

令和 5 年 6 月 17 日現在

機関番号：12601

研究種目：国際共同研究加速基金（国際共同研究強化）

研究期間：2018～2022

課題番号：17KK0087

研究課題名（和文）ゲージ理論による可積分模型の研究

研究課題名（英文）Study of Integrable Models from Gauge Theories

研究代表者

山崎 雅人（Yamazaki, Masahito）

東京大学・カブリ数物連携宇宙研究機構・教授

研究者番号：00726599

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 8,500,000円

渡航期間：10ヶ月

研究成果の概要（和文）：ペリメータ研究所のKevin Costello氏と共同研究を行い、その成果を100ページにも達する長大な論文として発表した。(1)可積分場の理論の古典的な可積分性を解明した(2)既知の可積分系模型の多くを導出すると同時に、例えばその楕円型の変形、また共形対称性を破る変形など、様々な変形を議論した(3)種数が高い一般のリーマン面に付随した一般的な古典可積分系を構成し、さらにリーマン面を切りはりしたときに対応する可積分系模型で何が起るかを解明した(4) Quiver Yangianという新たな可積分構造を発見し、その表現を構成した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

可積分系は物理的に興味のある量を厳密に解くことができる特殊なモデルであり、可積分系を超えたより一般の理論を理解する上での出発点ともなるとも貴重なクラスの理論である。可積分系については物理・数学の双方の立場から数多くの研究がなされてきたが、個別の具体例の解析にとどまっていることがほとんどであった。本研究の成果により、可積分性の根源的な起源が場の理論の立場から明らかにされ、場の理論を一つの枠組みの中で系統的に議論することが可能になった。

研究成果の概要（英文）：I collaborated with Prof. Costello at Perimeter Institute and published a paper (with more than 100 pages). (1) uncovered the origin of integrable field theories (2) re-derived many known integrable models, and discovered many new ones (3) constructed completely new class of models associated with higher genus surfaces (4) discovered new integrable structures, known as quiver Yangians, and constructed representation of the infinite-dimensional algebra from statistical-mechanical model of crystal melting.

研究分野：high energy theory, mathematical physics

キーワード：可積分系 位相的場の理論 チャーン・サイモンズ理論

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 F-19-2

1. 研究開始当初の背景

本研究の対象である可積分系とは厳密に「解ける」模型のことであり、そのような模型が存在すること自体、物理学及び数学における大きな謎である。研究代表者のこれまでの研究では、カイラル・ポッツ模型など特定のクラスの可積分系を場の理論から説明・構成することを目的とし成功を収めてきたが、一方でこの枠組みでは理解できない可積分系も数多く存在しており、それらの可積分系の起源を場の理論から直接に理解することは大きな課題として残されてきた。

2. 研究の目的

本国際共同研究においては、プリンストン高等研究所 Edward Witten 教授及びペリメーター研究所 Kevin Costello 教授と議論・共同研究することで、Costello 氏によって導入された 4 次元場の理論を摂動展開によって調べる。この成果として、摂動展開をもつという条件のもとで完全に一般の可積分系に対し、次の二点を目標にする：

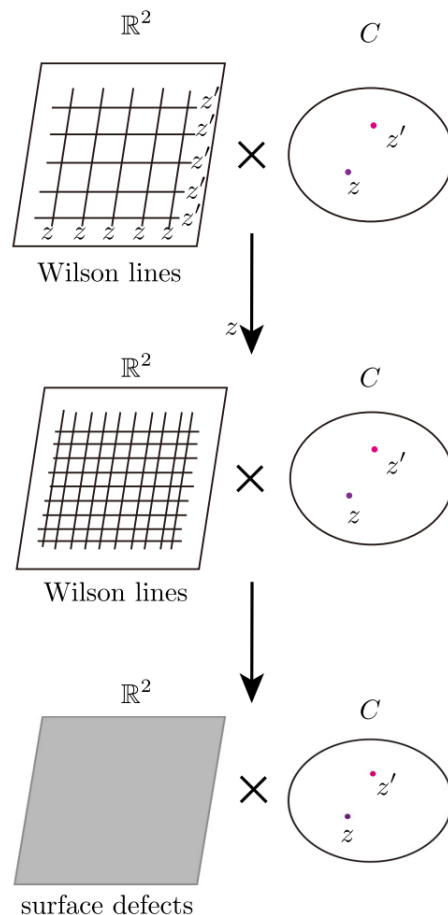
- (1) なぜ可積分系が存在するのかを場の理論がトポロジカルであることから説明すること
- (2) その分類や背後の対称性といった可積分系の結果を、物理学者に理解できる言葉で、既存の結果とは独立に導出すること

