

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 2 年 6 月 23 日現在

機関番号：33910

研究種目：挑戦的研究（萌芽）

研究期間：2017～2019

課題番号：17K19970

研究課題名（和文）量子集合論による量子基礎論の研究

研究課題名（英文）Study of Quantum Foundations and Quantum Set Theory

研究代表者

小澤 正直（OZAWA, Masanao）

中部大学・工学部・特任教授

研究者番号：40126313

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 4,900,000 円

研究成果の概要（和文）：量子力学の観測命題の論理である量子論理の上に数学を構築することは、経験と論理と数学を繋ぐ興味深いプログラムである。竹内外史は量子集合論を構築し、そこで定義される実数と量子物理量の同等性を示して、このプログラムに先鞭を着けた。本研究では、量子集合論とトポス量子論の関係を明らかにする問題と竹内の量子集合論で有界量化に対するド・モルガンの法則が成立しない問題の2つの懸案を研究し、解決に導いた。この成果により、量子論理、直観論理、パラコンシステント論理に基づく集合論の間に新しい統合が生まれた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

数学は従来、古典論理の上に基礎付けられ、数学的真理は経験と無関係と考えられてきたが、量子力学は、それとは全く異なるタイプの論理を基礎に持つことが明らかにされてきた。本研究では、量子論理に基づく数学を研究することにより、量子力学の持つ論理的基礎を明らかにするとともに、従来の量子力学では、確率的予言が不可能であった物理量間の可換性、同値性、順序等の関係性に対しても確率的予言を可能にし、量子力学の予言能力を大いに高めることに成功した。このようにして、経験科学の論理に基づいて数学を展開する新たな数学的方法と、その有用性を明らかにし、新しい数学像を確立した。

研究成果の概要（英文）：As quantum logic introduced by Birkhoff and von Neumann is an intrinsic logic governing observational propositions of quantum mechanics, it is an intriguing program to develop mathematics based on quantum logic. Takeuti introduced quantum set theory (QST) for this purpose and showed that the reals in QST bijectively corresponds the quantum observables. We proved the transfer principle from ZFC set theory to QST to promote applications of QST to quantum mechanics. In this project, we investigate and solved the problem to bridge between QST and topos quantum theory and the problem to reform QST to satisfy De Morgan's Laws for bounded quantifications. The results contribute to emerge the unification among set theories based of quantum logic, intuitionistic logic, and paraconsistent logic.

研究分野：量子情報科学・量子基礎論・数学基礎論・数理物理学・科学哲学

キーワード：量子集合論 トポス量子論 パラコンシステント論理 ド・モルガンの法則 直観主義論理 スペクトル前層 フォン・ノイマン代数 オーツモジュラー束

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 量子力学のもつ概念的ならびに哲学的に挑戦的な側面を、ある種の非古典論理を採用することにより理解し、さらに解決に導くことができるという考えには、大きな影響力があった。とりわけ 論理法則としての分配法則は、一般に量子系の記述には適さないという Birkhoff-von Neumann (1936) の主張によって、量子論理は、論理学、量子基礎論、及び、科学哲学における重要な研究課題として認知されるに至った (Putnam 1975, Dummett 1976, Gibbins 2008)。

(2) 量子力学を論理的観点から考察することで得られる可能性の一つは、量子力学の観測命題を支配していると考えられる非古典的論理に基づく数学を展開し、その数学と量子力学の理論構造を比較することである。つまり、量子論に特有の非古典的な数学的宇宙（すなわち、集合論のモデルやトポスなど）を構成することである。そのような数学的宇宙の内部論理は非古典的で、適切な意味で「量子論的」である。また、その内部では、その理論を部分的に新たな理論に改変して、問題点を解き明かすことができる。われわれはそのような数学的宇宙をそれらの内部論理や量子物理的解釈にとって本質的な数学的構造とともに「量子論的非古典数学」と呼ぶ。これは、ある意味で Brouwer の直観主義数学、Markov の構成的数学、Bishop の構成的数学等を含む「構成的非古典数学」の対極に対置させることができる。

