

令和 4 年 5 月 25 日現在

機関番号：32612

研究種目：挑戦的研究(萌芽)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K18742

研究課題名(和文)水の波の新しいモデルの創出とその数学解析

研究課題名(英文)Creation of a new model for water waves and its mathematical analysis

研究代表者

井口 達雄 (IGUCHI, Tatsuo)

慶應義塾大学・理工学部(矢上)・教授

研究者番号：20294879

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 4,800,000円

研究成果の概要(和文):水の波の基礎方程式系を出発点とし、変分構造を利用して導出されたモデル方程式を磯部 柿沼モデルと名付け、そのモデルの構造を数学的に解析した。具体的には、その初期値問題が時間局所的に適切であること、元の基礎方程式系の高次浅水波近似になっていること、ハミルトン構造を有していること等を証明した。さらに、数値解析を用いて孤立波解の大域構造を調べ、孤立波解に限界波高があり、また波頭が尖った極限波を有することを確認した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

水の波の基礎方程式系は非常に複雑な偏微分方程式系であるため、その解の構造の理解や数値シミュレーションを目的として非常に多くの近似モデルが提唱されている。本研究により、磯部 柿沼モデルはこれまでに提唱されているどの近似モデルよりも、ある意味で優位なモデルであることを数学的に保証することができた。特に、孤立波解が限界波高をもつ近似モデルは、トイモデルを除いて磯部 柿沼モデル以外に見い出されていないことは特筆すべきである。

研究成果の概要(英文):Starting from the basic equations for water waves, we derived a model, called the Isobe-Kakinuma model, for water waves by using a variational structure of the basic equations, and analyzed structures of the model from mathematical point of view. More precisely, we showed that the initial value problem of the model is well-posed locally in time, that the model is a higher order shallow water approximation, that the model possesses a Hamiltonian structure, and so on. Moreover, by numerical analysis, we investigate the global structure of solitary wave solutions of the model and observed that the existence of a solitary wave of extreme form with a maximal height and a sharp crest.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：水の波 変分構造 適切性 浅水波近似 磯部 柿沼モデル Hamilton構造 孤立波 極限波

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

河川を流れる水や大海原を満たしている海水と大気が接する水面の運動は水の波と呼ばれ、古くから研究の対象となってきた。また、海岸工学の分野では、津波や高潮による自然災害を未然に防ぐという目的から、水の波が研究されている。平成 11 年から開始された気象庁による量的津波予報もその一つである。海底地震が発生すると日本各地にある観測所で地震波が観測され、震源地と規模が推定される。そして津波予報データベースから各沿岸地域での津波の波高と到達時間が検索され、津波予報が発表されている。

水の波は、重力場の下での非圧縮かつ非粘性流体の渦なし流に対する自由境界問題として非線形偏微分方程式系によって数学的に定式化されるが、その直接的な解析は決して易しくない。そのため、これまで数多くの近似モデルが提唱され、それに基づいて水の波の定量的な予測が行われている。津波予報データベースの構築では、そのような近似モデルの一つである浅水波方程式が使われている。浅水波方程式の数学的な研究はある意味で確立されており、その近似の意味もよく理解されている。一次近似という観点からは実用に耐えうるモデルであるが、水の波の重要な性質の一つである分散性を完全に無視したモデルになっている。そのため、より精密な津波の波高と到達時間をシミュレートするには高次近似モデルを使う必要がある。

一方、海岸工学の分野において磯部氏(1994)により、水の波の基礎方程式系の変分構造に着目し、Luke (1967) によって与えられたラグランジアンを近似するという立場で、新しいモデル方程式が導出された。そのモデルは柿沼氏(2000) によって多層流の場合に拡張されている。その後、柿沼氏は精力的にこのモデルを使った津波伝播の数値計算を行っている。通常の偏微分方程式論の立場からすると、彼らのモデルは非常に特異な様相を呈しており、偏微分方程式の分野では全く知られていないモデルであった。

2. 研究の目的

研究代表者がこのモデルと真剣に向き合うきっかけとなったのは、柿沼氏からこのモデルを偏微分方程式の研究者の視点からどう捉えるかと問われたことに由来する。海岸工学の研究者からの質問に答えるための研究を行うと同時にその答えに対するフィードバックを受け、海岸工学と数学との研究交流を深め、水の波をより深く理解し、応用に繋げることを主目的とした。より詳しくは、以下の通りである。