3. 研究の方法

4 次元チャーン・サイモンズ理論の立場からはこれまで可積分格子模型が構成されているが、本研究ではまず 4 次元チャーン・サイモンズ理論において 2 次元の欠陥（表面演算子）を考えることで、2 次元の可積分場の理論を構成する。こうして構成された可積分場の理論はこれまで知られていなかったとても広いクラスの理論になっていると期待できる。また、右図に示したように、ここで考えている 2 次元欠陥は可積分格子模型を実現する 1 次元欠陥からなる格子の熱力学極限として実現されることが期待でき、将来的には 2 次元可積分場の理論の量子化に道を開くと期待できる。

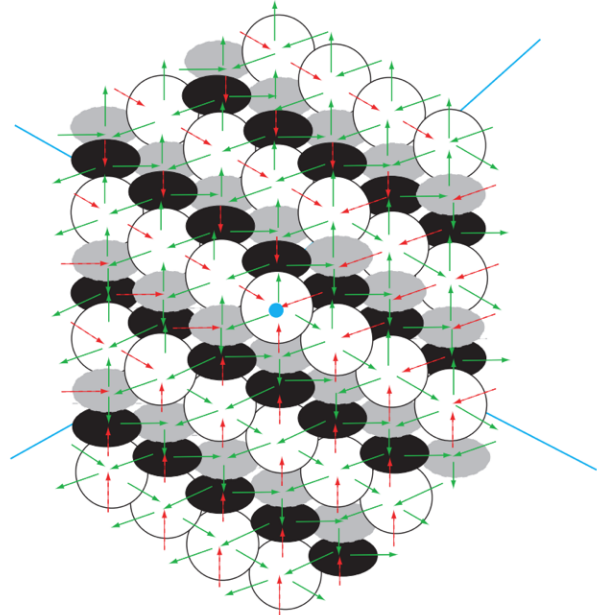
4. 研究成果

ペリメーター研究所の Kevin Costello 氏と共同研究を行い、その成果を "Gauge Theory and Integrability, III" (arXiv:1908.02289 [hep-th]) としてプレプリントサーバーに発表した。この論文は 100 ページに達する長大なものであり、数多くの新たな内容を含んでいる。(1) 可積分場の理論の古典的な可積分系(平坦接続の存在)がチャーンサイモンズ理論の古典的な運動方程式から自動的に従う。つまり、可解性の起源についてこれまでとは全く異なったアプローチ(4 次元チャーンサイモンズ理論からのアプローチ)を可能にした。(2) 既知の可積分系模型の多くを導出すると同時に、例えばその楕円型の変形、また共形対称性を破る変形など、様々な変形を議



論することが可能になった。(3)種数が高い一般のリーマン面に付随した一般的な古典可積分系を構成し、さらにリーマン面を切りはりしたときに対応する可積分系モデルで何が起こるかを解明した。本論文は大きな注目を集めており、既に世界中からフォローアップ論文が多数出版されている。

研究代表者はまたさらに新しい種類の可積分構造を発見できないかという問いについても系統的に研究した。研究代表者は最近中国の Wei Li 氏、また IPMU の Dima Galakhov 氏と共同で Quiver Yangian という新しい代数を発見し、その表現を crystal melting の言葉で構成した。この代数および表現は、より幾何的には type IIA 超弦理論をトーリック・カラビ=ヤウ多様体上でコンパクト化したときに得られる BPS 状態のなす代数であると考えられ、筆者が博士課程時代に研究していた「BPS 状態の数え上げと crystal melting」の研究を代数の立場から再構成するものとなっている (crystal melting の例として右図を参照)。この Quiver Yangian はその名の示す通り Yangian の拡張(より正確には affine Yangian の拡張)になっており、一種の可積分構造である。この代数構造はそれ自体では 4 次元チャーン=サイモンズ理論では記述できないが、5次元のチャーン・サイモンズ理論で記述できる場合もあることがその後明らかにされており、その意味で 4 次元チャーン・サイモンズ理論の研究をさらに推し進める研究成果が得られたと言える。



