing	6. 最初と最後の頁 1111 ~ 1131
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10915-018-0799-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Tanaka, M. Seii, J. Sui and M. Doi	4. 巻 -
2. 論文標題 Gel dynamics in the mixture of low and high viscosity solvents: Re-entrant volume change induced by dynamical asymmetry	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Chemical Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） -	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 7件/うち国際学会 7件）

1. 発表者名 Masato Kimura
2. 発表標題 Gradient flow structure of the Maxwell-Zener model for viscoelasticity
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Taipei, July 5-9, 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masato Kimura
2. 発表標題 Phase field modeling for crack propagation with irreversibility
3. 学会等名 China-Japan Symposium on Defects and Cracks in 2018 CSIAM Annual Meeting Chengdu, China, September 14-16, 2018. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masato Kimura
2. 発表標題 A structure preserving finite element method for Maxwell type viscoelasticity problem
3. 学会等名 Japan-Taiwan Joint Workshop on Scientific Computation and Related Topics, Taipei, November 24-26, 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshimi Tanaka
2. 発表標題 Soft Matter Mechanics
3. 学会等名 CoMFOS 2018 (2018.6.14, Kyoto) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 赤堀 裕介, 増田千紘, 田中 良巳
2. 発表標題 制限された空間での弾性薄膜の破壊
3. 学会等名 日本応用数理学会, 2018. 9.5
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshimi Tanaka
2. 発表標題 Gradient Flow Model of Fracture and Its Applications
3. 学会等名 BIRS workshop "Phase-Field models of Fracture (Banff, 2019.3. 7) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yoshimi Tanaka
2. 発表標題 Shape transition of looped elastic ribbons under tension
3. 学会等名 International Conference CoMFoS17: Mathematical Analysis of Continuum Mechanics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshimi Tanaka
2. 発表標題 Phase Field Crack Growth Model and Its Applications
3. 学会等名 BIRS Programs: Phase-Field Models of Fracture (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	田中 良巳 (Tanaka Yoshimi) (10315830)	横浜国立大学・大学院環境情報研究院・准教授 (12701)	
研究 分担者	ファンマース パトリック J P (van Meurs Patrick) (20815378)	金沢大学・GS教育系・特任助教 (13301)	