(1) 水の波の基礎方程式系に対する初期値問題は時間局所的に適切であることが知られている。なお、初期値問題が適切であるとは、物理的に自然な初期値を与えたとき、方程式の解が唯一存在し、解写像が適当な位相で連続になることをいう。これは、現象という立場から見ても、基礎方程式系自体が一つのモデルとして有するべき性質である。それゆえ、更なるモデル化においても満たされなければならない性質であるが、水の波に対しては、しばしば非適切なモデルが現れるので、この性質を確認することは、そのモデルの良し悪しを判断する際に重要となる。本研究では、磯部 柿沼モデルに対する初期値問題が適切であるかどうかを判定すること、またモデルに内存する構造の解明を通して、適切であるための条件を見出すことを、一つの目的とした。

(2) 水の波のモデルを導出する際、適当な物理パラメータに関する摂動展開や多重尺度法を用いるのが常套手段である。それに対して、磯部 柿沼モデルの導出ではそのような手法が用いられておらず、ラグランジアンにおける速度ポテンシャルを適当な関数系の一次結合で近似する手法が取られている。そのため、磯部 柿沼モデルの解がどのような意味で基礎方程式系の解を近似しているのかは明らかでなかった。線形分散関係式の解析により浅水波近似であることが予想できていたが、非線形の場合でもそれが正しいことや近似関数系の選び方との関係、また基礎方程式系の解と磯部 柿沼モデルの解との精密な誤差評価を理論的に与えることを二つ目の目的とした。

(3) 水の波における孤立波やクノイダル波は非常に重要な波の一つである。水の波の近似モデルの一つである KdV 方程式は、そのような波を具体的に書き下すために導出され、その孤立波解は双曲線関数を用いて具体的に書き下されたのは良く知られている事実である。また、具体的に書き下すことは出来ないが、水の波の基礎方程式系も小振幅孤立波解を持つことが知られている。さらに大振幅孤立波解には限界波高があり、その極限波の波頭が尖り、その内角が 120 度であることも知られている。磯部 柿沼モデルもこのような孤立波解を持つかどうかを調べることが三つ目の目的とした。

3. 研究の方法

本研究の目的を達成するための主要な研究手法は、研究代表者が自身で行う紙面上での手計

算である．また，情報収集や共同研究者との研究討論も重要な研究方法である．具体的に列挙すると以下の通りである．

(1) 孤立波解の存在については Mathieu Colin 氏 (ポルドー大学, フランス) と, ハミルトン構造については Vincent Duchene 氏 (レンヌ大学, フランス) と共同研究を行った．また, 水の波との関連で, 水面上に浮体がある場合の浅水波モデルに対する初期値問題の可解性について David Lannes 氏 (ポルドー大学, フランス) と共同研究を行った．研究連絡は主としてメールおよび Skype を利用した．また, 2019 年 3 月に研究代表者がフランスのポルドー大学に出張し, David Lannes 氏および Mathieu Colin 氏と直接, 研究討論・情報交換を行った．

(2) 海外から以下の研究者を招聘し, 研究討論・情報交換を行った．
Mark Groves 氏 (ザールラント大学, ドイツ)
Snorre Christiansen 氏 (オスロ大学, ノルウェー)
Shih-Hsien Yu 氏 (シンガポール国立大学, シンガポール)
Vincent Duchene 氏 (レンヌ大学, フランス)

(3) 本研究に関連のある研究者が多数参加する国内外の研究集会に参加し, 研究成果の発表および研究討論・情報収集を行った．

(4) 研究代表者が主催している慶應義塾大学理工学部での『非線形解析セミナー』に国内外の関連研究者を多数招聘して講演会を開催し, 研究討論・情報交換を行った．

4. 研究成果

主要な研究成果は以下の通りである．

(1) 磯部 柿沼モデルの導出では, Luke のラグランジアンにおける速度ポテンシャルを鉛直座標に関する適当な関数系の一次結合で近似する．その一次結合の係数は, 時刻および水平座標に関する未知関数となる．関数系の選択方法には無限の自由度があるが, 本研究では, 多項式に制限した．その初期値問題は, Rayleigh-Taylor の符号条件に相当する安定性条件, および初期値に対する両立条件の下, 時間局所的に適切であることを証明した．すなわち, 近似関数系としてどのような多項式を選んでも, 物理的に自然な条件下で適切であることが明らかになった．

(2) 磯部 柿沼モデルに対しては初期時刻が特性面になっており, その初期値問題が可解であるためには, 初期値を任意に与えることはできず, 両立条件が必要条件として現れる．磯部 柿沼モデルにおける未知関数は, 水面変位という物理量に加え, 速度ポテンシャルの近似に使われる係数関数があり, その物理的意味は明確ではない．そのため, 初期値をどのように用意するかは自明なことではなかった．物理的に自然であり, 基礎方程式系のハミルトン構造の正準変数である変数は水面変位と速度ポテンシャルの水面へのトレースである．本研究で, それら正準変数に対して初期値を与えれば, 磯部 柿沼モデルに対する初期値で両立条件を満たすものが唯一つ決まることを示した．これにより, その初期値の与え方を明らかにした．