5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計19件（うち査読付論文 18件 / うち国際共著 14件 / うちオープンアクセス 19件）

1. 著者名 Masahito Yamazaki (and others)	4. 巻 51
2. 論文標題 Four-Dimensional Chern-Simons Theory and the Yangian, II	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Oberwolfach reports	6. 最初と最後の頁 TBD
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14760/OWR-2021-51	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Meer Ashwinkumar, Matthew Dodelson, Abhiram Kidambi, Jacob M. Leedom, Masahito Yamazaki	4. 巻 2021
2. 論文標題 Chern-Simons Invariants from Ensemble Averages	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 44
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP08(2021)044	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Wei Li, Masahito Yamazaki	4. 巻 2020
2. 論文標題 Quiver Yangian from Crystal Melting	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 35
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP11(2020)035	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Dongmin Gang, Masahito Yamazaki	4. 巻 2020
2. 論文標題 Expanding 3d N=2 Theories around the Round Sphere	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 102
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP02(2020)102	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Masahito Yamazaki, Kazuya Yonekura	4. 巻 2
2. 論文標題 Confinement as Analytic Continuation Beyond Infinity	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Phys. Rev. Research	6. 最初と最後の頁 13383
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevResearch.2.013383	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Masahito Yamazaki	4. 巻 2019
2. 論文標題 New T-duality for Chern-Simons Theory	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 90
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP12(2019)090	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hitoshi Murayama, Masahito Yamazaki, Tsutomu T. Yanagida	4. 巻 1812
2. 論文標題 Do We Live in the Swampland?	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 32
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP12(2018)032	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Dongmin Gang, Masahito Yamazaki	4. 巻 D98
2. 論文標題 Three-dimensional gauge theories with supersymmetry enhancement	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review	6. 最初と最後の頁 121701
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.98.121701	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kevin Costello, Edward Witten, Masahito Yamazaki	4. 巻 6
2. 論文標題 Gauge Theory and Integrability, II	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 ICCM Not.	6. 最初と最後の頁 120-146
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/ICCM.2018.v6.n1.a7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kevin Costello, Edward Witten, Masahito Yamazaki	4. 巻 6
2. 論文標題 Gauge Theory and Integrability, I	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 ICCM Not.	6. 最初と最後の頁 46-191
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/ICCM.2018.v6.n1.a6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Jeong-Pyong Hong, Masahiro Kawasaki, Masahito Yamazaki	4. 巻 D98
2. 論文標題 Oscillons from Pure Natural Inflation	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review	6. 最初と最後の頁 43531
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.98.043531	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yasunori Nomura, Masahito Yamazaki	4. 巻 B78
2. 論文標題 Tensor Modes in Pure Natural Inflation	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physics Letters	6. 最初と最後の頁 106-110
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physletb.2018.02.071	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Masahito Yamazaki	4. 巻 1810
2. 論文標題 Relating 't Hooft Anomalies of 4d Pure Yang-Mills and 2d CP(N-1) Model	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 172
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP10(2018)172	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Dongmin Gang, Mauricio Romo, Masahito Yamazaki	4. 巻 359
2. 論文標題 All-Order Volume Conjecture for Closed 3-Manifolds from Complex Chern-Simons Theory	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Commun.Math.Phys.	6. 最初と最後の頁 915-936
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-018-3115-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Dmitry Galakhov, Wei Li, Masahito Yamazaki	4. 巻 11
2. 論文標題 Gauge/Bethe correspondence from quiver BPS algebras	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 119
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP11(2022)119	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Masahito Yamazaki	4. 巻 64
2. 論文標題 Quiver Yangians and Crystal Melting: A Concise Summary	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 J. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 11101
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0089785	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Dmitry Galakhov, Wei Li, Masahito Yamazaki	4. 巻 2022
2. 論文標題 Toroidal and Elliptic Quiver BPS Algebras and Beyond	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 24
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP02(2022)024	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Dmitry Galakhov, Wei Li, Masahito Yamazaki	4. 巻 2021
2. 論文標題 Shifted Quiver Yangians and Representations from BPS Crystals	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 JHEP	6. 最初と最後の頁 146
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP08(2021)146	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Dmitry Galakhov, Masahito Yamazaki	4. 巻 396
2. 論文標題 Quiver Yangian and Supersymmetric Quantum Mechanics	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Commun. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 713
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-022-04490-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計31件 (うち招待講演 31件 / うち国際学会 26件)