(3) 量子論的非古典数学の一つの例は「量子集合論」である。量子集合論は、Birkhoff と von Neumann の「量子論理」と連続体仮説の独立性証明で Cohen により導入された「強制法」を起源に持つ。強制法は、1970 年代以後、数学の他の概念と結びつき、概念的深化がなされた。その一つに、「層」の概念と「非古典論理」に基づく集合概念の結びつきがあり、集合論の「ブール代数値モデル」から、「トポス」、「直観主義的集合論」をへて、1978 年に竹内外史によって「量子集合論」、すなわち、集合論の普遍類に関する量子論理に基づくモデル（解釈）、が導入された。竹内は、集合論のブール代数値モデルの構成法を適用して、ヒルベルト空間の閉部分空間からなるいわゆる「標準量子論理」に基づく集合論のモデルを構成し、そのモデル内部の実数がちょうどそのヒルベルト空間で記述される量子系の物理量の全体、すなわち、そのヒルベルト空間上の自己共役作用素と一対一に対応することを示した。量子集合論は、量子論理に基づく数学を極めて自然な形で導出すると予想され、その基盤の上に量子力学を再構築することは、量子力学基礎論における強力なプログラムと見なされてきた。

(4) 本研究代表者は、1980 年代から集合論の強制法およびブール代数値モデルを解析学に系統的に応用するために「ブール代数値解析学」を研究し、I 型 AW\*-代数の分類に関する「Kaplansky 予想」を強制法における「基数崩壊」の現象を利用して解決するなどの成果を導いた。この研究により、集合論の Boole 代数値モデルを一般化した量子集合論を展開し、量子力学に応用するために必要な手法を開拓した。一方、本研究代表者は、作用素代数上の「完全正值写像」の研究から、1984 年に「量子測定の概念の数学的特徴付けの問題」を解決して、量子測定理論の基礎を確立し、2003 年には、この理論に基づき「ハイゼンベルクの不確定性原理」を打破する測定のモデルを示し、新たに測定と擾乱に関する「普遍的な不確定性原理」を確立した。この不確定性原理の新しい定式化から、正しい測定を特徴付けるという未解決問題の重要性が明らかになり、この問題を解決するために「量子完全相関」の概念を導入した。この研究において、「量子完全相関」の概念と量子集合論における実数の相等関係との同値性が明らかになり、量子集合論に基づいて量子力学の解釈を系統的に拡張するという基本的着想を得た。

(5) この着想に基づいて、フォン・ノイマン代数の射影束を論理とする量子集合論のモデルの研究を行い、ZFC 集合論の定理の有界論理式に対する移行原理、量子集合論内の実数論とフォン・ノイマン代数に付随する自己共役作用素の理論との同等性などの結果を得た (Ozawa 2007)。この成果を発展させることにより、量子力学および場の量子論における観測命題の全体を量子集合論の論理式に埋め込んで、量子力学が確率的な予言を可能にする観測命題の範囲と解釈を系統的に拡大するという研究方法が確立された (Ozawa 2015)。

(6) 量子論的非古典数学の第 2 の例は、Isham (1997) によって研究が始められたいわゆる「トポス量子論」である。トポス量子論では、量子力学のトポス論的再定式化が与えられた。このアプローチでは、所与の量子系の物理量のフォン・ノイマン代数の可換部分代数全体がなす包含関係によるカテゴリーからそれぞれの部分可換代数のゲルファント・スペクトルを対応させる「スペクトル前層」が基本概念として与えられる。この理論における重要な基本的成果は、量子物理量全体に対する非文脈的付値が存在しないという Kochen-Specker の定理を、量子系のスペクトル前層の大域切断が存在しないという命題として再定式化したことである (Isham-Butterfield 1998)。この成果に基づいて、トポス論的アプローチでは、あるタイプの前層トポスの内部で量子力学の再定式化を進めてきた (Isham-Butterfield 1998, Doering-Isham 2011, Doering 2012)。竹内によって始められた量子集合論と異なり、これらの「量子トポス」は分配的で、直観主義的な内部論理を持つ。

