

研究種目：特定領域研究

研究期間：2006～2009

課題番号：18079005

研究課題名（和文）不規則系の統計力学と古典および量子情報統計力学の境界領域の開拓

研究課題名（英文）Creating an interdisciplinary field of classical and quantum information sciences and statistical mechanics of frustrated system

研究代表者

西森 秀稔 (NISHIMORI HIDETOSHI)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：70172715

研究成果の概要（和文）：古典統計力学の重要な問題の一つであるスピングラスと、量子情報の主要な課題である量子誤り訂正符号の訂正限界の関係を解明した。特に、2次元スピングラスの多重臨界点の位置を正確に算出する枠組みを展開し、数値計算と高い精度で一致することを確認した。この値は、量子誤り訂正符号ないし量子記憶の誤り訂正限界と一致することが知られており、誤り訂正符号の性能評価の立場からも重要な意義を持っている。

研究成果の概要（英文）：I have clarified the relationship between the problem of spin glasses in finite dimensions, one of the central problems in classical statistical mechanics, and the error threshold of quantum error correction, an important problem in quantum information. In particular a scheme has been developed to theoretically predict the precise location of the multicritical point in the phase diagram of two-dimensional spin glass. The results have been confirmed to be in excellent agreement with numerical estimations. This value is known to be identical to the threshold of error correction of torus code and therefore carries important significance also from the viewpoint of quantum error correction.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,900,000	0	1,900,000
2007年度	3,000,000	0	3,000,000
2008年度	3,000,000	0	3,000,000
2009年度	2,700,000	0	2,700,000
年度			
総計	10,600,000	0	10,600,000

研究分野：統計力学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：スピングラス、誤り訂正符号、多重臨界点、誤り訂正限界、双対性

## 1. 研究開始当初の背景

有限次元スピングラスの相図の構造は数値計算、ゲージ理論、繰り込み群理論などによりほぼ明らかにされつつあった。特に、スピ

ングラス、強磁性相、常磁性相の3相が接する多重臨界点の位置とその付近での臨界現象が興味深いテーマの一つとして認識されていた。また、量子誤り訂正符号ないし量子

記憶の模型としてのトーラス符号の誤り訂正限界が、有限次元スピングラスの多重臨界点の位置と同定されることも示されていた。

## 2. 研究の目的

多重臨界点の位置を解析的に可能な限り正確に（出来れば厳密に）決定し、多重臨界指数の数値計算による推定精度を向上させると共に、量子記憶の誤り訂正限界や古典符号の誤り訂正限界の問題についても示唆を得ることを目指す。

## 3. 研究の方法

この問題の唯一の解析的な研究法は双対性とゲージ対称性を組み合わせた理論である。この理論の枠組みを、繰り込み群理論と組み合わせる方法を使用した。

## 4. 研究成果

ゲージ対称性と双対変換を組み合わせるにより、正方格子上的イジングスピングラスの多重臨界点の位置を正確に予想した。また、同じ方法により階層格子上的スピングラスの多重臨界点の位置も算出した。後者について、実空間繰り込み群による検証を高精度で行ったところ、小数点以下4桁目にずれが存在することが明らかになった。そこで、双対性とゲージ対称性に加えて、繰り込み群の方法取り入れて精度を向上させる手法を開発し、原理的には任意に高い精度で多重臨界点の位置を算出する方法を開発した。この方法を、正方格子などの他の格子にも適用し、小数点以下4桁目まで数値計算と一致させられることを確認した。ゲージ対称性と双対性を組み合わせる方法の提案から始まり、繰り込み群の考え方を導入して精度を向上させる枠組みの完成に至る一連の理論は、本計画研究代表者およびそのグループが独自に開発したものであり、有限次元スピングラスの解析的な方法による定量的な研究方法としてほぼ唯一のものである。

## 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 26 件）

1. M. Ohzeki and H. Nishimori: Quantum annealing: An introduction and new developm; J. Comp. Theor. Nanosci. 8 (2011) 963
2. Y. Matsuda, H. Nishimori, L. Zdeborova and F. Krzakala: Random-field p-spin glass model on regular random graphs; J. Phys. A 44 (2011) 185002
3. Z. Bertalan, T. Kuma, Y. Matsuda and H. Nishimori: Ensemble inequivalence

