

研究種目：特定領域研究

研究期間：2006～2009

課題番号：18079006

研究課題名（和文） 近似的確率計算アルゴリズムのレプリカ拡張に関する研究

研究課題名（英文） Study on replica extension of approximate probability calculation algorithms

研究代表者

樺島 祥介 (KABASHIMA YOSHIYUKI)

東京工業大学・大学院総合理工学研究科・教授

研究者番号：80260652

研究分野：統計力学・情報理論

科研費の分科・細目：情報学・感性情報学・ソフトコンピューティング

キーワード：レプリカ拡張，レプリカ対称性，平均場近似，解析接続，複素零点評価，レプリカ数

1. 研究計画の概要

大規模な確率分布に付随する計算困難を実際的に解決する手段として、近年確率伝搬法を代表とする平均場近似やマルコフ連鎖モンテカルロ法が注目され、情報通信やデータ解析の分野を中心に顕著な成果が得られている。その一方で、これらのアルゴリズムは対象となる分布の形状が複雑になると、その性能が急激に悪化することが経験的に明らかになってきた。本研究では、この問題を解決するためにスピングラス研究の成果に基づき代表者である樺島が最近導入した「レプリカ拡張」のアイデアをさまざまな近似的確率計算アルゴリズムに適用し、その有効性と限界を明らかにする。

2. 研究の進捗状況

(1) 「特異値の分布で特徴付けられるランダム長方形列を取り扱うための定式化の導入」情報通信やパターン認識などに関する情報処理ではランダムに与えられるパターン行列に基づいた推論を行う課題が多い。この課題を解析的に取り扱うための土台として、特異値の分布で特徴付けられるランダム長方形列としてパターン行列が与えられる場合に近似的な推論を効率的に行うために有用な定式化を導入した。その定式化の具体的な応用例としてパターン行列に直交化の前処理がなされた際に単純パーセプトロンの学習効率がどの程度改善されるかについて理論的な知見を与えると同時に現実的な時間で推論を行うための近似アルゴリズムを提案した。

(2) 「レプリカ拡張のレプリカ数に関する複素零点探索への応用」

スピングラス研究で発展したレプリカ法は物理学の枠を超えて機械学習、通信理論など情報科学に広く応用される強力な解析ツールとなっている。しかしながら、自然数であるレプリカ系の個数（レプリカ数）に対して評価された状態和のモーメント関数を、実数より一般には複素数、に解析接続するというレプリカ法の根幹には数学的に未解決な問題が残されている。これらの問題を解く手がかりを得るため、有限系での厳密解析が可能であるツリー系ならびにランダムエネルギー模型に対してレプリカ拡張の方法を応用し、モーメント関数の零点がシステムサイズを無限にした際に実軸にどのように近づき、その結果どのように解析性の破れが生じ得るか、について詳細な知見を得た。

(3) 「電力低減プレコーディング問題の統計力学的解析」

多数の山を持つ複雑な形状を有する分布からの推定が必要となる実際的な問題として無線通信における電力低減プレコーディング問題を取り上げ、レプリカ対称性の破れを取り入れた解析を行った。また、平均場近似に基づいた実際的な近似的プレコーディングアルゴリズムを導出し、その有効性を示した。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由)

情報科学の広い問題に対してレプリカ拡張

のアイデアを応用するために導入したランダム長方形列を取り扱うための定式化は従来困難であった相関のあるパターン行列に基づいた推論の性能評価ならびに近似アルゴリズムによる実現を可能にし、関連研究者から高い関心が寄せられつつある。また、レプリカ数の零点に関する解析は英国物理学会刊行の論文誌に掲載された論文から「新規性、重要性ならびに今後の研究への潜在的な影響力」に関する秀逸性を基準として選出される IOP select に選ばれている。一方、実際的な情報処理の例として取り組んでいる電力低減プレコーディングではレプリカ拡張は当初期待していたほどの性能が得られなかった。その理由は、現実的なサイズの問題では従来の平均場近似を改良したアルゴリズムで十分高い性能を得られることが判明したからである。この結果は手法の有効性の限界を示す一例と位置づけている。

4. 今後の研究の推進方策

- (1) 電力低減プレコーディング問題に関する統計力学的解析を学術論文としてまとめる。
- (2) 大規模かつ複雑な形状を呈する確率分布に特徴的な性質を複素零点の観点から考察する。
- (3) レプリカ拡張の解析を確率分布に関するボルツマンマシン学習に応用し、その有効性を検討する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① Kenzo Ogure and Yoshiyuki Kabashima, On analyticity with respect to the replica number in random energy models I: an exact expression of the moment of the partition function, J. Stat. Mech. (2009) P03010 査読有り
- ② Tomoyuki Obuchi, Yoshiyuki Kabashima and Hidetoshi Nishimori, Complex replica zeros of $\pm J$ Ising spin glass at zero temperature, J. Phys. A: Math. Theor. 42 075004 (27pp) (2009) 査読有り
- ③ Takashi Shinzato and Yoshiyuki Kabashima, Learning from correlated patterns by simple perceptrons, J. Phys. A: Math. Theor. 42 015005 (12pp) (2009) 査読有り
- ④ Takashi Shinzato and Yoshiyuki Kabashima, Perceptron capacity revisited: classification ability for correlated patterns, J. Phys. A: Math. Theor. 41 324013(18pp) (2008) 査読有り
- ⑤ Koujin Takeda, Atsushi Hatabu and

Yoshiyuki Kabashima, Statistical mechanical analysis of the linear vector channel in digital communication, J. Phys. A: Math. Theor. 40 14085-14098 (2007) 査読有り

[学会発表] (計 5 件)

- ① Y. Kabashima, Analyticity breaking and complex zeros with respect to the replica number in random energy models, "The Science of Complexity", 2009/3/31, Eilat, Israel
- ② Y. Kabashima and N. Hayashi, Replica symmetry breaking and solution search in a power reduction precoding problem of wireless communication, "Unifying Concepts in Glassy Physics IV (UCGP2008)", 2008/11/27, Kyoto, Japan
- ③ Y. Kabashima, An Integral Formula for Large Rectangular Matrices and Its Application to Analysis of Linear Vector Channels, PHYSCOMNET08, 2008/4/4, Berlin, Germany
- ④ Y. Kabashima, Statistical mechanical approach to CDMA communication - an offspring of research on perceptrons and associative memory-, 14th International Conference on Neural Information Processing (ICONIP2007), 2007/11/16, Kitakyushu, Japan
- ⑤ Y. Kabashima, Belief and survey propagations in perceptrons, Common Concepts in Statistical Physics and Computer Science, 2007/7/6, Trieste, Italy