## 2. 研究の目的

(1) 「量子集合論」と「トポス量子論」は、量子力学の数学的基礎に関する、長年にわたって続けられてきた2つのプロジェクトであり、それらは、概念的にも技術的にも非常に多くの類似性を備えている。より適切な言い方をすれば、両者のアプローチは、量子力学を取り巻くある種の概念的困難を解決する試みであり、非古典的な内部論理をもつ数学的ユニバースの内部で、量子論を再定式化するものである。ただし、両者は非分配的な量子論理と分配的な直観主義論理という非常に異なる論理を持つ。本研究では、この二つの「量子論的非古典数学」を統一するための枠組みを構築し、(i) これらの異なる理論の関係をよりよく理解し、(ii) 概念や得られた知見を「量子集合論」と「トポス量子論」の間で移行し、それによって、両アプローチの表現能力を共に強力にするための一般的な方法を明らかにすることを目的とする。

(2) 量子集合論とトポス量子論を統一するための本研究を開始した後、量子集合論では、有界全称量化(全ての  $u$  の元  $x$  について  $P(x)$  が成立する)と有界存在量化(ある  $u$  の元  $x$  が存在して  $P(x)$  が成立する)の間にド・モルガンの法則が成立しないことが、様々な場面で証明を煩雑にするなど、自然な理論展開の障害になっていることが明らかになった。そのため、量子集合論において有界全称量化と有界存在量化の間でド・モルガンの法則が成り立つように量子集合論を再定式化する可能性の解明を新たな研究課題に加え、前述の ZFC の定理の量子集合論への「移行原理」と「ド・モルガンの法則」が共に成立する量子集合論が何種類あるかという問題の解決を研究目的に加えた。

## 3. 研究の方法

(1) 非分配的で集合論的な「量子集合論」と、分配的でトポス論的な「トポス量子論」という見かけ上大いに異なる2つのアプローチを、単一の形式的設定の下で統一するという可能性は、これまで殆ど研究の対象にはならなかった。本研究代表者は、2011年に「トポス量子論」の指導的研究者である Andreas Doering の招きで、オックスフォード大学計算機科学科に滞在して、「量子集合論」と「トポス量子論」の関係に関する共同研究を開始した。さらに、2015年に「矛盾許容的論理」と「トポス量子論」の研究をしていた Benjamin Eva から共同研究の提案があり、3者の国際共同研究を開始し、名古屋大学で3者のワークショップを重ね、研究を推進した。

(2) 所与の量子系の量子論理は、その系の有界物理量のなすフォン・ノイマン代数(物理量代数)に属する射影のなす完備オーソモジューラ束である。量子集合論のユニバースは、その部分集合を定義域とし量子論理に値を取る、いわゆるメンバーシップ関数の全体である。一方、トポス量子論では、量子論理のブール可換部分代数の全体を「文脈カテゴリー」と呼び、「文脈カテゴリー」の対象である完備部分ブール代数にそのストーン空間を対応させる「スペクトル前層」が定義される。「スペクトル前層」の部分対象で各切断が開かつ閉集合に対応するものを「開かつ閉部分対象」と呼ぶ。「開かつ閉部分対象の全体」は完備両側ハイティング代数になり、これがトポス量子論の内部論理を表す。

(3) 量子論理の任意の元に対して、各文脈(完備部分ブール代数)においてその元の上限を対応させ、ストーン空間でそれに対応する開かつ閉集合を対応させることにより「スペクトル前層」の「開かつ閉部分対象」が得られる。これを、量子論理の「現存在化」と呼ぶ。現存在化によって、非分配的完備オーソモジューラ束の量子論理は、開かつ閉部分対象のなす分配的なハイティング代数に埋め込まれる。この埋め込みは、単射的で上限を保存するが、ハイティング代数の相補元は保存しない。そこで、この埋め込みを用いて量子論理上の相補元をハイティング代数に引き戻すことにより、ハイティング代数に新しい補元が定義される。この補元は、矛盾許容的、つまり、肯定と否定の連言が矛盾にならないという性質を持つので、矛盾許容的否定と呼ぶ。これによって、非分配的な量子論理が、分配的であるが、矛盾許容的な否定を持つ、分配的な矛盾許容的論理に上限を保存するように埋め込まれる。

(4) そこで、この新しい分配的な矛盾許容的論理に基づいて集合論のユニバースを構成することができ、これがトポス量子論の数学的ユニバースになる。これは、矛盾許容的集合論のモデルであるので、矛盾許容的量子集合論と呼ぶ。この研究の当初に当たっては、極めて予想外ではあったが、「量子集合論」と「トポス量子論」という2つの「量子論的非古典数学」を結びつける掛ける橋は、矛盾許容的な集合論を通じてであることがわかった。この方法に沿って、本研究では、矛盾許容的論理との新しい関連性を展開し、矛盾許容的論理に関する最近の研究に対して、重要な帰結を導くような新しい構造のクラスの解明を目指した。