in the ferromagnetic p-spin model in random fields; J. Stat. Mech (2011) P01016

4. R. Miyazaki, H. Nishimori and G. Ortiz: Real-space renormalization group for the transverse-field Ising model in two and three dimensions; Phys. Rev. E 83 (2011) 051103
5. Z. Bertalan, H. Nishimori and H. Orland: Accelerated stochastic sampling of discrete statistical systems; Phys. Rev. E 82 (2011) 056704
6. H. Nishimori: Microcanonical analysis of spin glasses using gauge symmetry; J. Phys. Soc. Jpn.; 80 (2011) 023002
7. M. Ohzeki and H. Nishimori: Non-equilibrium relations for spin glasses with gauge symmetry; J. Phys. Soc. Jpn. 79 (2010) 084003
8. Y. Matsuda, M. Müller, H. Nishimori, T. Obuchi and A. Scardicchio: Distribution of partition function zeros of the  $\pm J$  model on the Bethe lattice; J. Phys. A 43 (2010) 285002
9. Y. Hashizume, X. Hu and M. Suzuki: Phase diagrams of various kinds of Ising spin-glass models with a new parameter to control frustration on a given lattice; Int. J. Mod. Phys. B 24 (2010) 567
10. M. Ohzeki and H. Nishimori: Analytical evidence for the absence of spin glass transition in self-dual lattices; J. Phys. A 42 (2009) 332001
11. Y. Matsuda, H. Nishimori and H. G. Katzgraber: Ground-state statistics from annealing algorithms: Quantum vs classical approaches; New J. Phys. 11 (2009) 073012
12. T. Obuchi, Y. Kabashima and H. Nishimori: Complex Replica Zeros of  $\pm J$  Ising Spin Glass at Zero Temperature; J. Phys. A 42 (2009) 075004
13. S. Morita and H. Nishimori: Mathematical foundation of quantum annealing; J. Math. Phys. 49 (2008) 125210
14. M. Ohzeki, H. Nishimori and A. N. Berker: Multicritical points for the spin glass models on hierarchical lattices; Phys. Rev. E 77 (2008) 061116
15. C. Güven, A. N. Berker, M. Hinczewski and H. Nishimori: Reentrant and forward phase diagrams of the anisotropic three-dimensional Ising

- spin glass; Phys. Rev. E 77 (2008) 061110
16. Y. Matsuda, H. Nishimori and K. Hukushima: Distribution of Lee-Yang zeros and Griffiths singularities in the  $\pm J$  model of spin glasses; J. Phys. A 41 (2008) 324012
  17. H. Kitatani, H. Nishimori and A. Aoki: Inequalities for the local energy of random Ising models; J. Phys. Soc. Jpn. 76 (2007) 074711
  18. S. Morita and H. Nishimori: Convergence of quantum annealing with real-time Schrödinger dynamics; J. Phys. Soc. Jpn. 76 (2007) 064002
  19. S. Suzuki, H. Nishimori and M. Suzuki: Quantum annealing of the random-field Ising model by transverse ferromagnetic interactions; Phys. Rev. E 75 (2007) 051112
  20. T. Obuchi, H. Nishimori and D. Sherrington: Phase diagram of the p-spin interacting spin glass with ferromagnetic bias and a transverse field in the infinite-p limit; J. Phys. Soc. Jpn. 75 (2007) 054002
  21. H. Nishimori: Duality in spin glasses; J. Stat. Phys. 126 (2007) 977
  22. S. Morita and H. Nishimori: Convergence theorems for quantum annealing; J. Phys. A 39 (2006) 13903
  23. M. Ohzeki and H. Nishimori: Internal energy of the Potts model on the triangular lattice with two- and three-body interactions; J. Phys. Soc. Jpn. 75 (2006) 114003
  24. H. Nishimori and M. Ohzeki: Location of the multicritical point of the Ising spin glass on the triangular and hexagonal lattices; J. Phys. Soc. Jpn. 75 (2006) 034004
  25. S. Morita, Y. Ozeki and H. Nishimori: Gauge theory for quantum spin glasses; J. Phys. Soc. Jpn. 75 (2006) 014001
  26. P. Contucci, S. Morita and H. Nishimori: Surface terms on the Nishimori line of the gaussian Edwards-Anderson model; J. Stat. Phys. 122 (2006) 303
- [学会発表] (計 26 件)
1. 大関真之, 西森秀稔: ゲージ対称性と Jarzynski 等式によるスピングラスの平衡・非平衡解; 日本物理学会 秋季大会 (大阪府立大学 2010 年 09 月 23-26 日)
  2. 松田佳希, 西森秀稔: ベーテ格子上のランダム磁場イジング模型におけるスピングラス相; 日本物理学会 秋季大会 (大阪府立大学 2010 年 09 月 23-26 日)
  3. 長内淳樹, 大関真之, 西森秀稔: 横磁場 Blume-Emery-Griffiths スピングラス模型の実空間繰り込み群による解析; 日本物理学会 秋季大会 (大阪府立大学 2010 年 09 月 23-26 日)
  4. 宮崎涼二, 西森秀稔, Gerardo Ortiz: 低次元量子スピン系の実空間くりこみ群; 日本物理学会 秋季大会 (大阪府立大学 2010 年 09 月 23-26 日)
  5. 松田 佳希, 小渕 智之, 西森秀稔: Cavity法によるベーテ格子上のスピングラス模型の解析; 日本物理学会 第 65 回年次大会 (岡山大学 2010 年 03 月 20-23 日)
  6. Zsolt Bertalan, 西森秀稔, H. Orland: Accelerated Stochastic Sampling of Equilibrium Distributions; 日本物理学会第 65 回年次大会 (岡山大学 2010 年 3 月 20-23 日)
  7. 鈴木増雄, 橋爪洋一郎: 準安定スピングラス相の有効場理論; 日本物理学会第 65 回年次大会 (岡山大学 2010 年 3 月 20-23 日)
  8. 橋爪洋一郎, 鈴木増雄: 準安定スピングラス相のクラスター近似; 日本物理学会第 65 回年次大会 (岡山大学 2010 年 3 月 20-23 日)
  9. 松田 佳希, 西森秀稔, 小渕 智之, A. Scardicchio: ベーテ格子上のスピングラス模型における零点分布; 日本物理学会 2009 年秋期大会 (熊本大学, 2009 年 09 月 25-28 日)
  10. 大関真之, 西森秀稔: 双対変換によるスピングラス相転移点の解析; 日本物理学会 2009 年秋季大会, (熊本大学 2009 年 9 月 25-28 日)
  11. 橋爪洋一郎, 胡曉, 鈴木増雄: フラストレーションを制御した系でのスピングラス相転移; 日本物理学会 2009 年秋季大会 (熊本大学 2009 年 9 月 25-28 日)
  12. 松田佳希, 西森秀稔, A Scardicchio, 小渕智之: ベーテ格子上のスピングラス模型の Lee-Yang 零点分布; 日本物理学会第 64 回年次大会 (立教大学, 2009 年 3 月 27-30 日)
  13. 小渕智之, 樺島祥介, 西森秀稔: 複素レプリカ変数に関する零点と種々の相転移との関係; 日本物理学会 2008 年秋季大会 (岩手大学 2008 年 9 月 20-23 日)
  14. 松田佳希, 西森秀稔, H. G. Katzgraber: モンテカルロ法による縮退のある系の量子アニーリング; 日本物理学会 2008 年秋季大会 (岩手大学, 2008 年 9 月 20-23 日)
  15. 鈴木正, 西森秀稔, “温度変化する 1 次元