(3) 磯部 柿沼モデルは基礎方程式系の強非線形な高次浅水波モデルであることを証明した．特に, 水底が平らな場合には近似関数系として偶数次の単項式を 0 次の項から順番に選べば十分である事, 水底に凹凸がある場合には奇数次の単項式も用いないといけないことを示した．を平均水深と代表波長の比で定義される浅水パラメータとすると, よく知られている浅水波方程式は誤差が ϵ^2 の 2 乗の近似である．高次浅水波近似として知られている Green-Naghdi 方程式は誤差が ϵ^4 の 4 乗の近似である．磯部 柿沼モデルについては, 近似関数系を $2N$ 次までの単項式として選べば, その誤差が ϵ^{4N+2} の $(4N+2)$ 乗となることを示した．これにより, 浅水波近似モデルとしては, これまでの近似モデルを遥かに凌駕するモデルであることを数学的に保証することができた．

(4) 水の波の基礎方程式系は, 質量, 運動量, 力学的エネルギーがそれぞれ保存される．したがって, 良い近似モデルであるためには, それらが保存されることが要求される．本研究では, 磯部 柿沼モデルに対して, それらの量を自然に定義することが可能であり, なお且つ, それらが保存量になっていることを証明した．さらに, 水の波の基礎方程式系同様, ハミルトン構造を持つことも証明した．力学的エネルギーが保存されることからハミルトニアンはそのエネルギーであることが容易に想像されるが, 正準変数や複素構造が自明ではなかった．本研究で, 磯部 柿沼モデルに対しても基礎方程式系の正準変数に対応する正準変数を定義することが可能であることを見出し, その証明に成功した．さらに, 浅水波近似として, 基礎方程式系に対するハミルトニアンと磯部 柿沼モデルに対するハミルトニアンとの精密な誤差評価を理論的に導出した．

(5) 磯部 柿沼モデルに対して、小振幅孤立波解の1パラメータ族の存在を理論的に証明した。大振幅孤立波解については数値計算を援用し、近似関数系を定数と2次単項式とする最も単純な磯部 柿沼モデルを調べ、限界波高が存在することを数値的に確かめた。限界波高を有する解は極限波と呼ばれるが、その極限波の波頭は尖り、その内角がおよそ152.6度になることを数値計算した。浅水波方程式は分散性を持たないため孤立波解をもたず、弱非線形近似モデルであるKdV方程式は任意波高の孤立波解をもつ。高次浅水波近似であるGreen-Naghdi方程式も、強非線形近似モデルであるにも関わらず、任意波高の孤立波解をもつ。近似の意味が明確でないToyモデルに対しては極限波の存在は知られていたが、意味のある近似モデルで極限波を記述できるものは磯部-柿沼モデルが初めてである。基礎方程式系に対する極限波の内角は120度であり、その内角の定量的な再現はできていないものの、磯部 柿沼モデルの優位性が数学的に明らかにされた。

(6) 水の波の研究という観点から、水面上に浮体がある場合の浅水波モデルを解析した。問題の新規性は、水(液相)と大気(気相)と浮体(固相)の3相が接する接触線が存在することである。水および浮体が平面的な運動をしている場合、その浅水波モデルは1次元空間における準線形双曲型偏微分方程式系に対する新しい型の自由境界問題として定式化される。なお、自由境界がその接触点に対応する。本研究では、自由境界である接触点において過剰決定系としてDirichlet境界条件を課した場合の空間1次元準線形双曲型偏微分方程式系を考察し、物理的に自然な条件下でその初期値問題は時間局所的に適切であることを示した。さらに、その結果を浅水波モデルに適用し、浮体が固定されている場合、浮体の運動が指定されている場合、および浮体が重力および圧力下で自由に運動する場合、いずれの場合もその初期値問題が時間局所的に適切であることを示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Iguchi Tatsuo, Lannes David	4. 巻 70
2. 論文標題 Hyperbolic free boundary problems and applications to wave-structure interactions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Indiana University Mathematics Journal	6. 最初と最後の頁 353 ~ 464
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1512/iumj.2021.70.8201	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Iguchi Tatsuo	4. 巻 34
2. 論文標題 Isobe-Kakinuma Model for Water Waves	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematics for Industry	6. 最初と最後の頁 181 ~ 191
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-981-15-6062-0_13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Colin Mathieu, Iguchi Tatsuo	4. 巻 145
2. 論文標題 Solitary wave solutions to the Isobe-Kakinuma model for water waves	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Studies in Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 52 ~ 80
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1111/sapm.12310	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Duchene Vincent, Iguchi Tatsuo	4. 巻 3
2. 論文標題 A Hamiltonian Structure of the Isobe-Kakinuma Model for Water Waves	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Water Waves	6. 最初と最後の頁 193 ~ 211
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42286-020-00025-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Iguchi Tatsuo	4. 巻 265
2. 論文標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 935 ~ 962
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.03.019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nemoto Ryo, Iguchi Tatsuo	4. 巻 20
2. 論文標題 Solvability of the Initial Value Problem to the Isobe-Kakinuma Model for Water Waves	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Fluid Mechanics	6. 最初と最後の頁 631 ~ 653
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00021-017-0338-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Iguchi Tatsuo	4. 巻 20
2. 論文標題 A Mathematical Justification of the Isobe-Kakinuma Model for Water Waves with and without Bottom Topography	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Fluid Mechanics	6. 最初と最後の頁 1985 ~ 2018
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00021-018-0398-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計31件 (うち招待講演 11件 / うち国際学会 10件)