## 4. 研究成果

(1) 本研究では、第1に量子集合論とトポス量子論という2つのプロジェクトの関係をより明らかにするために、また、第2に量子集合論とトポス量子論の間で概念や成果を互いに転換するための一般的な方法を定義し、それによって両者の理論的表現力を著しく強化するために、統一的な枠組みを構成した。また、この方法によって矛盾許容論理との興味深い関連を展開し、

それによって矛盾許容論理の最近の研究に対して重要な貢献をする新しいクラスの構造を導入した。まず、量子系を一つ固定し、その有界物理量のなすフォン・ノイマン代数をその系の「物理量代数」と呼ぶ。物理量代数の射影元のなす束をその系の「量子論理」と呼ぶ。量子論理の完備部分ブール代数のなすカテゴリーをその系の「文脈カテゴリー」と呼ぶ。文脈カテゴリーの対象に対して、そのストーン空間を対応させる反変関手を「スペクトル前層」と呼ぶ。「スペクトル前層」に対して、その開かつ閉部分対象とは、各切片がストーン空間の開かつ閉部分集合に対応する部分対象である。「スペクトル前層」の開かつ閉部分対象の全体は、完備ハイティング代数になり、これがトポス量子論の内部論理の束構造を表わす。これを、その系の「トポス論理」とよぶ。このとき、量子論理からトポス論理への「現存在化」と呼ばれる埋め込みが存在することが知られている。これは、まず、量子論理の各元に対して、完備部分ブール代数の中でその元の上限を対応させ、さらにその元のストーン表現を対応させることにより、量子論理の各元に対して、「スペクトル前層」の開かつ閉部分対象が対応する。つまり、非分配的な「量子論理」が分配的な「トポス論理」に埋め込まれたことになる。これを、「量子論理」の現存在化と呼ぶ。これは、束の最大限、最小限、順序構造、上限を保存する埋め込みになる。ただし、「量子論理」の否定と「トポス論理」の否定の間では、関連性がない。そこで、本研究では、この現存在化によって、対応する量子論理上の否定をトポス論理である完備ハイティング代数上に引き戻すことにより、この完備ハイティング代数上に新たな否定演算を定義した。すると、これは否定と2重否定の交わりが矛盾しない矛盾許容的な否定演算になる。この否定演算を導入したトポス論理を量子系の「矛盾許容的トポス論理」と呼ぶ。

(2) この時、問題になるのは、量子論理における非可換な命題を分配束に埋め込むことにより非可換性が解消するのかと言う問題である。この問題を解明するため、非可換性が分配的論理でどの様に表現されるのかを明らかにするための研究を行なった。この研究により、矛盾許容的否定をもつ分配的なハイティング代数においては、二つの元の可換性を意味する関係が定義できることを示した。このことは、矛盾許容的でない、通常の否定では不可能である。つまり、ある元と非可換な元が存在するならば、その元の否定と2重否定の交わりが矛盾しないことが示された。従って、分配束であっても、矛盾許容的否定があれば、非可換性が表現されること、また、非可換性が表現されるならば、否定は矛盾許容的でなければならないことが示された。一方、トポス量子論理では、中心に属さない元はすべてその否定と2重否定が矛盾しない、つまり、中心に属さない元に対しては、常に、矛盾許容的であることを示した。このことから、分配束における矛盾許容的否定は非可換性を生み出し、矛盾許容性の程度と非可換性の程度が対応することが結論された。

(3) 次に、系の「矛盾許容的トポス論理」に基づく集合論のユニバースを直観主義集合論のユニバースと同様の方法で構成して、これを「矛盾許容的直観主義集合論」と呼ぶ。そこで、量子論理から矛盾許容的トポス論理への現存在化を拡張して、量子集合論のユニバースから矛盾許容的直観主義集合論のユニバースへの埋め込みを一般的に定義した。これを、量子集合論の「現存在化」と呼ぶ。すると、否定記号を持たない有界論理式に対しては、それがZFCで証明可能なら、量子集合論のユニバースの元の現存在化に対する矛盾許容的直観主義集合論における真理値は、量子集合論のユニバースの元の交換子の現存在化以上であるという移行原理が得られた。このことから、矛盾許容的直観主義集合論において、古典数学が対象の可換性の程度の応じて成立していることが示された。