- ランダムイジング模型のグラウバーダイナミクス”日本物理学会 第 63 回年次大会, ( 近畿大学, 2008 年 3 月 22 日-26 日)
16. 小淵智之, 西森秀稔, 樺島祥介 “複素レプリカ平面における分配関数の零点の性質” 日本物理学会第 63 回年次大会 (近畿大学 2008 年 3 月 22 日-26 日)
  17. 橋爪洋一郎, 胡曉, 鈴木増雄, “西森理論の拡張によるフラストレーションの性質に関する研究” 日本物理学会 第 63 回年次大会 (近畿大学, 2008 年 3 月 22 日-26 日)
  18. 一色智裕, 鈴木増雄, “広義 Hebb 則によるカオスとスケールフリーの関係性の研究” 日本物理学会 第 63 回年次大会 ( 近畿大学, 2008 年 3 月 22 日-26 日)
  19. 小淵智之, 西森秀稔, “複素レプリカ平面上の分配関数の  $n$  次モーメントの零点分布の性質” 日本物理学会 2007 年秋期大会 (北海道大学, 2007 年 9 月 21 日-24 日)
  20. 森田悟史, 西森秀稔 「虚時間量子アニーリング」 日本物理学会第 62 回年次大会, (北海道大学, 2007 年 9 月 21 日-24 日)
  21. 鈴木正, 西森秀稔 “温度変化する一次元スピン系のグラウバーダイナミクス” 第 62 回日本物理学会年次大会 (北海道大学, 2007 年 9 月 21 日-24 日)
  22. 大関 真之, 西森秀稔, A. Nihat Berker, “階層格子における多重臨界点” 第 62 回日本物理学会年次大会 (北海道大学, 2007 年 9 月 21 日-24 日)
  23. 小淵智之, 西森秀稔 「横磁場 SK モデルの温度 0 の相図」 日本物理学会春季大会 (鹿児島大学、2007 年 3 月 18-21 日)
  24. 森田悟史, 西森秀稔 「量子アニーリングのアニーリングスケジュール」 日本物理学会春季大会 (鹿児島大学 2007 年 3 月 18-21 日)
  25. 北谷英嗣, 西森秀稔 「イジングスピングラスの局所エネルギーの下限」 日本物理学会春季大会 鹿児島大学 (2007 年 3 月)
  26. 松田佳希, 西森秀稔 「 $\pm J$  イジングスピングラス模型における Lee-Yang 零点分布」 日本物理学会春季大会 (鹿児島大学 2007 年 3 月 18-21)

[図書] (計 1 件)

1. Hidetoshi Nishimori and Gerardo Ortiz: Elements of Phase Transitions and Critical Phenomena, Oxford University Press , 2010, 349 pages

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

西森 秀稔 (NISHIMORI HIDETOSHI)

東京工業大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：7 0 1 7 2 7 1 5

(2) 研究分担者  
(該当なし) ( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

鈴木 増雄 (SUZUKI MASUO )

東京理科大学・理学部・教授

研究者番号：8 0 0 1 3 4 7 3