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Quiver Yangians and Crystal Melting
3. 学会等名 Enumerative Invariants, Quantum Fields and String Theory Correspondences (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Gauge/Bethe Correspondence Revisited
3. 学会等名 Strings and Fields 2022 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Theoretical Engineering of Integrable Models from Extra Dimensions
3. 学会等名 2nd International Symposium on Trans-Scale Quantum Science (TSQS2022) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 山崎雅人
2. 発表標題 可積分系とチャーソン = サイモンズ理論
3. 学会等名 日本数学会企画特別講演 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Crystal Meltings Revisited
3. 学会等名 Hirosifest @ Kavli IPMU (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 場の理論の最近の発展から
3. 学会等名 原子核三者若手夏の学校 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 4d Chern-Simons Theory and the Yangian, II
3. 学会等名 Mini-workshop: Three Facets of R-Matrices (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 場の量子論の数理
3. 学会等名 東京大学物理学科談話会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Quiver Yangians
3. 学会等名 Randomness, Integrability and Representation Theory in Quantum Field Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrability and four-dimensional Chern-Simons theory
3. 学会等名 ANZAMP 2020 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrability (and Knots) from Chern-Simons Theory
3. 学会等名 Kavli Asian Winter School 2020 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 A New Class of Integrable Field Theories
3. 学会等名 KIAS-YITP workshop 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Four-Dimensional Origin of Integrability
3. 学会等名 New Trends in Integrable Systems 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrability and Perturbative Quantum Field Theory
3. 学会等名 Algebraic structures in quantum field theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 A New Class of Integrable Field Theories
3. 学会等名 Exact computations in AdS/CFT (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrable Field Theories from Four-dimensional Chern-Simons Theory
3. 学会等名 Pollica Summer Workshop 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrability as Duality
3. 学会等名 String-Math 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrable field theories from 4d Chern-Simons theory
3. 学会等名 strings 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrability from Four-Dimensional Chern-Simons Theory
3. 学会等名 Integrable Systems in Mathematics, Condensed Matter and Statistical Physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Complex Chern-Simons Theory
3. 学会等名 Summer School 数理物理 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrability from 4d Chern-Simons Theory
3. 学会等名 Geometric Correspondences of Gauge Theories (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Supersymmetry Enhancement in Three Dimensions
3. 学会等名 Tsinghua Summer Workshop on Geometry and Physics 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Partial Mirror Symmetry and Chern-Simons Theory
3. 学会等名 Tsinghua Workshop on Mirror Symmetry and Related Topics 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Discrete Painleve Equation and Four-dimensional Gauge Theories
3. 学会等名 Representation theory, gauge theory, and integrable systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrability from Four-dimensional Chern-Simons Theory
3. 学会等名 IRTG Hamburg-Tokyo preparatory workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Quantum Chaos
3. 学会等名 OIST workshop "Quantum Math" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 From Swampland to Phenomenology and Back
3. 学会等名 Rencontres de Moriond EW 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Crystal Meltings Revisited
3. 学会等名 Hirosifest @ Kavli IPMU (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Theoretical Engineering of Integrable Models from Extra Dimensions
3. 学会等名 2nd International Symposium on Trans-Scale Quantum Science (TSQS2022) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 BPS Algebras for Toric Calabi-Yau Manifolds
3. 学会等名 Geometry and Automorphicity of Supersymmetric Partitions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Masahito Yamazaki
2. 発表標題 Integrable Models and the Chern-Simons Theory
3. 学会等名 日本数学会年会企画特別講演 (招待講演)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>Masahito Yamazaki, a physicist/mathematician http://member.ipmu.jp/masahito.yamazaki/ Masahito Yamazaki 【山崎雅人 (物理学者・数学者)】 https://www.youtube.com/channel/UCz7Jg2ZzDxYwcBU4tDakAlg Masahito Yamazaki, a physicist/mathematician http://member.ipmu.jp/masahito.yamazaki/index.shtml Masahito Yamazaki, a physicist http://member.ipmu.jp/masahito.yamazaki/index.shtml 個人ホームページ http://member.ipmu.jp/masahito.yamazaki/</p>

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
カナダ	ペリメータ研究所			
カナダ	ペリメータ研究所			
アメリカ合衆国	プリンストン高等研究所			
中国	Chinese Academy of Sciences			
ロシア連邦	IITP			
ドイツ	DESY			