(4) 量子集合論の「現存在化」を量子集合論のデデキント実数に対して考察し、また、その随伴関手となる「矛盾許容的直観主義集合論」のデデキント実数から「量子集合論」のデデキント実数への射影を定義して、その性質を詳しく調べた。これによって、量子集合論のデデキント実数と同形な量子物理量、または、系を記述するフォン・ノイマン代数にアフィリエイトする自己共役作用素がすべて「矛盾許容的直観主義的集合論」の実数の集合の中に一対一に埋め込まれる事が示された。

(5) 量子力学では、ボルンの規則により、基本的観測命題の射影値真理値とその成立確率が定められる。パーコフとフォン・ノイマンにより導入された量子論理では、量子力学の観測命題にヒルベルト空間の射影を値に持つ真理値を割り当て、それによって、各状態における観測命題の成立確率が定義された。1981年に竹内によって導入された量子集合論では、この割当を全ての集合論的命題に拡張した。それによって、量子集合論によって定義される実数の全体と量子物理量の全体が1対1に対応することが示された。また、その後、本研究代表者によって導かれた移行原理により、ZFCで証明可能な命題の射影値真理値が、常に、その命題に現れる定項達の交換子以上であることが示された。これによって、それまで知られていなかった量子物理量の関係に対しても射影値の真理値を与えることが可能になり、例えば、二つの物理量の値が一致する確率が初めて定義されるなど、量子集合論が量子力学の発展に大きな役割を果たしている。ところで、量子集合論とトポス量子論を統一するための本研究を開始した後、量子集合論では、有界全称量化(全ての  $u$  の元  $x$  について  $P(x)$  が成立する)と有界存在量化(ある  $u$  の元  $x$  が存在して  $P(x)$  が成立する)の間にド・モルガンの法則が成立しないことが、様々な場面

で証明を煩雑にするなど、自然な理論展開の障害になっていることが明らかになった。そのため、量子集合論において有界全称量化と有界存在量化の間でド・モルガンの法則が成り立つように量子集合論を再定式化する可能性を研究し、前述の ZFC の定理の量子集合論への「移行原理」と「ド・モルガンの法則」が共に成立する量子集合論が何種類あるかという問題の解決を研究目的に加えた。まず、竹内の集合論では、有界全称量化は、「全ての元  $x$  について  $x$  が  $u$  の元ならば  $P(x)$  が成立する」と定義され、含意（ならば）の使用が不可欠であるが、この含意を「 $P$  ならば  $Q$ 」=「 $P$  でないまたは  $Q$  である」という古典的な含意として定義すると、「 $P$  ならば  $Q$ 」=1 という関係と「 $P$  から  $Q$  が導かれる」という関係が同値にならない。そのため、量子論理の含意に様々な定義が試みられている。竹内の量子集合論では、佐々木アローと呼ばれる最もポピュラーなものが使われている。一方、有界存在量化は、「ある  $x$  について  $x$  は  $u$  の元でありかつ  $P(x)$  が成立する」と定義され、連言（かつ）が使用されているが、竹内の集合論では、この連言に古典的な連言「 $P$  かつ  $Q$ 」=「 $P$  でありかつ  $Q$  である」が使われている。しかし、古典的含意と古典的連言には、双対関係があるが、佐々木アローと古典的連言には、双対関係がないので、ド・モルガンの法則が成り立たない。そこで、竹内の集合論において、有界存在量化に現れる連言を古典的連言から佐々木アローと双対関係のある佐々木射影に変えることにより、移行原理とド・モルガンの法則がともに成立ようになることを示した。ただし、量子集合論では、ブール値集合論と同様、所属関係の定義に有界存在量化が使われているので、所属関係の定義もそこに現れる古典的連言を佐々木射影に変更する必要がある。