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 A mathematical analysis of the Kakinuma model for interfacial gravity waves
3. 学会等名 RIMS共同研究 (公開型) 「流体と気体の数学解析」 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Tatsuo Iguchi
2. 発表標題 A Hamiltonian structure of the Isobe-Kakinuma model for water waves
3. 学会等名 Workshop on Free Surface Hydrodynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 磯部 柿沼モデルの孤立波解とその極限波
3. 学会等名 海洋・海岸における波動の解析モデルの発展
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with a floating solid body
3. 学会等名 RIMS共同研究(公開型)「非線形波動現象の数理とその応用」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 A mathematical analysis of the Isobe-Kakinuma model for water waves
3. 学会等名 The 44th Sapporo Symposium on Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 A mathematical analysis of the Isobe-Kakinuma model for water waves
3. 学会等名 Oberwolfach Workshop: Mathematical Theory of Water Waves (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with a floating solid body
3. 学会等名 神戸大学解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with a floating solid body
3. 学会等名 九州関数方程式セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with a floating solid body
3. 学会等名 偏微分方程式待兼山セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with a floating solid body
3. 学会等名 非線形解析セミナー@大岡山 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tatsuo Iguchi
2. 発表標題 Kakinuma model for internal gravity waves in the rigid-lid case
3. 学会等名 RIMS Workshop on Nonlinear Water Waves (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tatsuo Iguchi
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 International Conference CoMFoS18 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tatsuo Iguchi
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 Dynamics of partial differential equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 水の波の変分原理と磯部-柿沼モデル
3. 学会等名 AIMaP異分野連携ワークショップ：海岸・海洋における非線形問題に対する数学的手法の展開 モデリング，解析，数値計算（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 磯部-柿沼モデルの数学解析
3. 学会等名 海洋・海岸における波動の解析モデルの比較
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tatsuo Iguchi
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with a floating solid body
3. 学会等名 Waseda Workshop on Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 磯部-柿沼モデルの数学解析
3. 学会等名 非線形海洋波の数理の最近の進展
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 南大阪応用数学セミナー
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with a floating solid body
3. 学会等名 非線形解析セミナー
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 京都大学理学研究科数学教室談話会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with floating structures
3. 学会等名 第2回「解析学とその周辺」@野田
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Initial value problem to a shallow water model with floating structures
3. 学会等名 語るう「数理解析」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 井口達雄
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 語るう「数理解析」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Tatsuo Iguchi
2. 発表標題 Kakinuma model for internal gravity waves in the rigid-lid case
3. 学会等名 Seminaire de Physique Mathematique - EDP, Institut de Mathematiques de Bordeaux
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Iguchi Tatsuo
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 Recent progress on surface and internal waves models (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Iguchi Tatsuo
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 Nonlinear water waves (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Iguchi Tatsuo
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 Seminaire de Physique Mathematique - EDP, Institut de Mathematiques de Bordeaux
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Iguchi Tatsuo
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 PDE and mechanics joint seminar, University of Oslo
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Iguchi Tatsuo
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 Seminaire EDP, Institut de Recherche Mathematique de Rennes
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Iguchi Tatsuo
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 Seminaires de l'equipe EDPs2, Laboratoire de Mthematiques, Universite Savoie Mont Blanc
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Iguchi Tatsuo
2. 発表標題 Isobe-Kakinuma model for water waves as a higher order shallow water approximation
3. 学会等名 Le Seminaire du CEREMADE Analyse-Probabilites, Universite Paris-Dauphine
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

慶應義塾大学工学部数理科学科井口研究室ホームページ http://www.math.keio.ac.jp/~iguchi/index.html
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 RIMS共同研究(公開型)「流体と気体の数学解析」	開催年 2018年～2018年
-------------------------------------	--------------------

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	ボルドー大学	レンヌ大学	フランス国立科学研究センター	
スウェーデン	ルンド大学			