(6) 「移行原理」と「ド・モルガンの法則」を両立させるという問題は、竹内の集合論に関しては成功したが、それでは竹内の集合論以外にどれだけの可能性があるのだろうか。この問題を解決するために、一般の多項式定義可能な論理結合子によって定義される一般の有界全称量化と有界存在量化を考察した。すると、移行原理が成り立つと仮定すると、有界全称量化に現れる含意は、 $P$  と  $Q$  が可換ならば古典的含意と一致することがわかった。同様に、有界存在量化に現れる連言も、 $P$  と  $Q$  が可換ならば古典的連言と一致することがわかった。一方、Kotas (1967) の古典的成果により、そのような性質を持つ多項式的定義可能な論理結合子は、それぞれ 6 通りであり、その 36 通り全てについて移行原理が成立することが導かれた。ところが、その 36 通りのうち、ド・モルガンの法則が成り立つのは、含意と連言が双対関係になっているものだけで、含意と連言の対が一意に定まるので、ちょうど 6 通りしかないことになる。このようにして、多項式的定義可能な論理結合子を持つ量子集合論で「移行原理」と「ド・モルガンの法則」がともに成り立つのは、ちょうど 6 通りであると結論された。この 6 種の量子集合論によって、今後、さらに強力な量子集合論の理論展開が期待される。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Masanao Ozawa	4. 巻 -
2. 論文標題 Reforming Takeuti's Quantum Set Theory to Satisfy De Morgan's Laws	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proceedings of the Symposium on Advances in Mathematical Logic 2018 (SAML 2018)	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Masanao Ozawa, Andrei Khrennikov	4. 巻 22
2. 論文標題 Application of Theory of Quantum Instruments to Psychology: Combination of Question Order Effect with Response Replicability Effect	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 37-1 ~ 37-14
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/e22010037	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Masanao Ozawa	4. 巻 5
2. 論文標題 Soundness and completeness of quantum root-mean-square errors	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 npj Quantum Information	6. 最初と最後の頁 1-1 ~ 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1038/s41534-018-0113-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 MASANA OZAWA	4. 巻 10
2. 論文標題 ORTHOMODULAR-VALUED MODELS FOR QUANTUM SET THEORY	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 The Review of Symbolic Logic	6. 最初と最後の頁 782 ~ 807
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/S1755020317000120	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 5件 / うち国際学会 5件）

1. 発表者名 Masanao Ozawa
2. 発表標題 Quantum Set Theories Satisfying Both the Transfer Principle and De Morgan's Laws
3. 学会等名 17th International Conference on Quantum Physics and Logic (QPL 2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小澤正直
2. 発表標題 竹内の量子集合論の改良：有界量化に関するDe Morganの法則を満たす量子集合論
3. 学会等名 2019年日本数学会秋季総合分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小澤正直
2. 発表標題 量子測定理論と不確定性原理への状態依存的アプローチ
3. 学会等名 第40回量子情報技術研究会 (QIT40)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masanao Ozawa
2. 発表標題 State-dependent approach to quantum measurements and uncertainty relations
3. 学会等名 The 20th Vaxjo conference on Quantum Foundations "Quantum Information Revolution: Impact to Foundations" (QIRIF) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小澤正直
2. 発表標題 量子測定の誤差とは何か?
3. 学会等名 研究集会「幾何学とインターネットの数理2019」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Masanao Ozawa
2. 発表標題 From Boolean-valued analysis to quantum set theory
3. 学会等名 Symposium on Advances in Mathematical Logic 2018 (SAML 2018): Takeuti Memorial Symposium (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masanao Ozawa
2. 発表標題 Intersubjectivity of quantum measurement: Is the measurement value meaningless?
3. 学会等名 Towards Ultimate Quantum Theory (UQT), International conference devoted to quantum theory, experiment and technology (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masanao Ozawa
2. 発表標題 Intersubjectivity of quantum measurement
3. 学会等名 Workshop: Quantum Contextuality in Quantum Mechanics and Beyond (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年



〔図書〕 計2件

1. 著者名 Masanao Ozawa, Jeremy Butterfield, Hans Halvorson, Miklos Redei, Yuichiro Kitajima, Francesco Buscemi (共編)	4. 発行年 2018年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 396+viii
3. 書名 Reality and measurement in algebraic quantum theory: NWW 2015, Nagoya, Japan, March 9-13	

1. 著者名 小澤正直	4. 発行年 2018年
2. 出版社 青土社	5. 総ページ数 205+vi
3. 書名 量子と情報	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----